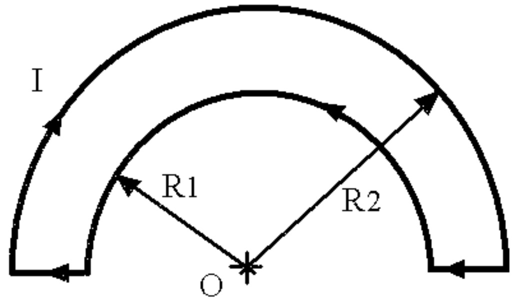
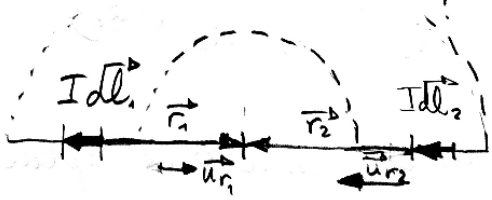
4.- Calcular el vector inducción magnética, $\vec{B}$, en el punto O, creado por una corriente eléctrica de intensidad I que circula a lo largo de la espira plana de la figura.

Datos: I = 8 A, R_1 = 5 cm, R_2 = 12 cm



Para resolver este problema, descomponemos el circuito en cuatro tramos: dos segmentos más dos semicírculos.

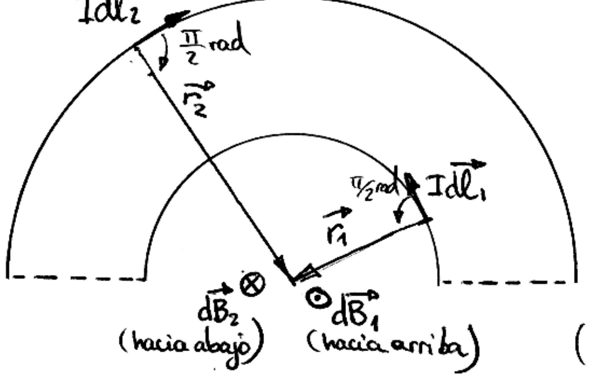
- Los dos segmentos no crean $\vec{B}$ en el punto O, pues el elemento de corriente $I\vec{dl}$ es paralelo a $\vec{r}$, el vector que sale del elemento de corriente hasta el punto O, donde calculamos $\vec{B}$.



$$\vec{dB}_{segmentos} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\times\vec{u_r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{|I\vec{dl}|\cdot|\vec{u_r}|\cdot \overset{O}{\overbrace{\operatorname{sen}\theta}}}{r^2} = 0$$

$\theta = 0$ ó π rad

- Por tanto, las únicas contribuciones al campo magnético se deben a los tramos semicirculares. El tramo R_1 genera en O un $\vec{B}_1$ hacia arriba del papel mientras que el tramo R_2 lo genera hacia abajo ($d\vec{B}$ es perpendicular al plano – el papel – que contiene los vectores $\vec{dl}$ y $\vec{r}$, para saber el sentido hacia arriba o hacia abajo del papel hay que aplicar la regla de la mano derecha o del sacacorchos)

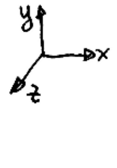


$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\times\vec{u_r}}{r^2}$$

$$d\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{R_1^2}\vec{u_z}$$

$$d\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{R_2^2}(-\vec{u_z})$$

(he tomado $\vec{u_z}$ hacia arriba del papel)



* Semicircunferencia de radio R_1

$$\vec{B_1} = \int_{semicirc.\,R1} d\vec{B_1} = \int_{semic.\,R_1} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R_1^2}\vec{u_z}\,dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R_1^2}\vec{u_z}\underbrace{\int_{semic.\,R_1} dl}_{\frac{2\pi R_1}{2}}$$

$$\vec{B_1} = \frac{\mu_0}{4\cancel{\pi}}\frac{I}{R_1^{\cancel{2}}}\vec{u_z}(\cancel{\pi}\cancel{R_1}) = \frac{\mu_0}{4}\frac{I}{R_1}\vec{u_z}$$

* Análogamente, para la semicircunferencia de radio R_2

$$\vec{B_2} = \int_{semic.\,R_2} dB_2 = \frac{\mu_0}{4}\frac{I}{R_2}(-\vec{u_z})$$

- Para calcular el campo total, aplico el principio de superposición

$$\vec{B_{TOTAL}} = \vec{B_1} + \vec{B_2} = \frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\vec{u_z}$$

Sustituyo datos

$$\vec{B_{TOTAL}} = \frac{\cancel{4}\pi 10^{-7}\left(\frac{Tm}{A}\right)\cdot 8A}{\cancel{4}}\left(\frac{1}{0'05m} - \frac{1}{0'12m}\right)\vec{u_z}$$

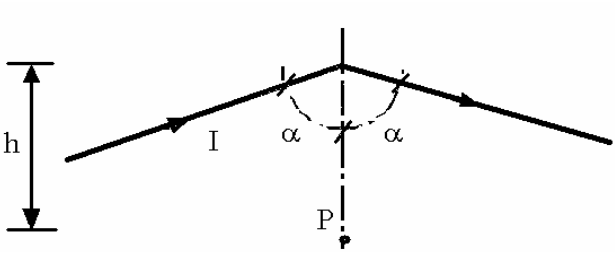
$$\vec{B_{TOTAL}} = 2'93\cdot10^{-5}\,(\vec{u_z})\,T = 29'3\,\mu T\,(\vec{u_z})$$

(hacia arriba del plano del circuito)

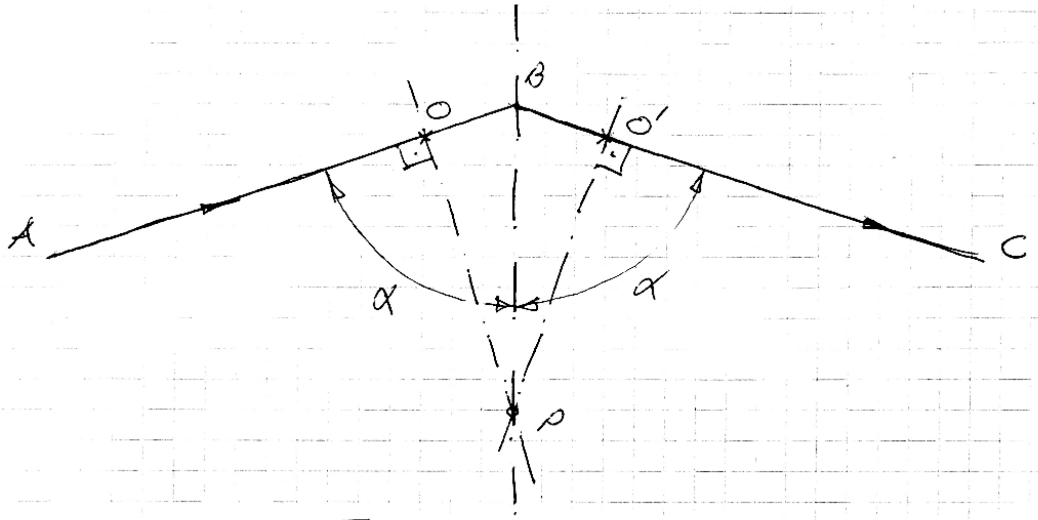
5.- Un alambre conductor de longitud infinita, recorrido por una corriente eléctrica de intensidad I, está doblado formando un ángulo 2α. Se pide:

a) calcular el vector inducción magnética $\vec{B}$ en el punto P, punto de la bisectriz que se encuentra a una distancia h del vértice.

b) Comparar el vector calculado anteriormente con el que se obtendría en el punto P si el cable hubiese sido totalmente recto.



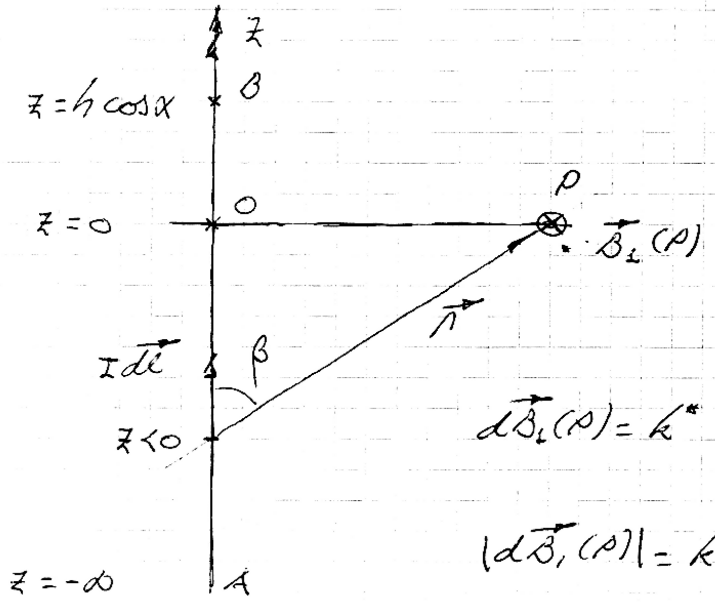
Datos: I = 5 A, $\alpha = \frac{4}{3}$ rad , h = 2 cm



$$\frac{\overline{OP}}{\overline{BP}} = \operatorname{sen}\alpha = \frac{\overline{O'P}}{\overline{BP}} \qquad \frac{\overline{OB}}{\overline{BP}} = \cos\alpha = \frac{\overline{O'B}}{\overline{BP}}$$

Ley de Biot - Savart + Ppo. de superposición

* TRAMO AOB Cálculo de $\vec{B}_1(P)$



$$d\vec{B}_1(P) = k^* \frac{I\vec{dl}\times\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

$$|d\vec{B}_1(P)| = k^* \frac{I|\vec{dl}|\cdot|\vec{r}|\cdot\operatorname{sen}\beta}{|\vec{r}|^{\cancel{3}\,2}}$$

$$|d\vec{B}_1(P)| = k^* I \frac{dz}{\{|z|^2+(h\operatorname{sen}\alpha)^2\}}\cdot\frac{h\operatorname{sen}\alpha}{|\vec{r}|}$$

4/3

$$|d\vec{B}_1(P)| = k^* I\, h \operatorname{sen}\alpha \frac{dz}{\{|z|^2 + (h\operatorname{sen}\alpha)^2\}^{3/2}}$$

$$|\vec{B}_1(P)| = \int_{-\infty}^{z=h\cos\alpha} |d\vec{B}_1(P)| = k^* I\, h\operatorname{sen}\alpha \int_{-\infty}^{h\cos\alpha} \frac{dz}{\{|z|^2 + (h\operatorname{sen}\alpha)^2\}^{3/2}} =$$

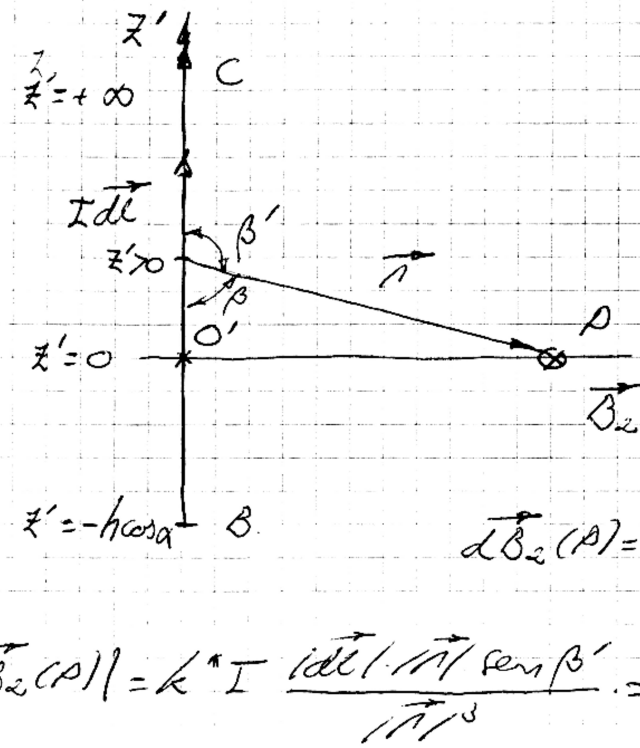
$$= k^* I\, h\operatorname{sen}\alpha \left\{ \frac{z}{(h\operatorname{sen}\alpha)^2 \{|z|^2 + (h\operatorname{sen}\alpha)^2\}^{1/2}} \right|_{-\infty}^{h\cos\alpha} =$$

$$= k^* I\, \cancel{h\operatorname{sen}\alpha} \frac{1}{(h\operatorname{sen}\alpha)^{\cancel{2}}} \left\{ \frac{h\cos\alpha}{[h^2(\underbrace{\cos^2\alpha + \operatorname{sen}^2\alpha}_{1})]^{1/2}} + 1 \right\} =$$

$$= k^* I \frac{1}{h\operatorname{sen}\alpha} \left\{ \frac{\cancel{h}\cos\alpha}{\cancel{h}} + 1 \right\} \Rightarrow$$

$$|\vec{B}_1(P)| = k^* I \frac{1}{h} \left\{ \frac{1+\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} \right\}$$

* TRAMO BO'C



$$\operatorname{sen}\beta' = \operatorname{sen}(\pi - \beta) =$$
$$= \operatorname{sen}\pi\cos\beta - \cos\pi\operatorname{sen}\beta =$$
$$= \operatorname{sen}\beta$$

$$d\vec{B}_2(P) = k^* I\, \vec{dl} \times \vec{r} \frac{1}{|\vec{r}|^3}$$

$$|d\vec{B}_2(P)| = k^* I \frac{|\vec{dl}|\cdot|\vec{r}|\operatorname{sen}\beta'}{|\vec{r}|^3} = k^* I \frac{dz'\operatorname{sen}\beta}{|\vec{r}|^2}$$

$$|d\vec{B}_2(P)| = k^* I \frac{dz'}{|\vec{r}|^2} \cdot \frac{h\,\text{sen}\,\alpha}{|\vec{r}|} =$$

$$= k^* I\, h\,\text{sen}\,\alpha \frac{dz}{\{z^2 + (h\,\text{sen}\,\alpha)^2\}^{3/2}}$$

$$|\vec{B}_2(P)| = \int_{z=-h\cos\alpha}^{\infty} |d\vec{B}_2(P)| = k^* I\, h\,\text{sen}\,\alpha \int_{-h\cos\alpha}^{\infty} \frac{dz'}{\{z'^2 + (h\,\text{sen}\,\alpha)^2\}^{3/2}}$$

$$= k^* I\, h\,\text{sen}\,\alpha \left\{ \frac{z'}{(h\,\text{sen}\,\alpha)^2 \{z'^2 + (h\,\text{sen}\,\alpha)^2\}^{1/2}} \right|_{-h\cos\alpha}^{\infty} =$$

$$= k^* I \frac{1}{h\,\text{sen}\,\alpha} \left\{ 1 + \frac{h\cos\alpha}{\{h^2\cos^2\alpha + h^2\,\text{sen}^2\alpha\}^{1/2}} \right\} =$$

$$= k^* I \frac{1}{h\,\text{sen}\,\alpha} \{1 + \cos\alpha\}$$

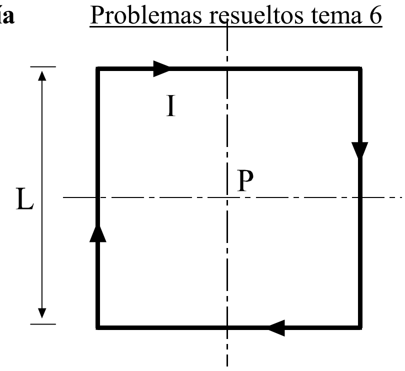
El vector $\vec{B}_T(P) = \vec{B}_1(P) + \vec{B}_2(P)$, ambos vectores, en ese punto, tienen la misma dirección ($\perp$ al plano del papel) y mismo sentido (entrante). Su módulo será la suma de los módulos

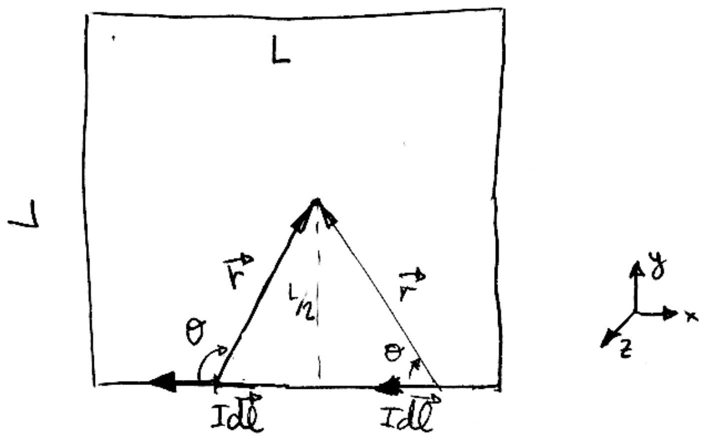
$$|\vec{B}_T(P)| = 2k^* I \frac{1}{h} \left\{ \frac{1+\cos\alpha}{\text{sen}\,\alpha} \right\} \quad [T]$$

Si $\alpha = \pi/2 \Rightarrow |\vec{B}_T(P)| = 2 \cdot \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{1}{h} = \mu_0 \frac{I}{2\pi h}$

que coincide con el creado por un alambre recto de longitud ∞.

6.- Calcular el vector inducción magnética, $\vec{B}$, en el centro de una espira cuadrada, plana, formada por cuatro alambres conductores rectos de longitud L = 0,4 m, por los que circula una corriente eléctrica de intensidad I = 10 A.





$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl\,\text{sen}\,\theta}{r^2}(-\vec{u}_z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{r\,dl\,\text{sen}\,\theta}{r^3}(-\vec{u}_z)$$

$$r\,\text{sen}\,\theta = \frac{L}{2} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{L\,dl}{2r^3}(-\vec{u}_z)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I L}{8\pi}\int\frac{dl}{\left[\left(\frac{L}{2}\right)^2 + l^2\right]^{3/2}}(-\vec{u}_z) = \frac{\mu_0 I L}{8\pi}\frac{1}{(L/2)^2}\left[\frac{l}{\sqrt{(L/2)^2 + l^2}}\right]_{-L/2}^{L/2}(-\vec{u}_z)$$

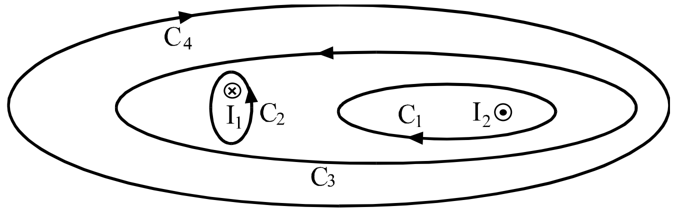
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi L}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right](-\vec{u}_z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi L}\sqrt{2}(-\vec{u}_z)$$

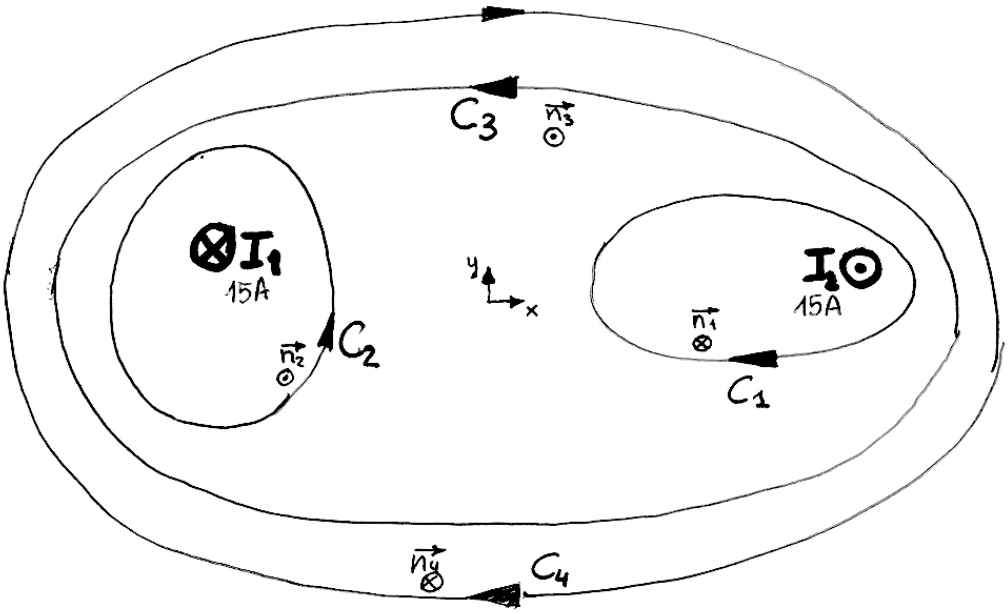
El campo creado por los cuatro lados será $\vec{B}_{total} = 4\vec{B}$

$$\vec{B}_{TOTAL} = \frac{2\mu_0 I}{\pi L}\sqrt{2}(-\vec{u}_z) = \frac{2\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10}{\pi\cdot 0'4}\sqrt{2}\,\vec{u}_z = 28'3(-\vec{u}_z)\,\mu T$$

(dirección perpendicular al plano de la espira, hacia dentro)

7.- Calcular la circulación (integral de línea) del vector inducción magnética, $\vec{B}$, a lo largo de los circuitos C_1, C_2, C_3 y C_4 de la figura, si las corrientes eléctricas que recorren los hilos son perpendiculares al plano del papel e iguales a 15 A. Los circuitos son planos y se encuentran contenidos en el plano del papel. ¿Es posible calcular $\vec{B}$ a partir de estas integrales?





* Cálculo de la circulación de $\vec{B}$ a través de la curva cerrada C_1

- $\vec{B}$ en C_1 es la suma del campo magnético creado por I_1 e I_2 (principio de superposición).
- No conocemos la ecuación de C_1 (no es un círculo) ⇒ no podemos calcular la circulación resolviendo la integral ⇒ tenemos que utilizar Ampère (estamos en el vacío y podemos suponer que I_1 e I_2 son estacionarias).

$$\oint_{C_1} \vec{B}_T \cdot d\vec{l} = \oint_{C_1} \underbrace{|\vec{B}_T(x,y)| \cdot |d\vec{l}| \cdot \cos\alpha}_{\text{desconocidos}} = ? = \begin{matrix}\text{Aplicando}\\ \text{Ampère}\end{matrix} = \mu_0 \left(-|I_2|\right)$$

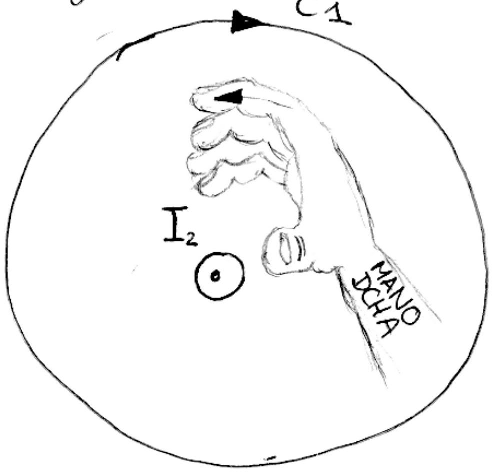
sentido contrario a $\vec{n_2}$

$$\Rightarrow \oint_{C_1} \vec{B}_T \cdot d\vec{l} = -\mu_0 \cdot 15\,A = -18'85 \cdot 10^{-6}\ \frac{N}{A}$$

- Al aplicar la Ley de Ampère, sólo hemos considerado I_2 porque es la única que atraviesa la sup. limitada por C_1. (I_1 crea $\vec{B}$ en C_1, pero NO la debemos contabilizar al aplicar Ampère).

Hemos considerado I_2 con signo negativo porque

- Si giramos un tornillo/sacacorchos en el sentido de C_1, éste avanza hacia adentro del papel, en sentido contrario a la intensidad (que va hacia afuera).
- Alternativamente, si ponemos el dedo pulgar de la mano derecha en el sentido de I_2 (hacia afuera), los dedos giran en sentido contrario.



- La última forma consiste en calcular el vector $\vec{n_1}$ que me da la orientación de la superficie que limita la curva (hacia adentro del papel). Dicho vector tiene sentido opuesto a la intensidad I_2

Circulación a lo largo de C_2

- Aplicamos otra vez la ley de Ampère, contabilizando sólo I_1 con signo negativo, pues su sentido es contrario al que obtenemos al aplicar la regla del sacacorchos/mano dcha.

$$\oint_{C_2} \vec{B_T} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \cdot I_{abrazada} = \mu_0(-|I_1|) = -18'85 \cdot 10^{-6} \ \frac{N}{A}$$

* Circulación a lo largo de C_3

En este caso debemos contabilizar I_1 (con signo negativo) e I_2 (con signo positivo).

$$\oint_{C_3} \vec{B}_T \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{abrazada} = \mu_0 \left(-|I_1| + |I_2|\right) \underset{I_1 = I_2}{=} 0$$

* Circulación a lo largo de C_4

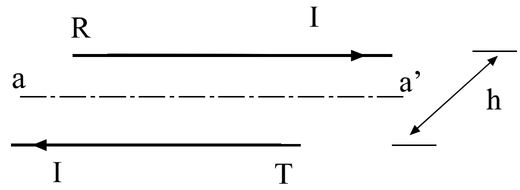
Este caso es análogo al de la curva cerrada C_3, salvo que el sentido en que la recorremos es contrario.

Por tanto I_1 irá con signo positivo e I_2 con signo negativo

$$\oint_{C_4} \vec{B}_T \cdot \vec{dl} = \mu_0 \cdot I_{abrazada} = \mu_0 \left(|I_1| - |I_2|\right) \underset{I_1 = I_2}{=} 0$$

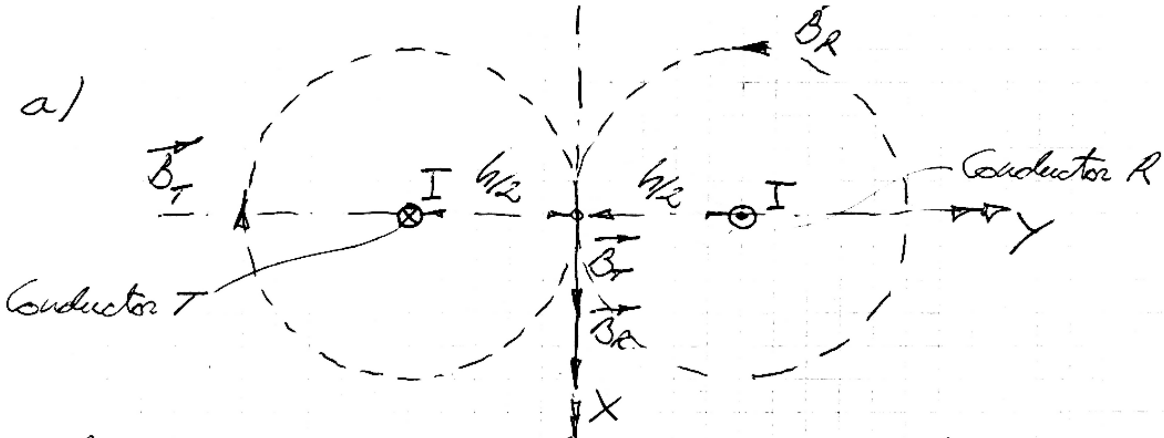
9.- Una línea de transporte de energía eléctrica, monofásica, de baja tensión, está constituida por dos alambres conductores de cobre, el conductor R de ida y el conductor T de vuelta, rectos, paralelos, separados una distancia h. La longitud de la línea se considera infinita. Si por la línea circula una corriente eléctrica de intensidad I, calcular:

a) el vector inducción magnética, $\vec{B}$, en los puntos de la recta aa', recta contenida en el plano definido por los dos conductores y equidistante de ambos.



Datos: I = 50 A, h = 1 m, L = 100 m, $\mu_0 = 1{,}2566\cdot 10^{-6}\ \frac{m\cdot kg}{C^2}$

a)



Ppo de Superposición + Ley de Ampère en el vacío

$$\oint_C \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 I_{abrazada} = \mu_0 \int_S \vec{J}\,\vec{n}\, da.$$

$$B_1(r)\cdot 2\pi r = \mu_0 \cdot I \Rightarrow B_1(r) = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$$

$$|\vec{B}_T(r=h/2)| = \mu_0 \frac{I}{\cancel{2}\pi h/\cancel{2}} = \mu_0 \frac{I}{\pi h} \quad [T]$$

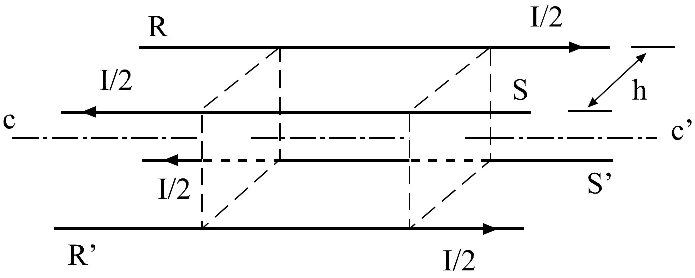
$$|\vec{B}_R(r=h/2)| = \mu_0 \frac{I}{2\pi h/2} = \mu_0 \frac{I}{\pi h} \quad [T]$$

$$\{\vec{B}_{Total}\} = 2\,|\vec{B}_T(r=h/2)|\cdot\vec{u}_x = 2\cdot\mu_0 \frac{I}{\pi\cdot h}\,\vec{u}_x =$$

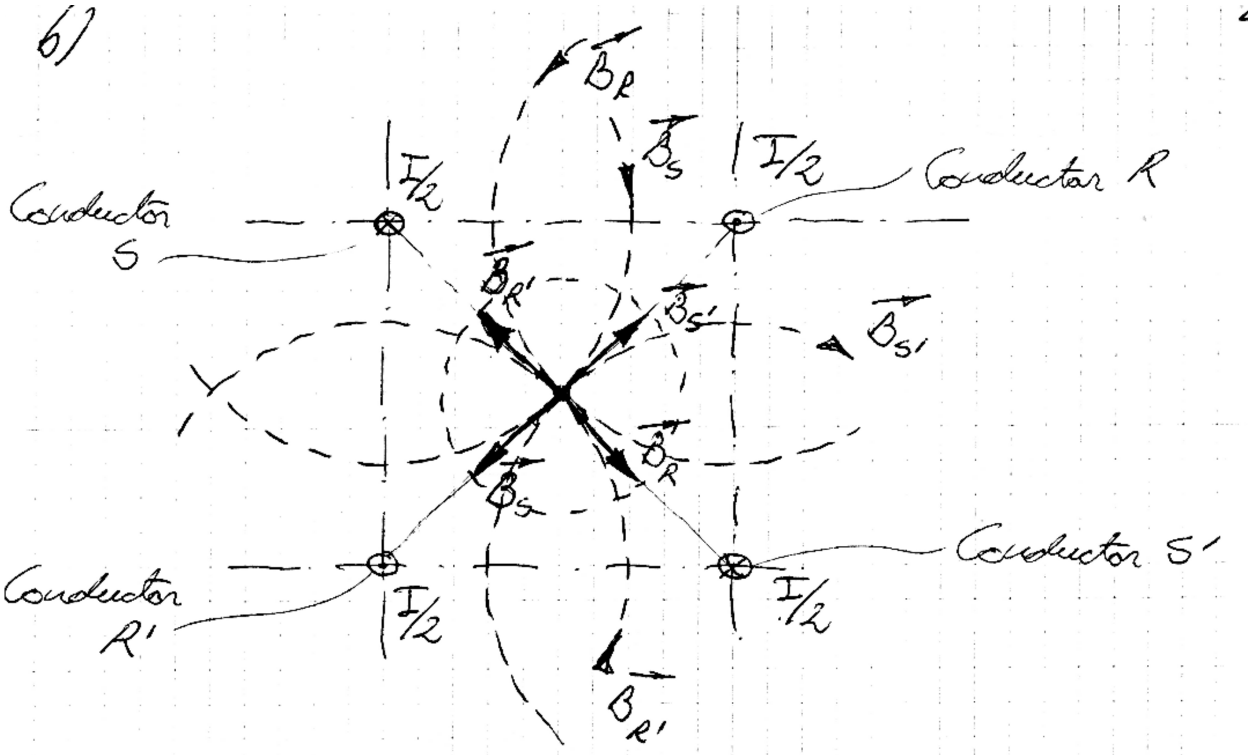
$$= 2\cdot 1{,}2566\cdot 10^{-6}\,\frac{50}{\pi\cdot 0{,}5\cdot 2}\,\vec{u}_x = 40\cdot 10^{-6}\,\vec{u}_x\ [T]$$

$$= 40\,\mu T\cdot\vec{u}_x$$

b) Para mejorar la capacidad de transporte de esta línea, se propone duplicar el número de conductores, de forma que la corriente eléctrica circule ahora por dos conductores de ida, el R y el R', y por dos de vuelta, el S y el S', situados en los vértices de un cuadrado de lado h. Si por la línea circula la misma corriente eléctrica del apartado anterior, calcular el vector inducción magnética, $\vec{B}$, en los puntos de la recta cc', recta paralela y equidistante a los cuatro conductores.



b)



$$\vec{B}_{Total} = \vec{B}_R\left(r=\sqrt{2}\frac{h}{2}\right) + \vec{B}_{R'}\left(r=\sqrt{2}\frac{h}{2}\right) + \vec{B}_S\left(r=\sqrt{2}\frac{h}{2}\right) + \vec{B}_{S'}\left(r=\sqrt{2}\frac{h}{2}\right) = \vec{0}\ [T]$$

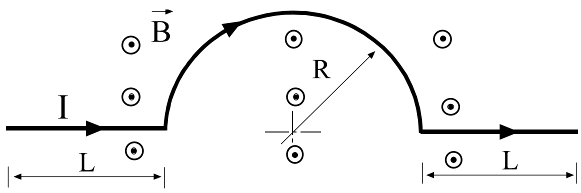
$$\left|\vec{B}_R\left(r=\sqrt{2}\frac{h}{2}\right)\right| = \mu_0 \frac{I/2}{\cancel{2}\pi\cdot\frac{\sqrt{2}h}{\cancel{2}}} = \mu_0\frac{I}{2\sqrt{2}\pi h} =$$

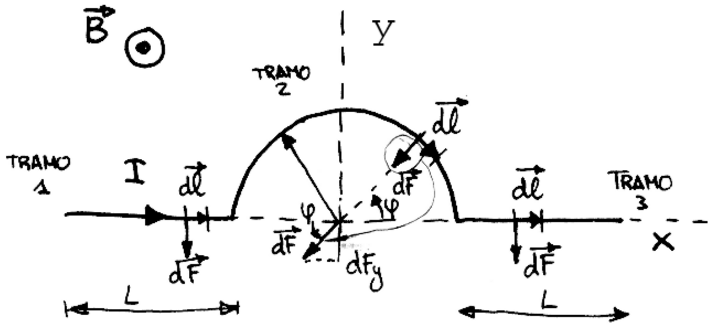
$$= 1,2566\cdot 10^{-6}\frac{50}{2\sqrt{2}\pi\cdot 1} = 7,07\cdot 10^{-6}\ T$$

$$\left|\vec{B}_R\left(r=\sqrt{2}\frac{h}{2}\right)\right| = \left|\vec{B}_{R'}\left(r=\sqrt{2}\frac{h}{2}\right)\right| = \left|\vec{B}_S\left(r=\frac{\sqrt{2}}{2}h\right)\right| =$$

$$= \left|\vec{B}_{S'}\left(r=\frac{\sqrt{2}}{2}h\right)\right|.$$

19.- Una corriente eléctrica de intensidad I circula a lo largo de un trozo de alambre conductor, plano, con la forma indicada en la figura. El alambre se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme $\vec{B}$, perpendicular al plano del alambre e independiente de I. Calcular la fuerza magnética total que actúa sobre el alambre. Datos: $|\vec{B}|$ = 0,25 T, I = 15 A, L = 50 cm, R = 25 cm





- La fórmula básica para calcular la fuerza magnética ejercida por el campo $\vec{B}$ sobre el circuito es $d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}$ (esta es la fuerza sobre cada elemento diferencial del circuito).

- Es fácil ver que la fuerza sobre cualquier elemento de los tramos rectos va hacia abajo (es decir, dirección $-\vec{u}_y$), mientras que la fuerza sobre cualquier elemento del tramo curvo 2 tiene dirección radial.

- La fuerza total sobre cada uno de los tramos rectos se obtendrá:

$$\vec{F}_1 = \int_0^L d\vec{F} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{todos los } d\vec{F} \\ \text{son paralelos}}}{=} (-\vec{u}_y) \cdot \int_0^L dF = (-\vec{u}_y) \int_0^L |I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}| \underset{\substack{\uparrow \\ \vec{B} \perp d\vec{l}}}{=} (-\vec{u}_y) \cdot \int_0^L I \cdot B \cdot dl$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ I,B \text{ ctes}}}{=} (-\vec{u}_y)\, I \cdot B \cdot L \underset{\substack{\uparrow \\ \text{El tramo 1 es equivalente al 3}}}{=} \vec{F}_3$$

- La fuerza sobre el tramo curvo hay que calcularla con cuidado, ya que hay que sumar vectores en direcciones diferentes.

$$F_2 = \int_{semicirc} d\vec{F} = \int_{semicirc} I \cdot \vec{dl} \times \vec{B} \underset{\vec{dl} \perp \vec{B}}{=} \int_{semi} I \cdot B \cdot dl \cdot \vec{u_r} \; \underset{\uparrow}{=}$$

¡ojo! aquí no puede sacarse $\vec{u_r}$ de la integral ya que cambia de dirección en cada trozo de cable $\vec{dl}$ considerado.

Lo que hay que hacer en este caso es sumar cada una de las componentes por separado. Por la simetría vemos que la fuerza total tiene dirección $(-\vec{u_y})$, por lo que sólo será necesario sumar las componentes y.

Vemos en el dibujo que $dF_y = dF \cdot \text{sen}\,\varphi$

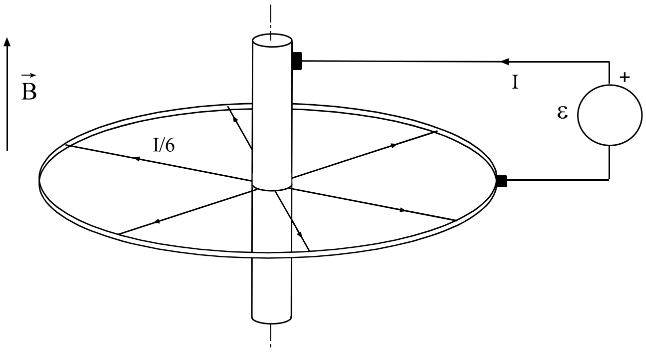
Así que: $\vec{F_2} = \int_{semi} I \cdot B \cdot \text{sen}\,\varphi \cdot dl \; (-\vec{u_y}) = I \cdot B\,(-\vec{u_y}) \int_{semi} \text{sen}\,\varphi \, dl =$

$$\underset{dl = R \cdot d\varphi}{=} (-\vec{u_y})\, I\, B \int_0^{\pi} R \cdot \text{sen}\,\varphi \cdot d\varphi = (-\vec{u_y})\, I\, B\, R\, (-\cos\varphi)\Big|_0^{\pi} = (-\vec{u_y})\, 2IBR$$

Por tanto, la fuerza total sobre todo el circuito es:

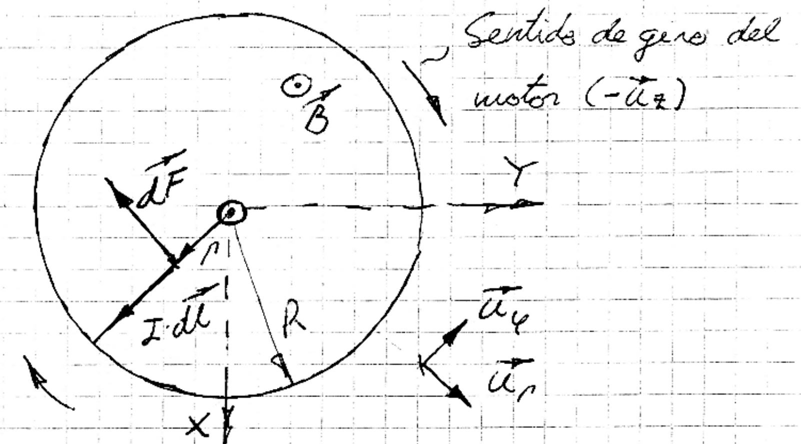
$$\underline{\vec{F_T}} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \underline{2\, I\, B\,(L+R)\,(-\vec{u_y})}$$

21.- Un modelo de motor eléctrico de corriente continua está constituido por un aro metálico de radio R = 0,5 m unido al eje mediante 6 radios, conectado mediante dos escobillas a una fuente de corriente continua. El eje se supone de radio despreciable. El conjunto se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme, perpendicular al plano del aro, de valor 2 T. Suponiendo que por cada radio circula una corriente eléctrica de intensidad 1 A, calcular el momento, respecto del centro del aro, de las fuerzas que actúan sobre los radios (par motor).



a)

$I = 6 \cdot I_1 = 6A$



$$d\vec{F} = I_1 \, d\vec{l} \times \vec{B} = I_1 \, dr \cdot |\vec{B}| \cdot \operatorname{sen}\frac{\pi}{2} \cdot (-\vec{u}_\varphi)$$

$$d\vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{u}_r & \vec{u}_\varphi & \vec{u}_z \\ I_1 dr & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_z \end{vmatrix} = -I_1 \cdot B_z \, dr \cdot (\vec{u}_\varphi)$$

$$|\vec{F}| = \int_0^R I_1 B_z \, dr = I_1 R \cdot B_z = 2 \cdot 1 \cdot R = 2R \ [N]$$

b)

$$d\vec{M}(O) = \vec{r} \times d\vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{u}_r & \vec{u}_\varphi & \vec{u}_z \\ r & 0 & 0 \\ 0 & -dF & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= -r \, dF \, \vec{u}_z = r |d\vec{F}| (-\vec{u}_z)$$

$$|\vec{M}(O)| = \int_0^R I_1 \cdot B_z \, r \, dr = I_1 \cdot B_z \frac{R^2}{2}$$

El par de las fuerzas será 6 veces el par calculado para un radio $\vec{M}_T(O) = 6 \, I_1 \, B_z \frac{R^2}{2} (-\vec{u}_z) = 3 \, I_1 B_z R^2 (-\vec{u}_z)$

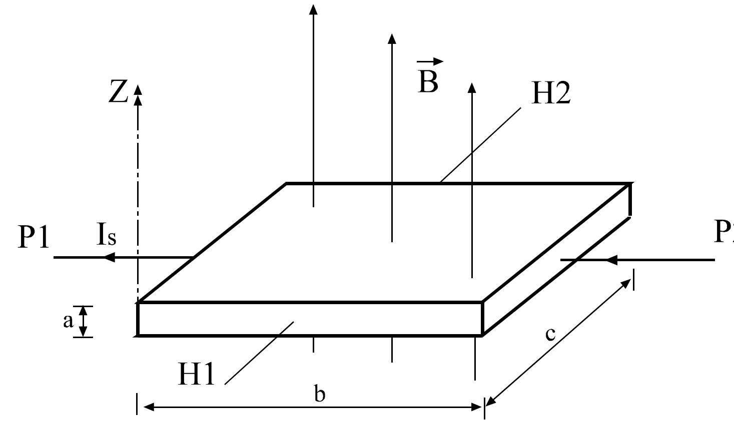
$$3 \cdot \frac{I}{6} B_z R^2 = \frac{I}{2} B_z R^2 \ [N \cdot m] = 6 R^2 \ N \cdot m = |\vec{M}_T(O)|$$

27.- Disponemos de una lámina metálica con las dimensiones especificadas en la figura. Entre los terminales P1 y P2 circula una corriente eléctrica de intensidad I_s en el sentido indicado. La lámina se halla en presencia de un campo magnético en la dirección Z, variable con el tiempo de la forma $\vec{B}(t) = \vec{B}_o \cdot \text{sen}(\omega t)$.

a) Calcular la amplitud de la tensión medida por un voltímetro entre los terminales H2 y H1, $(V_{H2} - V_{H1})$.

b) Dibujar las formas de onda de la diferencia de potencial en el voltímetro y del campo magnético aplicado, indicando el desfase entre ambas.

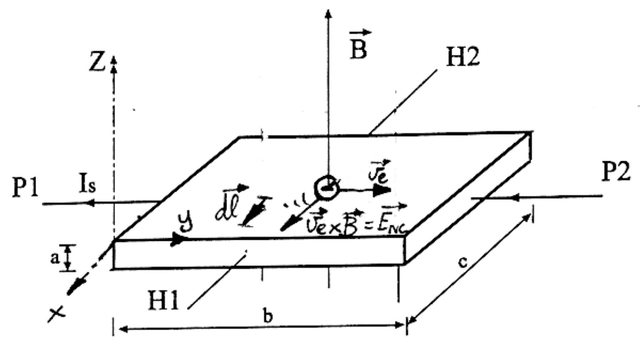
Datos: $|\vec{B}_o| = 3$ T, $I = 15$ A, $a = 1$ mm, $c = 2$ cm, $I = k_I|\vec{v}|$, $k_I = 128{,}16\ \frac{C}{m}$



La ecuación básica que gobierna el efecto Hall es la de Lorenz:

$$\vec{F} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) = q \cdot \vec{E}_{NC}$$

El campo no conservativo debido a la fuerza magnética es $\vec{E}_{NC} = \vec{v} \times \vec{B} \underset{\vec{v} \perp \vec{B}}{=} |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \vec{u}_z$, donde $\vec{v}$ es la velocidad de los electrones que se mueven en sentido opuesto a la intensidad.



La velocidad de arrastre de los electrones la podemos calcular en función del resto de parámetros

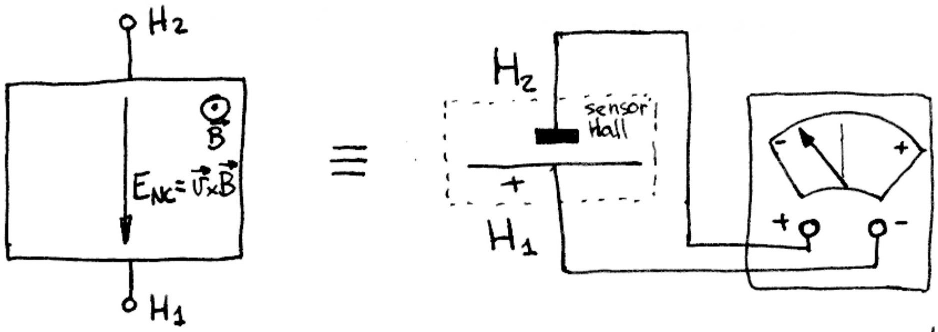
$$v = |\vec{v}| = \frac{I}{|q_e| \cdot n_e \cdot \text{Sup. transversal lámina}} = \frac{I}{|q_e| \cdot n_e \cdot a \cdot c}$$

Para calcular la fem debo integrar el campo eléctrico no conservativo desde H2 hasta H1, ya que el campo no conservativo tiene ese sentido (en los cables que van al voltímetro no existe $\vec{E}_{NC}$, por lo que sólo hay fem en la lámina).

$$\mathcal{E} = \int_{H2}^{H1} \vec{E}_{NC} \cdot \vec{dl} \underset{\vec{E}_{nc} \text{ paralelo a } \vec{dl}}{=} \int_{H2}^{H1} |\vec{E}_{nc}| \cdot |\vec{dl}| \underset{E_{nc}=cte}{=} E_{nc} \cdot \int_{H2}^{H1} dl = E_{nc} \cdot c$$

Sustituyendo valores tenemos $\mathcal{E} = v \cdot B \cdot c = \dfrac{I}{|q_e| \cdot n_e \cdot a} B$

$$\Rightarrow \mathcal{E}(t) = \frac{I}{|q_e| \cdot n_e \cdot a} B_0 \cdot \mathrm{sen}(\omega t) = 0'007 \cdot \mathrm{sen}(\omega t)$$



El valor de la d.d.p. medida con el voltímetro tiene signo contrario a la fem ya que el terminal positivo del voltímetro se ha conectado con el terminal negativo del sensor Hall (H2).

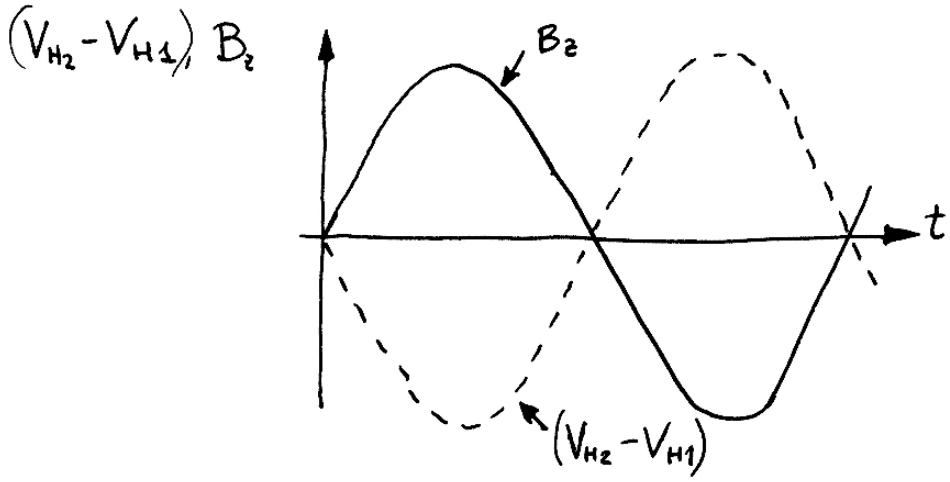
$$V_{H2} - V_{H1} = -\mathcal{E} = -0'007 \cdot \mathrm{sen}(\omega t) \quad [V]$$

donde el signo menos indica que cuando el campo $\vec{B}$ tiene el sentido de la coordenada z creciente, el potencial en H2 es menor que en H1.

La amplitud, en valor absoluto, es 7 mV.

(Obs.: un multímetro como el de prácticas nos dará el valor eficaz $V_{rms} = \frac{7\,mV}{\sqrt{2}} = 4'97\ mV$)

b) Gráfica de $(V_{H2} - V_{H1})$, B



La señal de la fem Hall, ε, está en oposición de fase con la señal $B_z(t)$ –para el sistema de coordenadas del problema–.