



# Tema 6: Campo magnético en el vacío

Joaquín Mur Amada



2

## Tema 6 – Índice.

1. Introducción
2. La Ley de Biot y Savart
  1. Fuerza magnética entre dos cables
  2. El producto vectorial
  3. Vector campo magnético  $\vec{B}$  generado por cables
  4. Cálculo de  $\vec{B}$  para circuitos sencillos con la Ley de Biot-Savart
3. La ley de Ampere
  1. Comprobación para el caso de un cable rectilíneo muy largo
  2. Cálculo de campos magnéticos utilizando la ley de Ampere

3

## Tema 6 – Índice.

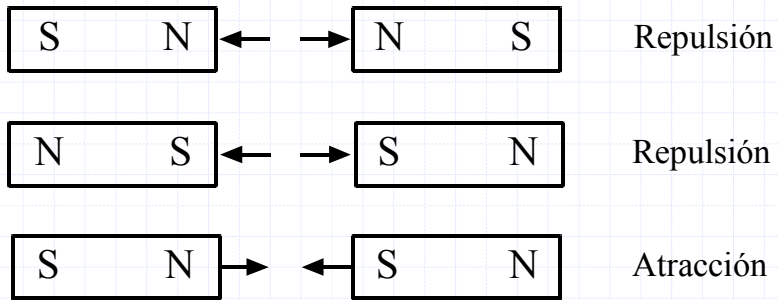
4. Fuerzas y pares de fuerzas magnéticas sobre circuitos
  1. Par de fuerza sobre una espira
  2. Aplicaciones: el galvanómetro, motores eléctricos
5. Fuerza sobre una carga puntual en movimiento (Ley de Lorentz)
  1. Diferencias entre fuerzas eléctricas y magnéticas
  2. El efecto Hall

4

## 1- Introducción. (Visión histórica)

- ◆ Magnetismo: Fenómeno conocido desde la antigüedad
  - Primer fenómeno magnético conocido: 800 a.c.: Piedras magnéticas que atraen el hierro. Fenómeno descubierto en una región de Asia Menor denominada Magnesia. Por ello las piedras en cuestión fueron denominadas Magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ).
  - La brújula es un instrumento magnético conocido desde antiguo y ampliamente utilizada en navegación.

# Polos del mismo tipo se repelen y de distinto tipo se atraen



### ANIMACIÓN INTERACTIVA:

<http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/magneticlines2/>

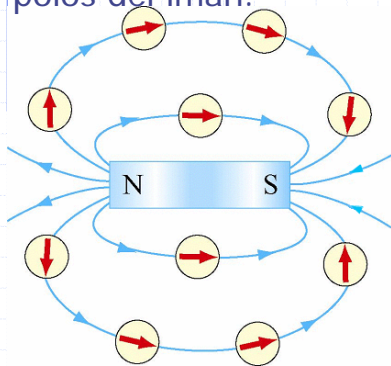
Imagen tomada de los apuntes de Tecnología Eléctrica.  
A. Pardina. 2º Diseño Industrial. EUITIZ

Vídeo: polos del mismo tipo se repelen...

Extracto tomado de "El universo mecánico y más allá".

# La orientación de las limaduras de hierro cerca de un imán.

Las limaduras de hierro se orientan como si se tratase de diminutas brújulas, apuntando a los polos del imán.

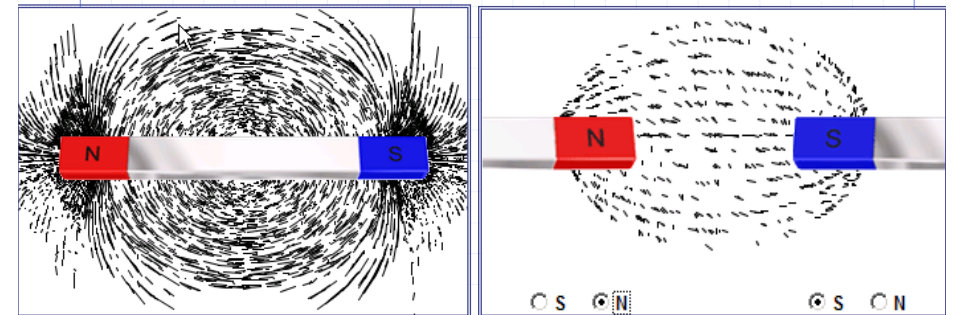


<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D>

Prácticas de Electricidad / Tipler, p. 786

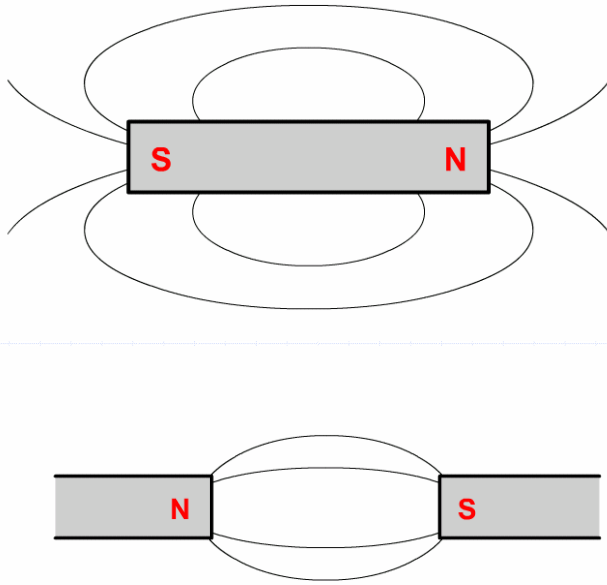


# Orientación de las limaduras de hierro



<http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/magneticlines/index.html>

<http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/magneticlines2/>



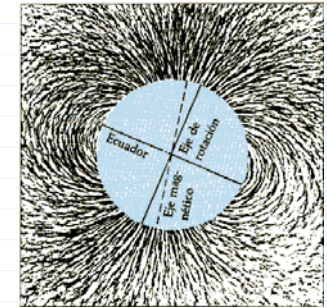
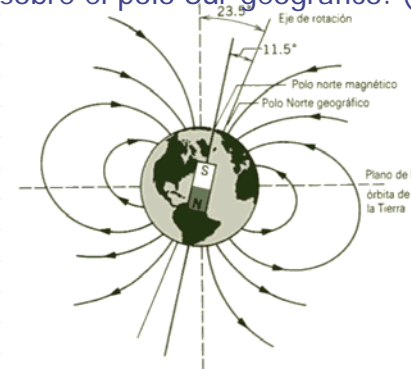
Sentido de B: sale del polo N y llega al polo S

<http://www.bbc.co.uk/schools/gcsebitesize/physics/electricity/electromagneticforcesrev2.shtml>

9

## La tierra vista como un gran imán

- Debido a la propiedad que tienen los polos de distinto tipo de atraerse entre sí, se deduce que la tierra que constituye un gran imán, tiene un Sur magnético situado sobre el polo Norte Geográfico y viceversa, un Norte magnético situado sobre el polo Sur geográfico. (W. Gilbert)



Resnick p. 248 / Tipler, p. 782

10

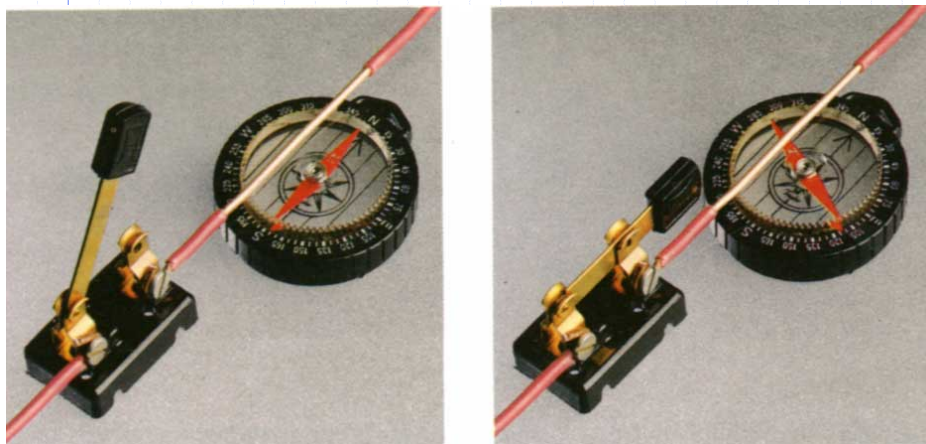


En principio se creía que el magnetismo y la electricidad eran independientes...

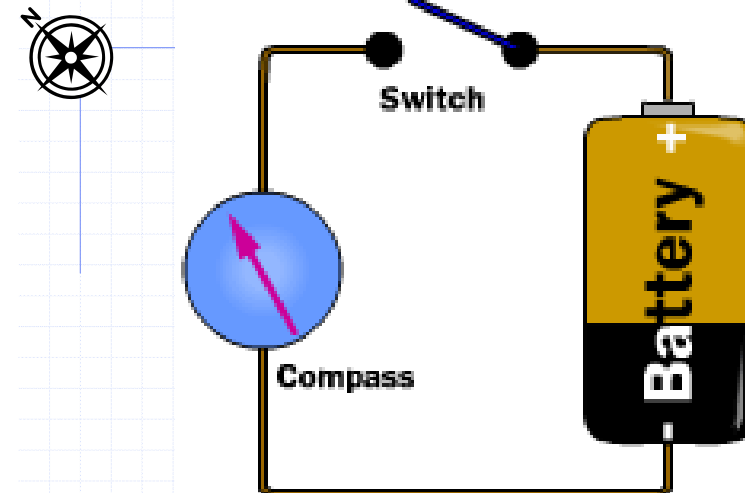
- Experimento de Oersted (1819): Tipler, p. 815



11



Una corriente eléctrica desvía una brújula

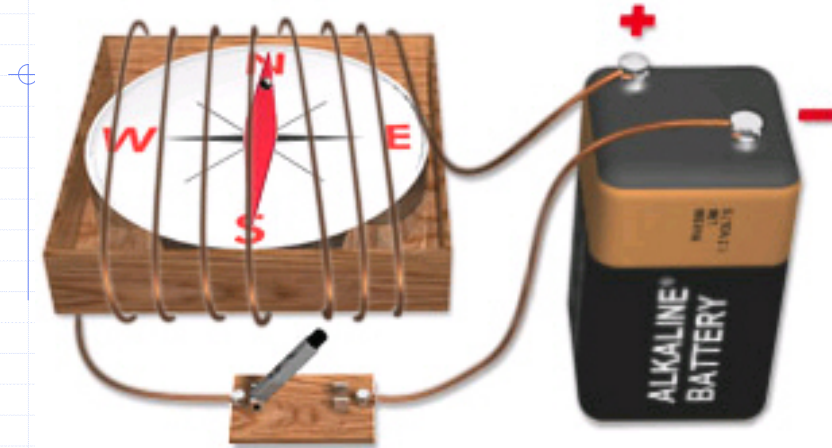


©2000 How Stuff Works

<http://electronics.howstuffworks.com/electromagnet4.htm>

12

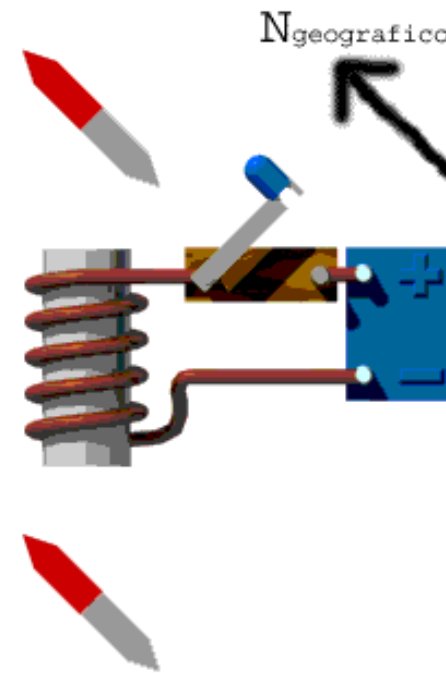
# Una corriente eléctrica desvía una brújula



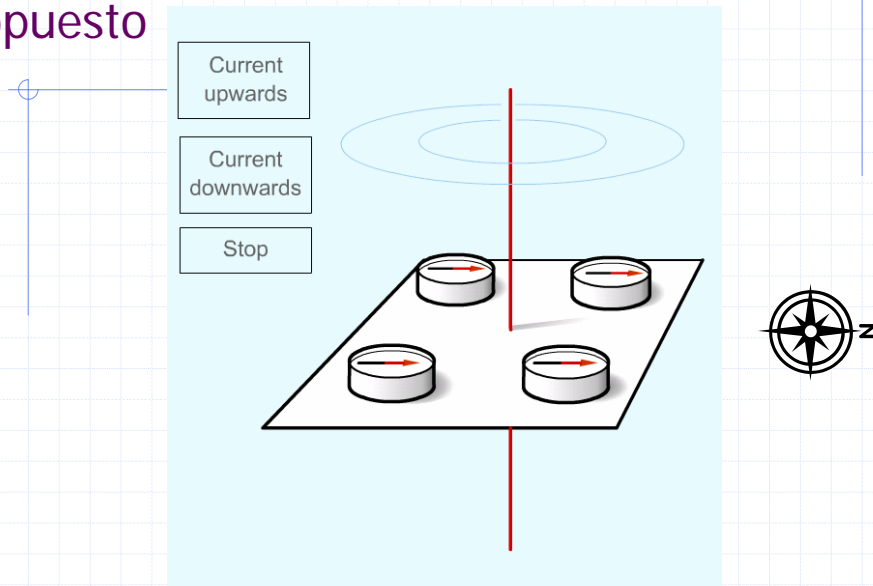
ANIMACIÓN INTERACTIVA:

<http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/compass/index.html>

# Electroimanes...

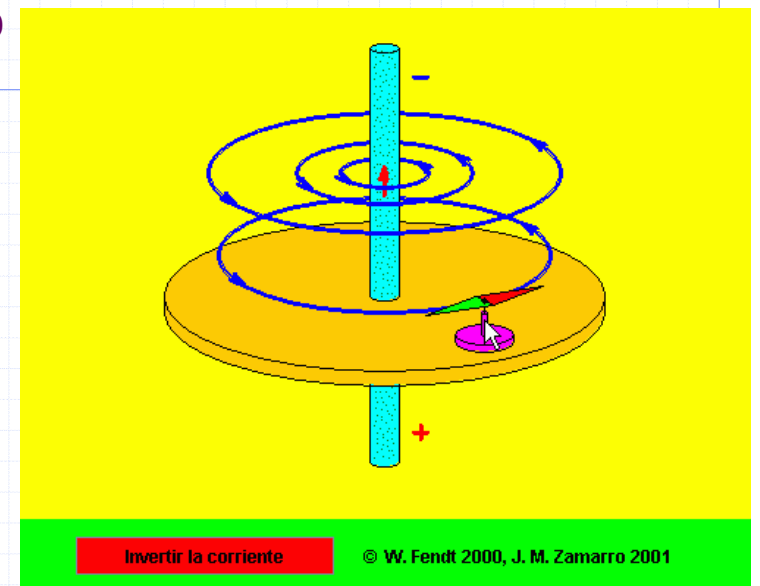


# Al invertir la corriente, $\vec{B}$ tiene sentido opuesto



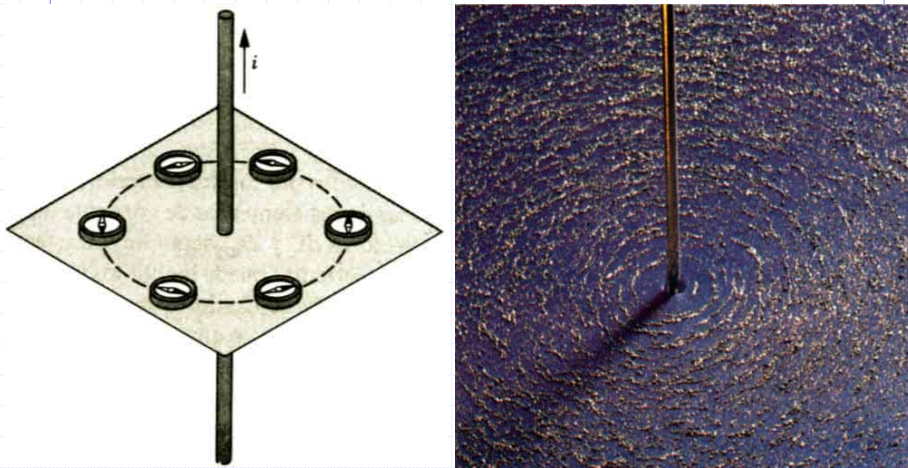
<http://www.bbc.co.uk/schools/gcsebitsize/physics/electricity/electromagneticforcesrev2.shtml>

# Al invertir la corriente, $\vec{B}$ tiene sentido opuesto



[http://www.walter-fendt.de/ph14s/mfwire\\_s.htm](http://www.walter-fendt.de/ph14s/mfwire_s.htm)

## Brújula cerca de un circuito → una corriente crea efecto magnético



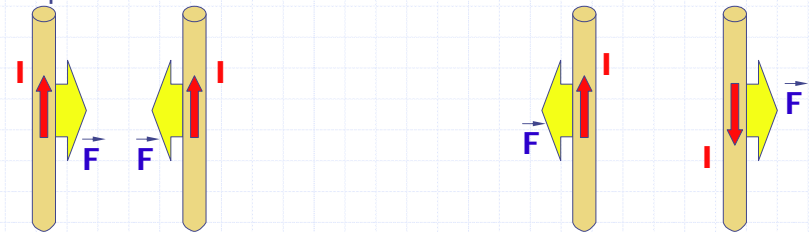
Resnick, p. 187 / Tipler p. 823

## Una corriente crea una fuerza (magnética) sobre otra corriente

### Experimento de André-Marie Ampère (1827):

Entre dos hilos rectos y largos, recorridos por corrientes  $I_a$  e  $I_b$  aparece una fuerza por unidad de longitud:

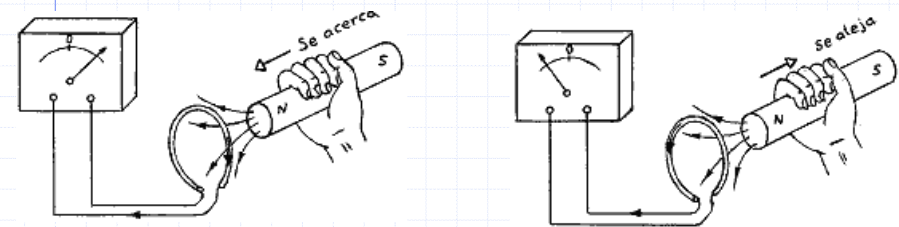
- Proporcional al producto de las intensidades
- Inversamente proporcional a la distancia
- Atractiva si las corrientes llevan la misma dirección y repulsiva si llevan dirección contraria.



## ¿Un imán puede crear una corriente?

### Ley de Inducción de Faraday (1831):

- Al mover un imán cerca de un circuito, se genera una corriente eléctrica



A. Pardina. Apuntes de Electricidad y Magnetismo. 1º Eléctricos. EUITIZ

## Vídeo: Magnetismo = cargas en movimiento

Extracto tomado de "El universo mecánico y más allá".



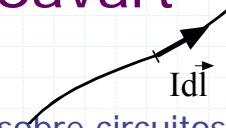
# Teoría actual del electromagnetismo

- ◆ La formulación actual se la debemos a James Clerk Maxwell (1873).
  - sigue siendo válida incluso después del descubrimiento de la física cuántica
  - predijo muchos fenómenos que en su momento parecían imposibles y cuando avanzó la tecnología se pudieron comprobar (teoría luz, ondas electromagnéticas...).
  - Innumerables aplicaciones del electromagnetismo: telecomunicaciones, distribución de energía, motores eléctricos, electrónica, procesos industriales...

# 2. La Ley de Biot y Savart

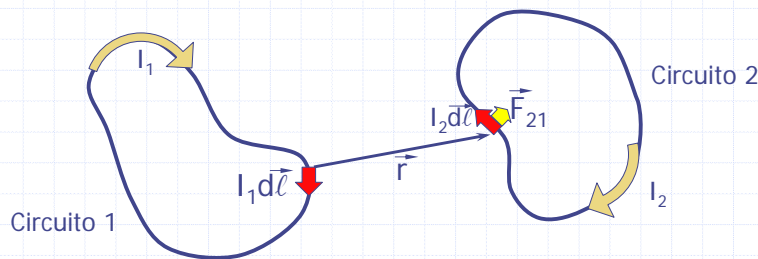
## ◆ Elementos de corriente

- La experimentación con fuerzas sobre circuitos con corrientes eléctricas llevó a concluir que eran los **elementos básicos de interacción**.
- Son **trozos** muy cortos (diferenciales) de **conductores** filiformes (hilo de sección despreciable respecto el resto de dimensiones del sistema) recorridos **por una corriente**.
- Módulo: Corriente mult por longitud del trozo =  $I|\vec{d\ell}|$
- Dirección: la del hilo conductor
- Sentido: el de la corriente  $\rightarrow I \vec{d\ell}$



## 2.1 Fuerza magnética entre elementos de corriente

◆ Se llegó a la siguiente fórmula experimental:



◆  $\vec{F}_{21}$  = fuerza sobre el elemento de corriente 2 debido al elto. 1

$$d\vec{F}_{21} = k_m (I_2 d\vec{\ell}) \times \left( \frac{I_1 d\vec{\ell} \times \vec{u}_r}{|\vec{r}|^2} \right) = (I_2 d\vec{\ell}) \times \left( k_m \frac{I_1 d\vec{\ell} \times \vec{u}_r}{|\vec{r}|^2} \right)$$

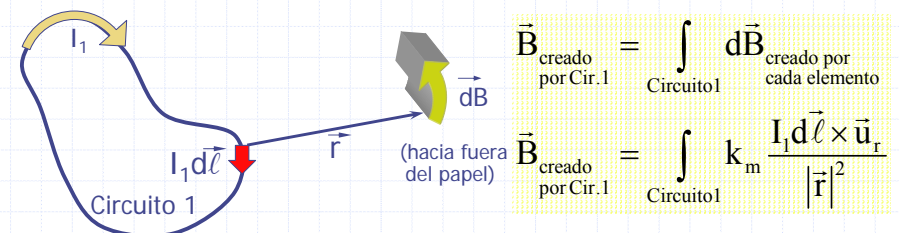
$$\Rightarrow d\vec{F}_{21} = (I_2 d\vec{\ell}) \times d\vec{B}_{\text{creado por el elemento 1 en la posición 2}}$$

## 2.2 El campo magnético

◆ Para simplificar los cálculos se utiliza el concepto de **campo magnético**.

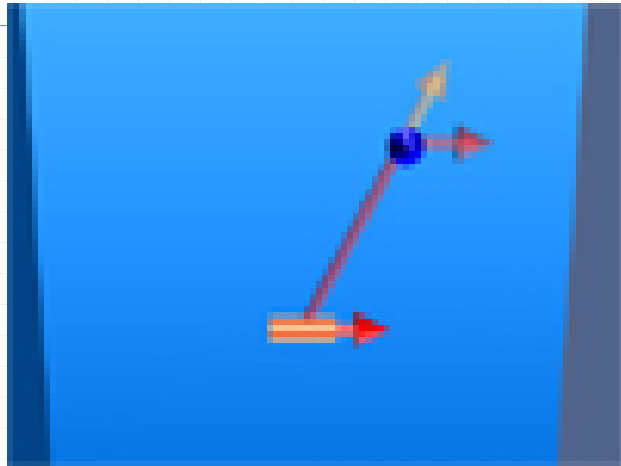
$$d\vec{B}_{\text{creado por el elemento 1 a una distancia } \vec{r}} = k_m \frac{I_1 d\vec{\ell} \times \vec{u}_r}{|\vec{r}|^2}$$

◆ En el ejemplo anterior, el circuito 1 produciría un campo magnético en su proximidad resultado de sumar la contribución de todos los elementos de corriente del circuito.



## Visualización interactiva de la ley de Biot y Savart

25



<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/magnetostatics/CurrentElement3d/CurrentElement3d.htm>

## Definición del campo magnético $\vec{B}$

26

◆ Denominamos a  $\vec{B}$  vector *campo magnético* o vector **densidad de flujo magnético** o vector **inducción de campo magnético**.

◆ Unidades S.I.:

$$[\vec{B}] = \frac{[\text{fuerza}]}{[\text{elemento corr.}]} = \frac{[\vec{F}]}{[I d\vec{\ell}]} = \frac{\text{N}}{\text{A m}} = \text{T} = \text{Tesla}$$

◆ Un Amperio es la intensidad de corriente eléctrica que ha de recorrer dos hilos rectilíneos e indefinidos, paralelos y separados 1 m, para que la fuerza de atracción por unidad de longitud entre ellos sea de  $2 \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$

## Observaciones:

27

◆ La constante magnética se suele expresar en función de la permeabilidad magnética:  $k_m = \frac{\mu_0}{4\pi}$

◆ ¡¡¡Cuidado con los productos vectoriales!!!

◆ La fuerza  $\vec{F}_{21}$  que experimenta el circuito 2 debido a la presencia del circuito 1 = suma de las fuerzas que experimenta cada elemento del circuito 2 debido a la presencia del 1.

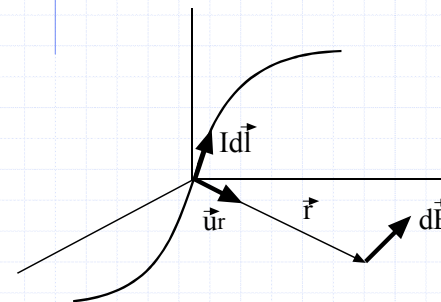
$$\vec{F}_{21} = \int_{\text{Circuito 2}} d\vec{F}_{\text{sobre cada elemento del circ. 2 debido al } \vec{B} \text{ del circ. 1}} = \int_{\text{Circuito 2}} I_2 d\vec{\ell} \times \vec{B}_{\text{creado por Cir. 1}}$$

## Resumiendo, para calcular la fuerza magnética $\rightarrow$ 1<sup>er</sup> paso

28

1. Dividimos el circuito en pequeños trozos (elementos de corriente) y calculamos el campo magnético  $d\vec{B}$  que crea cada elemento

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \times \vec{u}_r}{|\vec{r}|^2}$$



$\vec{u}_r$  es vector unitario que va del elemento de corriente al punto donde se calcula  $\vec{B}$ .

$\mu_0$  se denomina permeabilidad del vacío y su valor es:

$$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

## Cálculo de la fuerza magnética: 2º y 3º paso

2. Calculamos el campo magnético que crea el circuito 1 en el punto donde queremos calcular la fuerza.

$$\vec{B}_{\text{creado por circuito 1}} = \int_{\text{Circuito 1}} d\vec{B}_{\text{debido a cada trozo o elemento del circuito 1}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{Circuito 1}} \frac{I_1 d\vec{\ell} \times \vec{u}_r}{|\vec{r}|^2}$$

3. Calculamos la fuerza de origen magnética sobre cada "trozo" o elemento del circuito 2 multiplicando **vectorialmente**  $I_2 d\vec{\ell} \times \vec{B}_1$

$$\vec{F}_{21} = \int_{\text{Circuito 2}} d\vec{F}_{\text{sobre cada elemento del circ. 2 debido al B del circ. 1}} = \int_{\text{Circuito 2}} I_2 d\vec{\ell} \times \vec{B}_{\text{creado por Cir. 1}}$$

## 2.2.1 Comparación del campo eléctrico $\vec{E}$ y el magnético $\vec{B}$

### ◆ Analogías

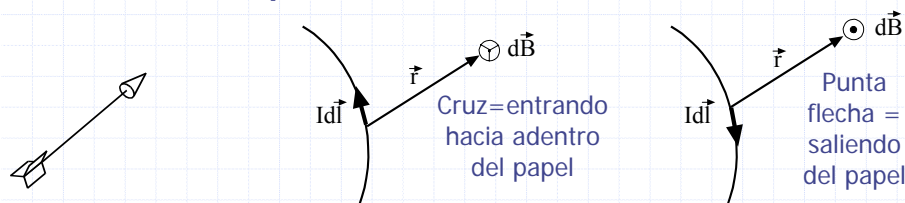
- En ambos casos los campos decrecen con el cuadrado de la distancia.
- El elemento de corriente  $I d\vec{\ell}$  juega en  $\vec{B}$  el mismo papel que el elemento de carga  $dq$  en  $\vec{E}$
- La cte  $\frac{\mu_0}{4\pi}$  juega en  $\vec{B}$  el mismo papel que  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  en  $\vec{E}$

### ◆ Diferencias

- Una  $q$  crea un campo  $\vec{E}$  que es paralelo a  $\vec{r}$  ( $\vec{E} \parallel \vec{r}$ ) ( $\vec{r}$  = elemento  $\rightarrow$  punto de cálculo) mientras que una corriente  $I$  crea  $\vec{B}$  es perpendicular a  $\vec{r}$  ( $\vec{B} \perp \vec{r}$ )
- Mientras que el elemento de carga  $dq$  es un **escalar**, el elemento de carga  $I d\vec{\ell}$  es un **vector**

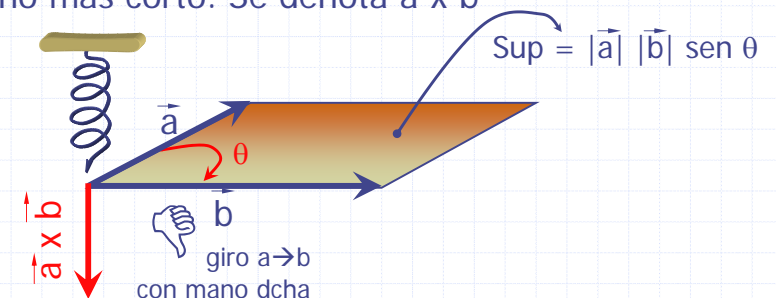
## 2.2.2 Repaso sobre vectores. Representación de vectores 3D en papel

- ◆ A veces puede resultar complicado dibujar en el plano vectores de tres dimensiones, como en el caso del campo magnético  $\vec{B}$  o de elementos de corriente  $I_1 d\vec{\ell}$ .
- ◆ Para ello el convenio utilizado es representar los vectores mediante flechas, de tal modo que si **salen** del plano del **papel veremos su punta**, o si **entran** al plano del papel veremos su **aspa**.



## Recordatorio: el producto vectorial $\vec{a} \times \vec{b}$

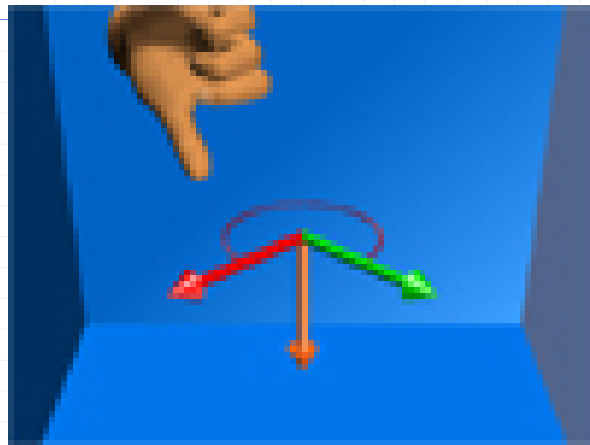
- ◆ El producto vectorial de dos vectores  $a$  y  $b$  es otro vector, cuyo módulo es el área del paralelogramo formado por  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$ , su dirección perpendicular al plano formado por  $a$  y  $b$  y sentido el de avance de un tornillo que gira del primero al segundo por el camino más corto. Se denota  $\vec{a} \times \vec{b}$





## Visualización interactiva del producto vectorial

33

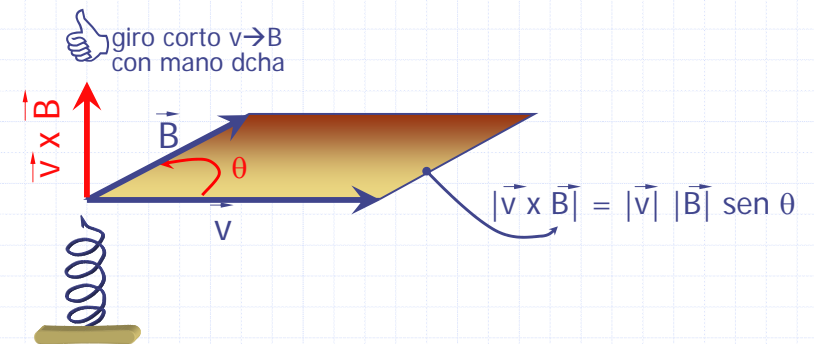


<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/vectorfields/CrossProduct/CrossProduct.htm>

## Ejemplo 1: calcular el producto vectorial de $\vec{v} \times \vec{B}$

34

- ◆ Vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$  en el plano horizontal

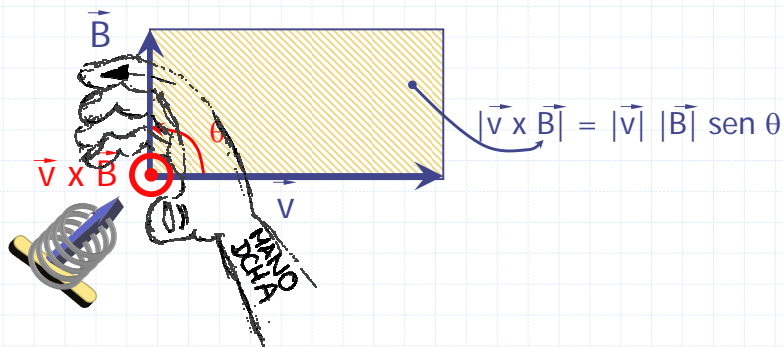


Tipler, p. 783

## Ejemplo 2: calcular el producto vectorial de $\vec{v} \times \vec{B}$

35

- ◆ Vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$  en el plano vertical



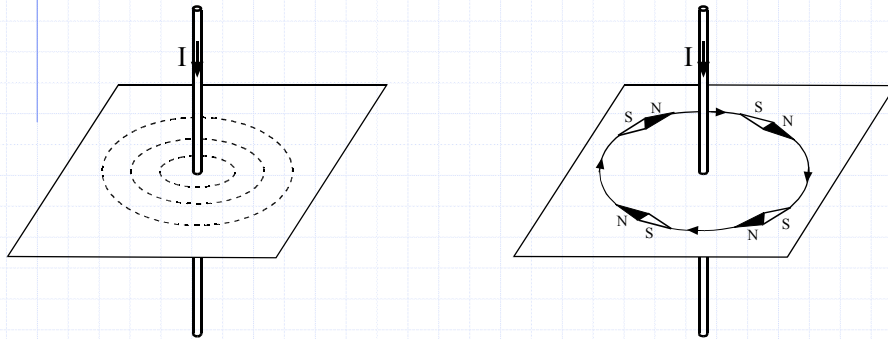
## Representación del campo magnético

36

- ◆ Las líneas de  $\vec{E}$  indican la dirección de la fuerza sobre una carga positiva.
- ◆ Las líneas de  $\vec{B}$  indican en cada punto del espacio la orientación de una pequeña barra imantada libre de moverse (brújula, limaduras de hierro).
- ◆ Apuntan en la **dirección del polo norte** de la varilla imantada.
- ◆ Se conoce por polo Norte de un imán el que apunta en la dirección del norte geográfico cuando se coloca en situación libre de girar
  - Suele ser el lado pintado en negro o rojo en una brújula

# Obtención práctica del campo magnético alrededor de un cable

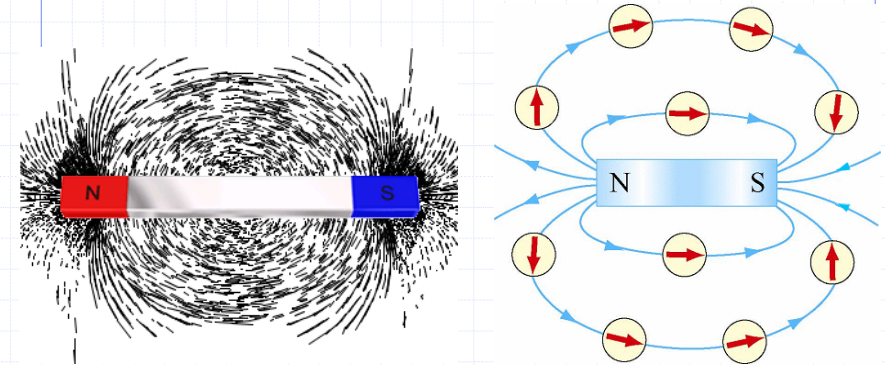
- a) Espolvoreando limaduras
- b) Con una brújula



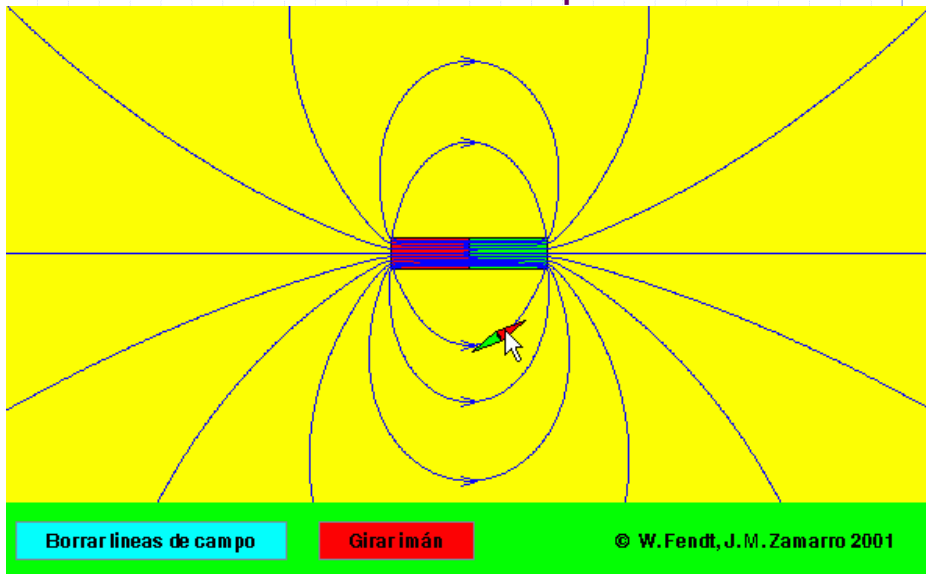
A. Pardina. Tecnología Eléctrica . 2º Diseño. Tema 6

# Obtención práctica del campo magnético (lo haremos en la práctica 5)

- a) Espolvoreando limaduras
- b) Moviendo una brújula



# Líneas de $\vec{B}$ creadas por un imán

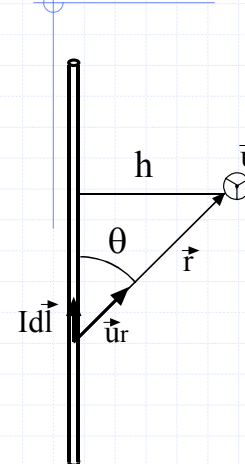


© W. Fendt, J.M. Zamorro 2001

[http://www.walter-fendt.de/ph14s/mfbar\\_s.htm](http://www.walter-fendt.de/ph14s/mfbar_s.htm)

## 2.4 Cálculo magnético de circuitos sencillos (utilizando Biot-Savart)

### 2.4.1 Campo $\vec{B}$ creado por un cable rectilíneo $\infty$



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \cdot \text{Sen}\theta \vec{u}}{r^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \cdot r \cdot \text{Sen}\theta \vec{u}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \cdot h \vec{u}}{r^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I h}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dl}{(l^2 + h^2)^{3/2}} \vec{u} = \frac{\mu_0 I h}{4\pi} \frac{1}{h^2} \left[ \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}} \right]_{-\infty}^{\infty} \vec{u}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} [1 - (-1)] \vec{u} = \frac{\mu_0 I}{2\pi h} \vec{u}$$

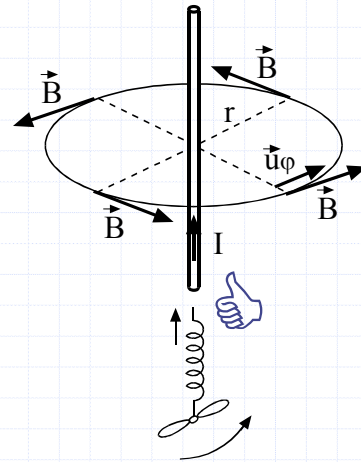
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\phi$$

$\vec{u}_\phi$  representa el vector unitario tangente a la circunferencia en cualquier punto

## Un cable crea líneas de campo circulares alrededor de él

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\phi$$

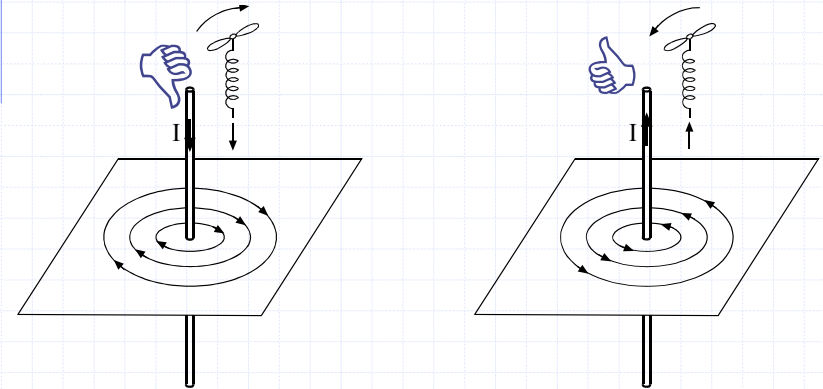
$\vec{u}_\phi$  representa el vector unitario tangente a la circunferencia en cualquier punto  
 $\vec{u}_\phi =$  dirección **angular**



A. Pardina. Tecnología Eléctrica . 2º Diseño. Tema 6

## Sentido del campo creado por un cable rectilíneo según la dirección de la corriente

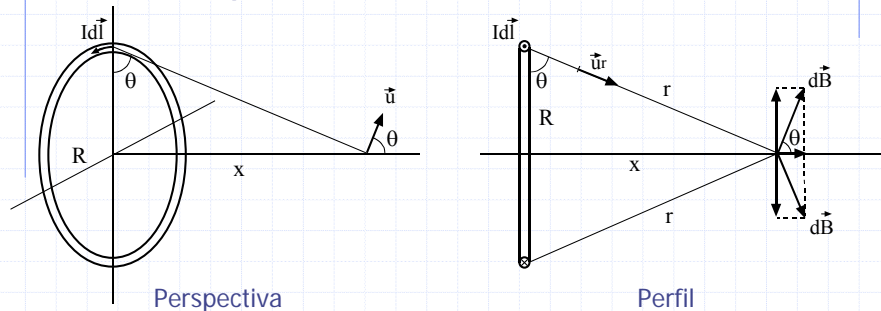
- Sentido giro para que el sacacorchos avance en la misma dirección que la corriente.
- Dirección dedos en mano derecha, de forma que el pulgar apunte en la dirección de la corriente



A. Pardina. Tecnología Eléctrica . 2º Diseño. Tema 6

## 2.4.2 $\vec{B}$ creado por una espira circular en puntos de su eje

### 1. $d\vec{B}$ creado por un elemento de corriente:



El campo magnético  $d\vec{B}$  tiene dirección perpendicular a cada  $\vec{r}$ , pero si tomamos los elementos de corriente de dos en dos, la **suma vectorial** da una resultante en el eje de la espira.

A. Pardina. Tecnología Eléctrica . 2º Diseño. Tema 6

## Campo magnético en el eje de una espira



<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/magnetostatics/RingMagInt/RingMagIntegration.htm>

## Cálculo del $\vec{B}$ de una espira en su eje

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \times \vec{u}_r}{|\vec{r}|^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\ell}{r^2} \vec{u}_r \quad (\vec{d\ell} \text{ y } \vec{u}_r \text{ son perpendiculares entre sí)} \quad dB_x = |d\vec{B}| \cos\theta$$

Las componentes verticales de campo se anulan y solo se suman las componentes horizontales

$$B_x = \int_{\text{espira}} dB_x = \int_{\text{espira}} |d\vec{B}| \cos\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\text{espira}} \frac{d\ell}{r^2} \cos\theta \quad \text{donde } \cos\theta = \frac{R}{r}$$

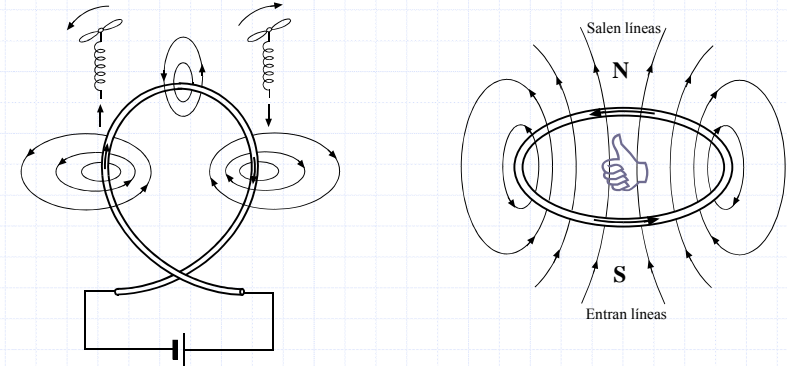
$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\text{espira}} \frac{R d\ell}{r^3} \quad \text{donde } r = |\vec{r}| = \sqrt{R^2 + x^2}$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3} \int_{\text{espira}} d\ell \quad |\vec{r}| \text{ no varía en módulo (generatriz de cono de revolución)}$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3} 2\pi R = \frac{\mu_0 I R^2}{2 r^3} \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \vec{u}_x$$

## Sentido del $\vec{B}$ creado por la espira

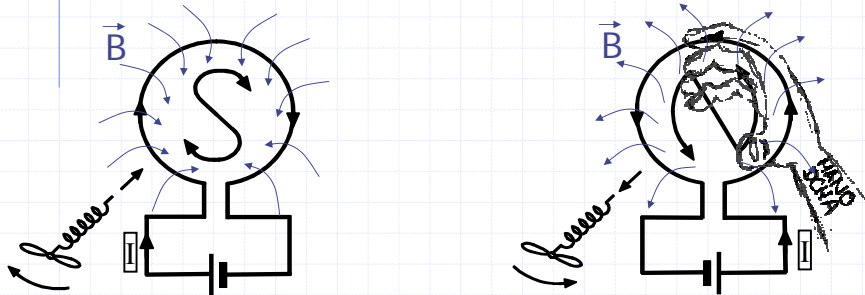
- Una espira se puede considerar como pequeños trozos de conductores rectilíneos y podremos ir aplicando la regla del sacacorchos para obtener el sentido de las líneas de campo resultante.



A. Pardina. Tecnología Eléctrica . 2º Diseño. Tema 6

## Cara Norte y Sur de una espira

- Al ser las líneas de campo magnético cerradas sobre sí mismas, por una cara de la espira **entran** líneas, originando un **Sur** y por la otra **salen** originando un **Norte**.



A. Pardina. Tecnología Eléctrica . 2º Diseño. Tema 6

## Campo magnético en un punto fuera del eje de una espira



<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/magnetostatics/RingMagField/RingMagFieldFullScreen.htm>

# 3. La Ley de Ampère

- La circulación del campo magnético a lo largo de una trayectoria cerrada en vacío es proporcional a la corriente total que abraza esa trayectoria. La constante de proporcionalidad es la permeabilidad del vacío  $\mu_0$ .

$$\oint_{\text{Curva cerrada}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{abrazada por la curva}} = \mu_0 I_{\text{atraviesa superficie}}$$

$$\oint_{\text{Curva cerrada}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \int_{\text{Superficie delimitada por la curva}} \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

A. Pardina

[Hoja sobre la aplicación de Ampere](#)

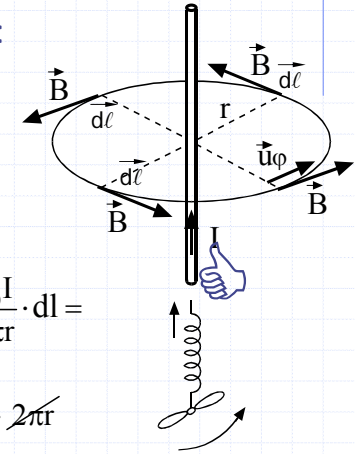
## Comprobación para la circulación alrededor de un cable recto $\infty$

- En el apartado 2.4.1 obtuvimos:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\phi$$

- Calculamos su circulación a través de la curva de la figura (círculo de radio r)

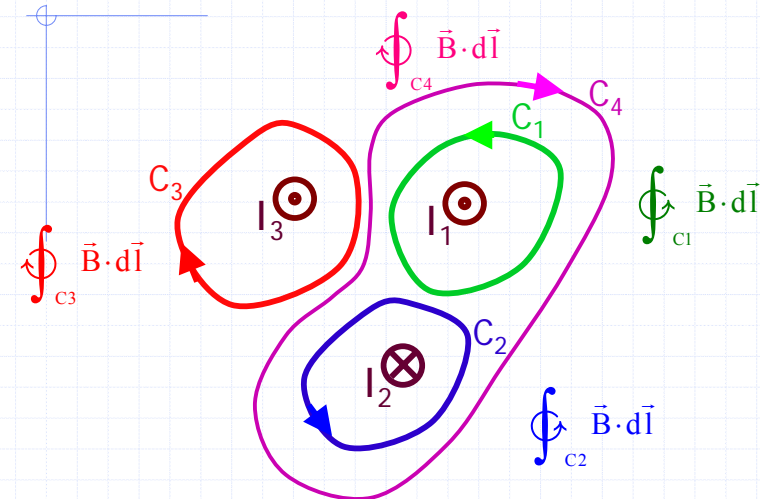
$$\begin{aligned}
 \oint_{\text{Círculo radio}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} &= \oint_{\text{Círculo radio}} B \cdot dl = \oint_{\text{Círculo radio}} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot dl = \\
 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint_{\text{Círculo radio}} dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot \ell_{\text{círculo de radio}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot 2\pi r \\
 &= \mu_0 I = \mu_0 I_{\text{abrazada por C}}
 \end{aligned}$$



## Observaciones sobre Ampère

- Permite calcular  $\vec{B}$  en problemas con gran simetría (análogo a la ley de Gauss para el cálculo de  $\vec{E}$ ).
- La Ley de Ampere es una forma alternativa a la ley de Biot y Savart (análogamente, decíamos que la Ley de Gauss y Coulomb eran equivalentes).
- Sólo es válida para condiciones estacionarias de corriente y vacío.
- Sólo hay que considerar las corrientes que atraviesan la sup. limitada por la trayectoria.

## Ejercicio: cálculo de la circulación de $\vec{B}$ a través de varias trayectorias.



¡¡Hay que considerar las corrientes con su signo adecuado!!

## Más observaciones sobre Ampère

### ◆ Convenio de signos:

- Se elige un sentido para recorrer la trayectoria de Ampère.
- El sentido de avance de un tornillo que gira en la dirección de la circulación elegida es el positivo para  $I$  (también se puede utilizar la mano dcha).

◆ En general,  $\oint_{\text{tray. C}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \not\Rightarrow \vec{B}_{\text{puntos de la línea C}} = \text{cte} = \vec{0}$

Salvo que podamos utilizar argumentos adicionales, sólo podemos asegurar  $\oint_{\text{tray. C}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow I_{\text{neta que atraviesa la trayectoria C}} = 0$

◆ Ampère permite calcular simplificadaamente  $B$ , a condición de que el problema tenga simetría suficiente.

## Vídeo de la Ley de Ampere

Extracto tomado de "El universo mecánico y más allá".

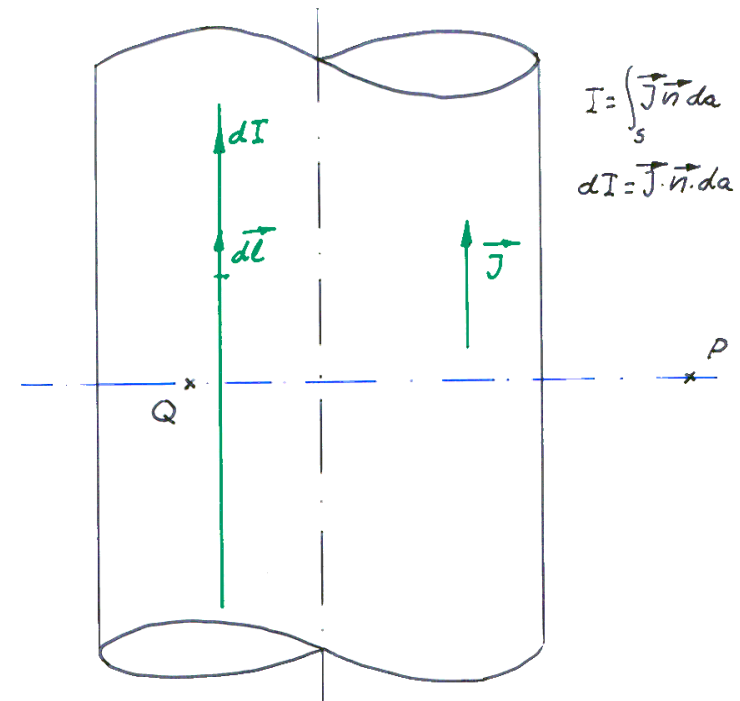
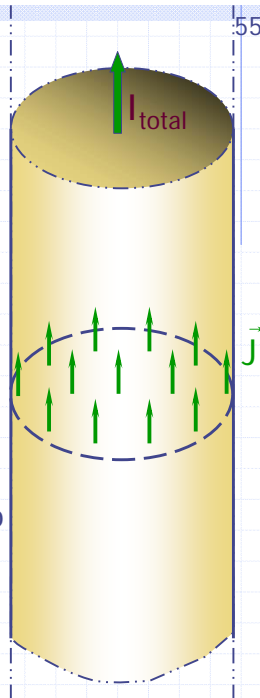


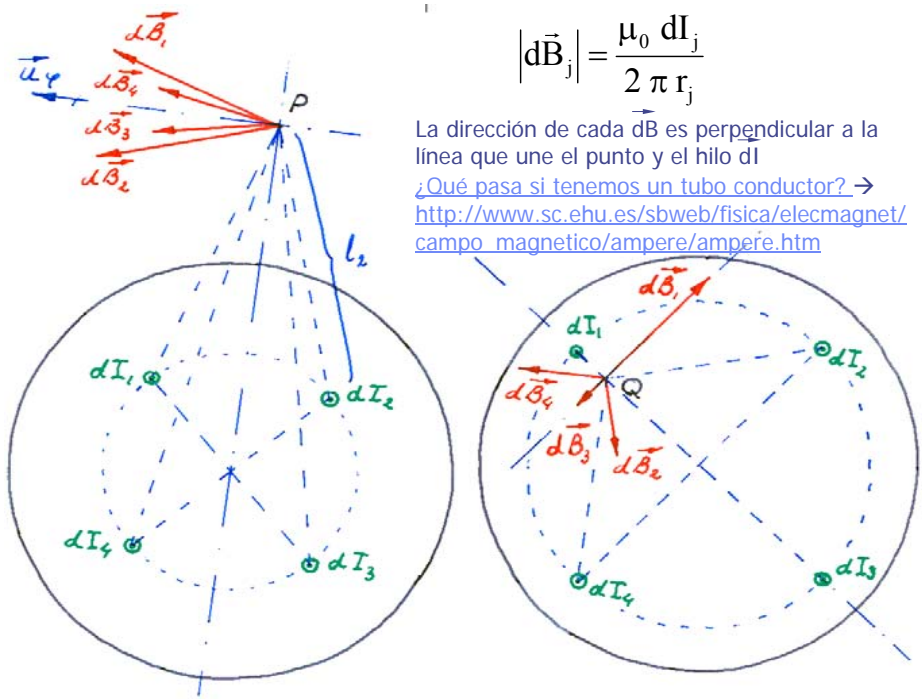
experimento

## Problema: Conductor cilíndrico macizo $\infty$

### 1. Estudio de simetría

- ◆ Suponemos que la corriente se reparte uniformemente.
- ◆ Teniendo en cuenta el campo  $B$  calculado antes para un hilo  $\infty$  y dividiendo el volumen en hilos de corriente obtengo que:
  - $\vec{B}$  no depende de ni de  $z$  ni de  $\varphi$ , la distancia al eje del conductor es el único parámetro geométrico relevante
    - $\rightarrow \vec{B} = \vec{B}(r)$
  - $\vec{B}(r)$  tiene dirección angular
    - $\rightarrow \vec{B}(r) = B(r)\vec{u}_\varphi$





## 2. Cálculo de la circulación de $\vec{B}$

- Eligo una trayectoria de Ampere circular, con centro en el eje del cilindro. Tomo el mismo sentido de circulación que el giro de las líneas de  $\vec{B} \Rightarrow \vec{B} \parallel d\vec{\ell}$

$$\oint_{\text{Círculo de radio } r} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint_{\text{Círculo de radio } r} B \cdot d\vec{\ell} = B \oint_{\text{Círculo de radio } r} d\ell = B \ell_{\text{círculo de radio } r} = B \cdot 2\pi r$$

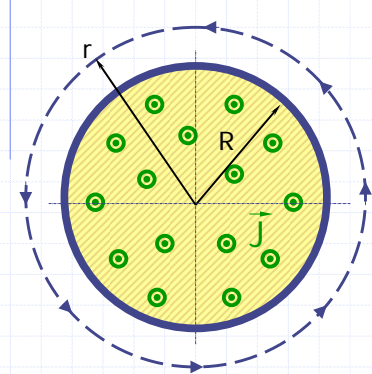
## 3. Cálculo de la $I_{\text{abrazada}}$

- Suponemos que la corriente se reparte uniformemente  $\vec{J} = \frac{I_{\text{total}}}{S_{\text{sección transversal}}} \vec{u}_z = \frac{I_{\text{total}}}{\pi R^2} \vec{u}_z$  (R = radio del conductor)
- El cálculo de la I que atraviesa el área limitada por la trayectoria hay que distinguir si el círculo está dentro o fuera del cable

## 3. Cálculo de la $I_{\text{abrazada}}$

Región exterior ( $r > R$ )

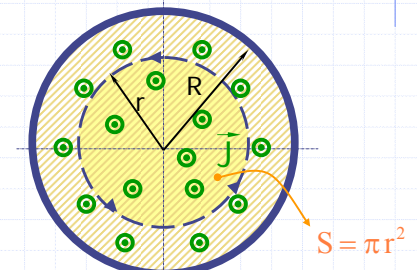
$I_{\text{que atraviesa}} = +I_{\text{total}}$



(Vista en planta)

Región interior ( $r < R$ )

$I_{\text{que atraviesa}} \neq I_{\text{total}}$



$$I_{\text{abrazada}} = \int_{\text{círculo } r} \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_{\text{círculo } r} J \cdot dS = \int_{\text{círculo } r} J \cdot \pi r^2 = J \pi r^2 = I_{\text{total}} \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = I_{\text{total}} \frac{r^2}{R^2}$$

## 4. Cálculo de B (utilizando $\oint_{\text{Curva cerrada}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{abrazada por la curva}}$ )

Región exterior ( $R > r$ )

$$B 2\pi r = \mu_0 I_{\text{total}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I_{\text{total}}}{2\pi r} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I_{\text{total}}}{2\pi r} \vec{u}_\phi$$

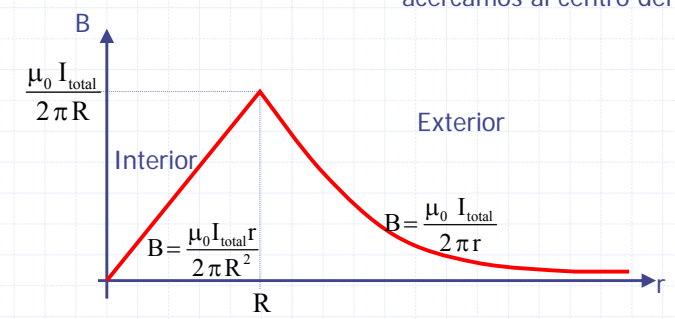
(exterior  $\rightarrow$  igual que un hilo fino)

Región interior ( $r < R$ )

$$B 2\pi r = \mu_0 I_{\text{total}} \frac{r^2}{R^2}$$

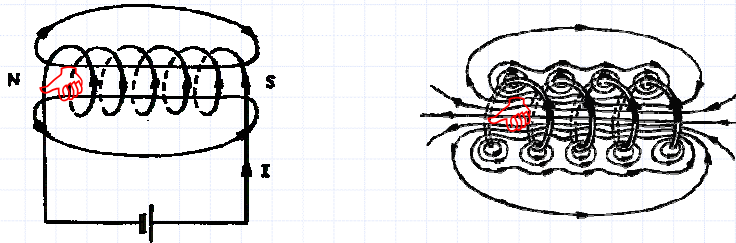
$$B = \frac{\mu_0 I_{\text{total}} r}{2\pi R^2} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I_{\text{total}} r}{2\pi R^2} \vec{u}_\phi$$

(interior  $\rightarrow$  disminuye conforme nos acercamos al centro del cable)



## Calcular $\vec{B}$ creado por varias espiras $\rightarrow$ superposición del $\vec{B}$ de cada espira

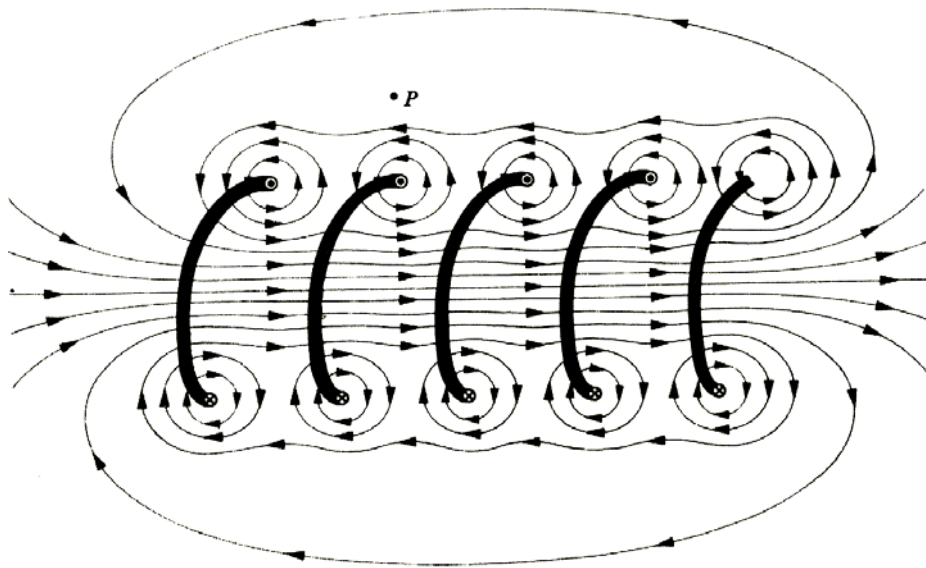
- ◆ Un **solenoid** está constituido por un hilo conductor arrollado estrechamente en forma de hélice. Por lo tanto puede considerarse como una serie de **N espiras** idénticas situadas **unas junto a otras**.
- ◆ Un solenoide se utiliza para producir un campo magnético intenso y uniforme en la región rodeada por sus espiras.



**Animación: superposición de espiras** (Curso de física. A. Franco)  
<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/magnetico/cMagnetico.html>

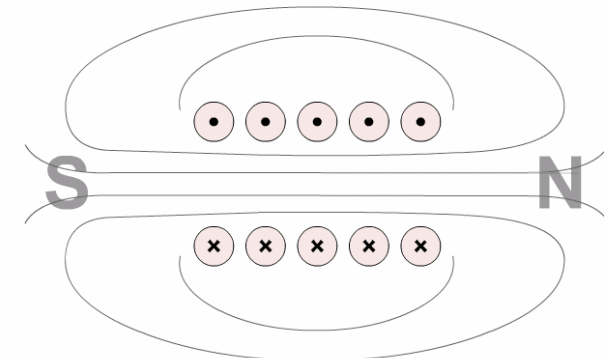
## Campo creado por un solenoide.

<http://web.mit.edu/8.021/www/802TEAL3D/visualizations/magnetostatics>



Campo creado por cinco espiras de corriente (sección)  
 Extraída de Resnick Halliday 4ª Ed., Vol. 2 Cap. 35, p. 197.

## Solenoid: superposición de espiras



- Wire with current coming towards you.
- × Wire with current going away from you.

<http://www.bbc.co.uk/schools/gcsebitesize/physics/electricity/electromagneticforcesrev2.shtml>

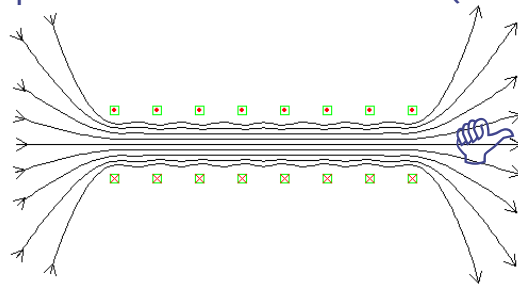


## Problema: Solenoide $\infty$ recto

- Para calcular  $\vec{B}$  analíticamente, lo más directo es aplicar Ampère.
- Para un solenoide de longitud pequeña, o para calcular el  $\vec{B}$  en los extremos del mismo, hay que aplicar superposición. Esto lo veremos en la primera práctica de magnetismo.

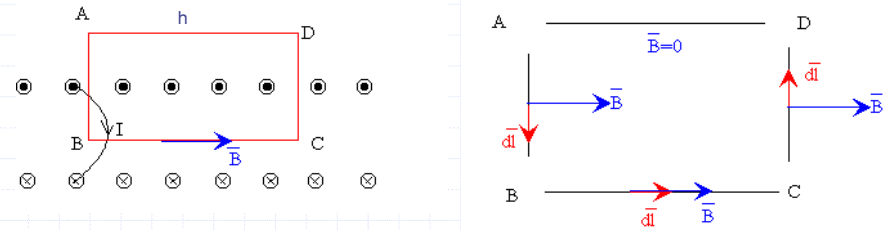
### 1. Estudio de simetría

- El campo  $\vec{B}$  en el interior del solenoide es axial
- El campo  $\vec{B}$  en el exterior es nulo (caso ideal longitud  $L \rightarrow \infty$ )



## 2. Cálculo de la circulación de $\vec{B}$

- Elijo una trayectoria de Ampere circular, con centro en el eje del cilindro. Tomo el mismo sentido de circulación que  $\vec{B}$  en el interior del solenoide

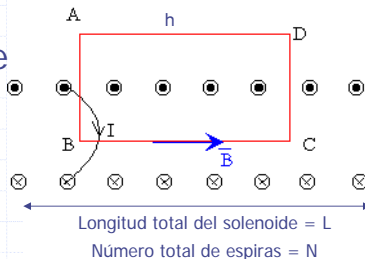


$$\oint_{\text{Rectángulo ABCD}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_D^A \vec{B} \cdot d\vec{l} =$$

$$= \int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_B^C B \cdot dl = B \int_B^C dl = B \cdot h$$

## 3. Cálculo de la $I_{\text{abrazada}}$

- Defino el  $n^\circ$  de espiras por unidad de longitud  $n = N/L$
- En el tramo de solenoide de longitud  $h$  que corta la trayectoria tomada el  $n^\circ$  de espiras es:  $n \cdot h$



$n^\circ$  espiras abrazadas por la trayectoria =

$$= \frac{n^\circ \text{ espiras}}{\text{por unidad de longitud}} \cdot \text{longitud trayectoria} = n \cdot h$$

$I_{\text{abrazada}} = n^\circ \text{ espiras} \cdot I_{\text{que circula por el cable}} = n \cdot h \cdot I$

## 4. Cálculo de $\vec{B}$ (utilizando $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{abrazada por la trayectoria cerrada}}$ )

Región interior:  $B h = \mu_0 I_{\text{abrazada}} = \mu_0 n h I$

$B = \mu_0 n I$

(Por otros criterios hemos deducido que en el exterior  $B \sim 0$ )

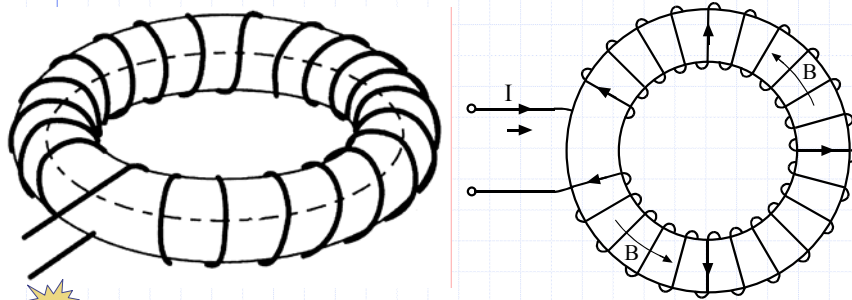
### Observaciones

- $\vec{B}$  es constante en el interior del solenoide
- Sólo depende de la  $I$ , *no* del *radio* del solenoide ni de su longitud
  - En la práctica se colocan varias capas de bobinado para obtener mayor densidad longitudinal de espiras  $n$ .
- Este resultado tb se puede obtener aplicando superposición

## Toroide (bobina con núcleo circular)

- Es como un solenoide doblado sobre sí mismo, de forma que su eje pasa a ser una línea recta a una circunferencia.

Bobinado con espiras muy juntas y uniformemente distribuidas, siendo su nº total N. Por ellos circula una intensidad I.



experimento

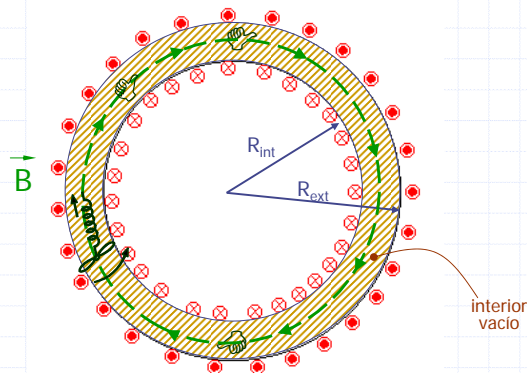
A. Usón. Problemas de Electricidad. A. Pardina. Tecnología industrial

## Vídeo: B creado por un hilo, solenoide y toroide

Extracto tomado de "El universo mecánico y más allá"

### 1. Estudio de la geometría

- Utilizando la idea geométrica de tomar el toroide como un solenoide doblado, puede concluirse por analogía, que el campo  $\vec{B}$  deberá tener dirección angular.
- El sentido se obtendrá aplicando la regla del tornillo o mano.
- Para un  $r = \text{cte}$  dado,  $\vec{B}$  debe ser constante en módulo.



### 2. Cálculo de la circulación de $\vec{B}$

- Elijo una trayectoria circular concéntrica de radio  $r$ .
- Tomo el sentido de circulación que coincida con el giro de las líneas de  $\vec{B}$  en el interior del toroide, según la regla del tornillo  $\vec{B} \parallel d\vec{\ell}$

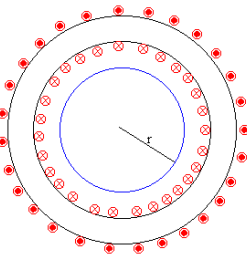
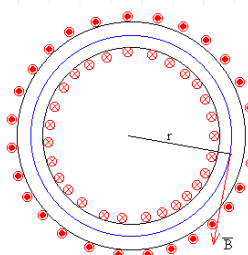
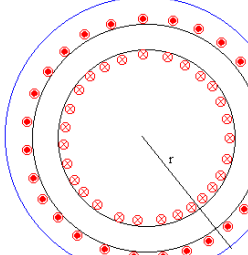
$$\oint_{\text{Círculo de radio } r} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint_{\text{Círculo de radio } r} B \cdot d\ell = B \oint_{\text{Círculo de radio } r} d\ell = B \ell_{\text{círculo de radio } r} = B \cdot 2\pi r$$

### 3. Cálculo de la $I_{\text{abrazada}}$

Hay que diferenciar tres rangos para el radio

- $0 < r < R_{\text{int}} \rightarrow$  no corta ninguna espira
- $R_{\text{int}} < r < R_{\text{ext}} \rightarrow$  corta **todas** las espiras del toroide
- $R_{\text{ext}} < r < \infty \rightarrow$  corta **dos veces** todas las espiras

### 3. Cálculo de la $I_{abrazada}$

$r < R_{int}$ $I_{abrazada} = 0$	$R_{int} < r < R_{ext}$ $I_{abrazada} = NI$	$R_{ext} < r$ $I_{abrazada} = NI - NI$ $I_{abrazada} = 0$
		

Curso de física. A. Franco

### 4. Cálculo de $\vec{B}$ (utilizando $\oint_{\text{Trayectoria cerrada}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{abrazada \text{ por la trayectoria}}$ )

◆ Región interior ( $R_{int} < r < R_{ext}$ ):

$$B 2\pi r = \mu_0 I_{abrazada} = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \vec{u}_\phi$$

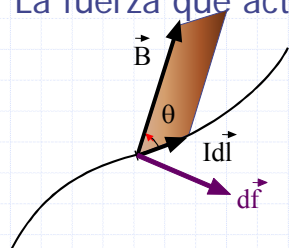
En el resto del espacio  $B = 0$

#### Observaciones

- ◆ Sólo hay campo magnético entre los radios  $R_{int}$  y  $R_{ext}$
  - ◆  $\vec{B}$  varía en el interior del solenoide.  $B \neq cte.$
  - ◆  $\vec{B}$  *no* depende del *radio* interior o exterior, sólo del número total de vueltas y de la intensidad.
- ➔ En la práctica se colocan varias capas de bobinado

### 4. Fuerzas y pares de fuerzas magnéticas sobre circuitos portadores de corriente

- ◆ Cuando un conductor que transporta una corriente eléctrica está inmerso en un campo magnético, se ejercen fuerzas magnéticas sobre los electrones en movimiento dentro del conductor. Estas fuerzas se transmiten al mismo y por lo tanto el conductor en su conjunto experimenta una fuerza.
- ◆ La fuerza que actúa sobre cada elemento  $I \cdot d\vec{\ell}$  es:



$$d\vec{f} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

Fuerza total sobre el conductor

$$\vec{f} = \int_{\text{Conductor}} d\vec{f} = \int_{\text{Conductor}} I d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

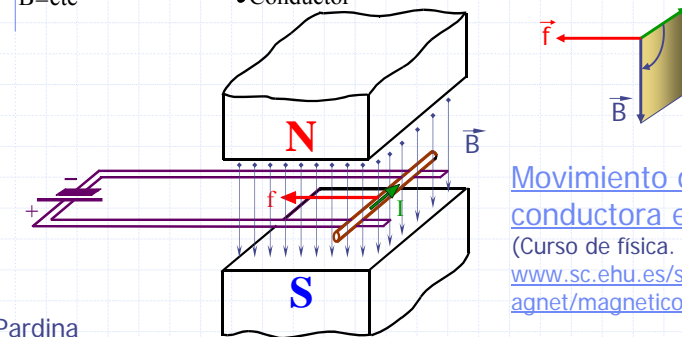
A. Pardina

### Ejemplo: Un conductor rectilíneo moviéndose en un campo $\vec{B} = cte$ perpendicular

◆ Fuerza total sobre el conductor:

$$\vec{f} = \int_{\text{Conductor}} d\vec{f} = \int_{\text{Conductor}} I d\vec{\ell} \times \vec{B} = \int_{\text{Conductor}} I d\ell B \text{ sen } \frac{\pi}{2} \vec{u}_{Id\vec{\ell} \times \vec{B}} =$$

$$= I B \vec{u}_{Id\vec{\ell} \times \vec{B}} \int_{\text{Conductor}} d\ell = I \cdot L \cdot B \vec{u}_{Id\vec{\ell} \times \vec{B}}$$



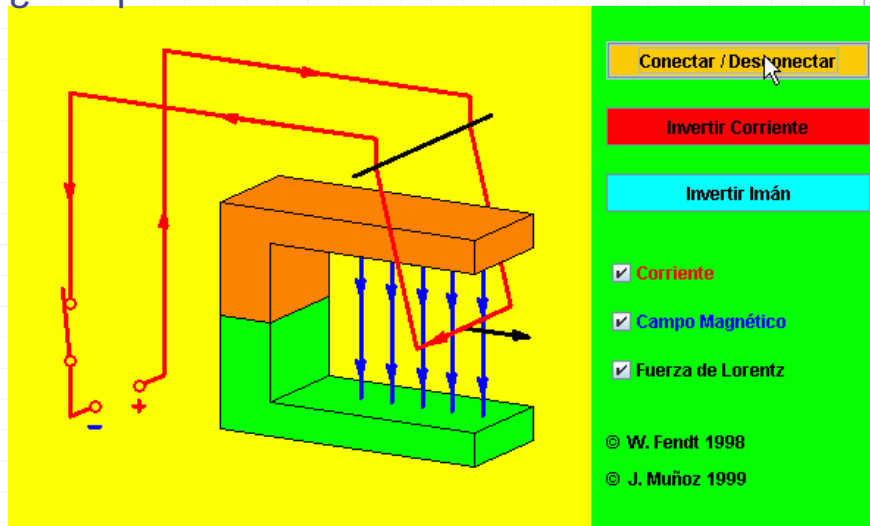
Movimiento de una varilla conductora en un  $\vec{B} = cte$

(Curso de física. A. Franco)  
[www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnetico/magnetico/varilla/varilla.htm](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnetico/magnetico/varilla/varilla.htm)

A. Pardina

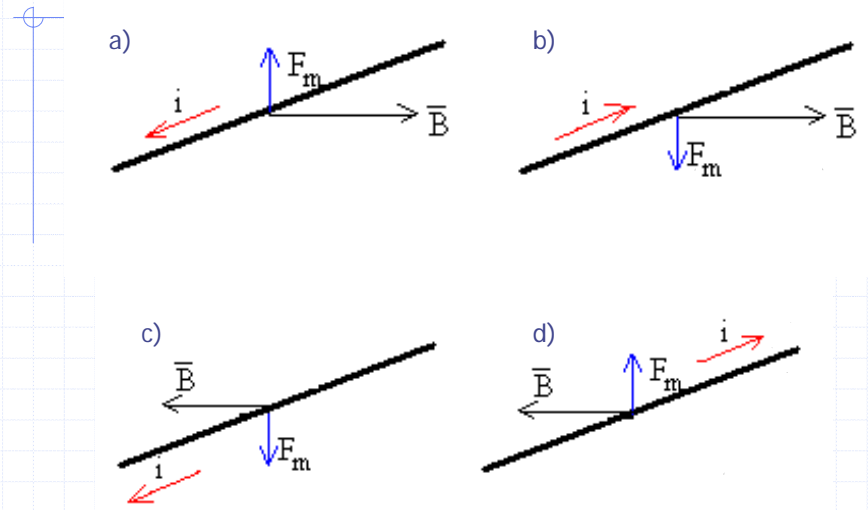
# Animación: barra colgada en un $\vec{B}$

¿Qué pasa si invertimos la corriente o el imán?

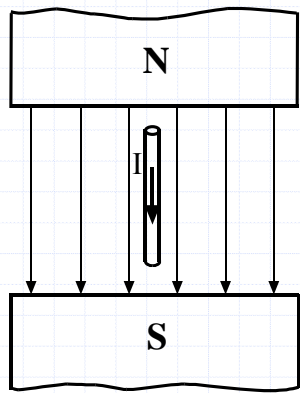


[http://www.walter-fendt.de/ph14s/lorentzforce\\_s.htm](http://www.walter-fendt.de/ph14s/lorentzforce_s.htm)

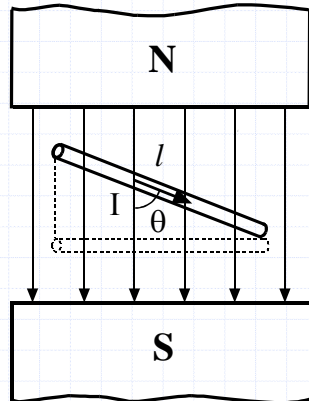
# Ejercicio: calcular la fuerza en estos casos



# Ejercicio: calcular la fuerza en los siguientes casos.



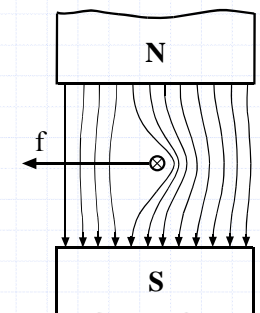
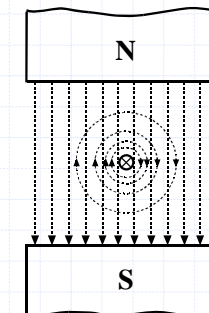
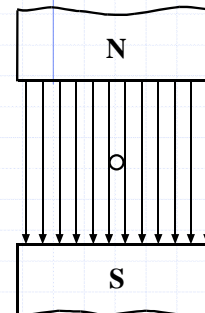
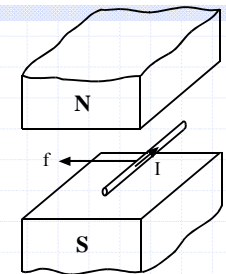
e) cable vertical

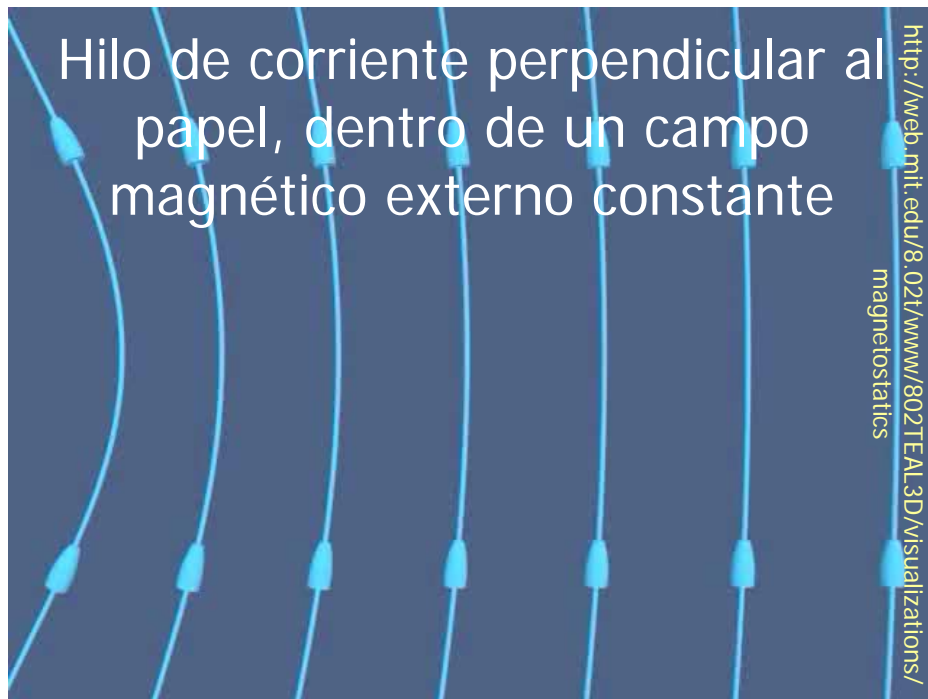


f) cable en el plano del papel, con una cierta pendiente

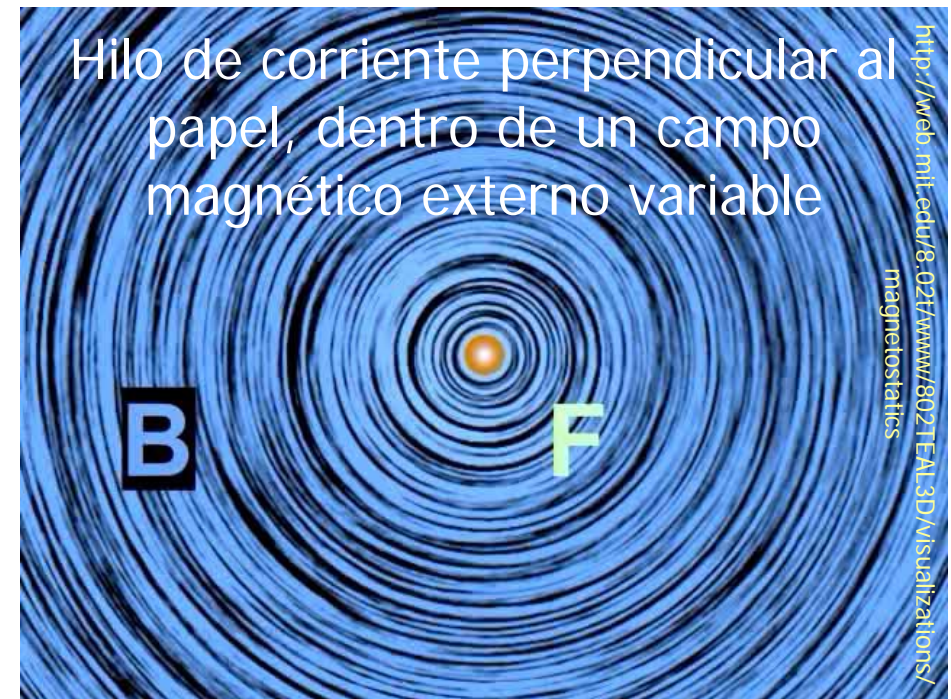
# Observaciones sobre el sentido de la fuerza

◆ Efecto "elástico" de las líneas de campo magnético  $\vec{B}$





Hilo de corriente perpendicular al papel, dentro de un campo magnético externo constante

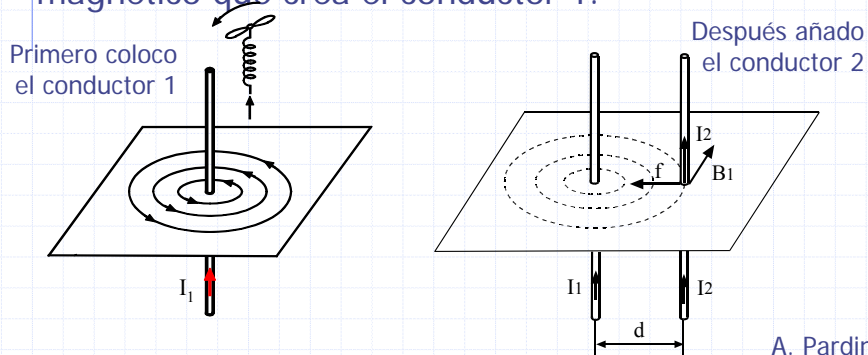


Hilo de corriente perpendicular al papel, dentro de un campo magnético externo variable

## 4.1. Fuerza magnética entre dos conductores paralelos $\infty$

83

- ◆ Dos conductores rectilíneos indefinidos y paralelos, separados una distancia  $d$  llevan corrientes  $I_1$  e  $I_2$
- ◆  $\vec{F}_{21}$  fuerza sobre el conductor 2 debido al campo magnético que crea el conductor 1.



## Fuerza por unidad de longitud

84

- ◆ El campo creado por el conductor 1 sobre el 2 es:  $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$
  - ◆ Este campo es uniforme a lo largo de todo el conductor y actúa perpendicularmente sobre el conductor 2 que es recorrido por una corriente  $I_2 \rightarrow d\vec{f}_{21} = I_2 d\vec{\ell} \times \vec{B}_1 = I_2 d\ell B_1 \vec{u}_\phi$
- $\rightarrow$  La fuerza que actúa transversalmente sobre un tramo de longitud  $\ell$  de dicho conductor es:

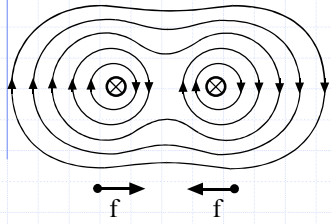
$$F_{21} = \int_{\text{todos los } d\vec{\ell}} d\vec{f} = \int_L I_2 B_1 d\ell = B_1 I_2 L = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} L I_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} L$$

$$\Rightarrow f = \frac{F_{21}}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \quad (\text{fuerza por unidad de longitud})$$

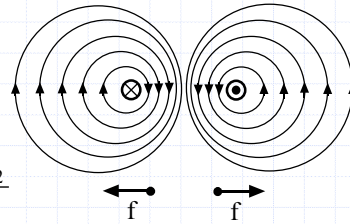
## Corrientes del mismo sentido se atraen Corrientes opuestas se repelen

◆ Mismo sentido

◆ Sentidos opuestos



$$f = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$



Las líneas de  $\vec{B}$  actúan como gomas elásticas intentando unir los conductores → fuerza de atracción.

Las líneas de  $\vec{B}$  se comprimen entre los conductores → muelle que se comprime → fuerza de repulsión.



Efecto de goma elástica: fuerza de atracción en las bobinas de Hemholz con corrientes paralelas

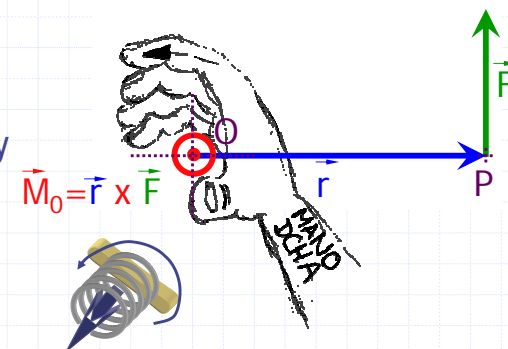
## Efecto de góma elástica: fuerza de repulsión en las bobinas de Hemholz con corrientes opuestas

<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/magnetostatics/>

## Momento o par de fuerzas de una fuerza $\vec{F}$ respecto a un punto O

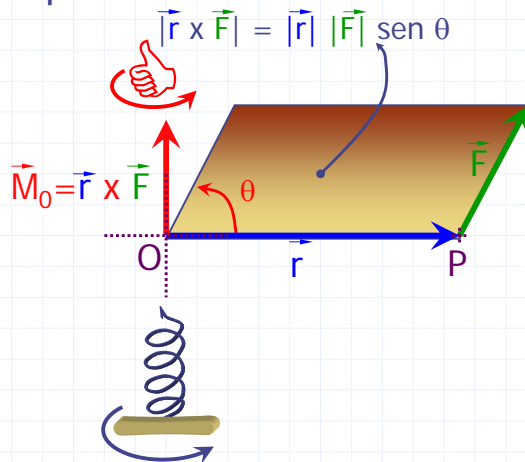
$$\left. \begin{aligned} \sum \vec{F}_{\text{ext}} &= m\vec{a} \\ \sum \vec{M}_{\text{ext respecto O}} &= I\vec{\alpha} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} 2^{\text{a}} \text{ Ley de} \\ \text{Newton} \end{array}$$

- ◆ Momento: vector perpendicular al plano formado por el vector posición y la fuerza, y con el sentido correspondiente al giro que produce la fuerza.



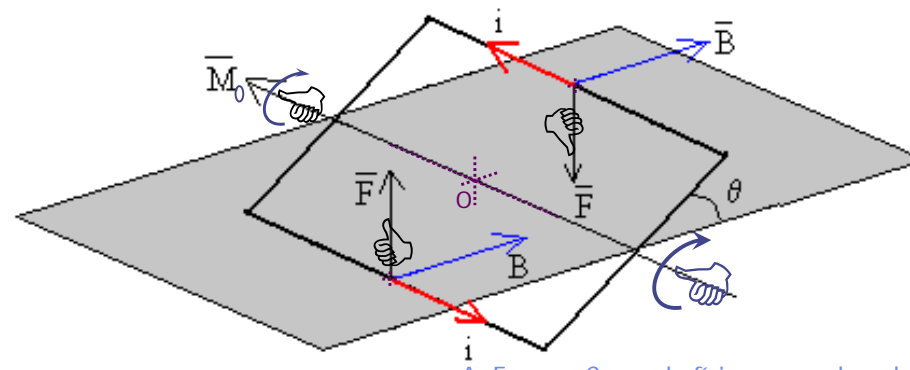
## Momento o par de fuerzas de una fuerza $\vec{F}$ respecto a un punto O

- ◆ Otro ejemplo:

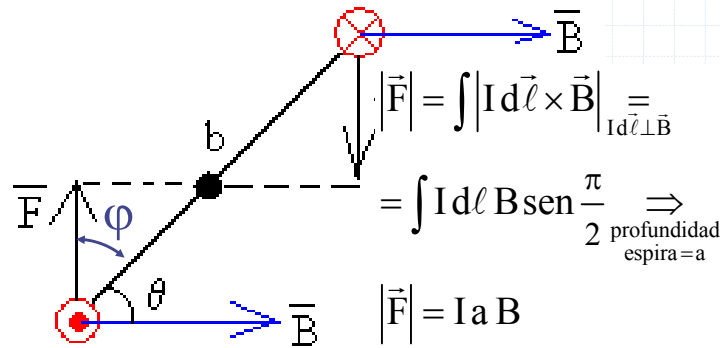


## 4.2. Par de fuerzas sobre una espira en un campo magnético $\vec{B}$ constante

- ◆ Campo magnético  $\vec{B}$  horizontal, hacia la derecha
- ◆ Espira de lado horizontal  $a$  y lado radial  $b$ . Eje horizontal  $\perp \vec{B}$
- ◆ Fuerza y momento sobre los conductores **horizontales**, respecto del centro del eje:



## Fuerza y momento sobre los conductores horizontales (vista frontal)

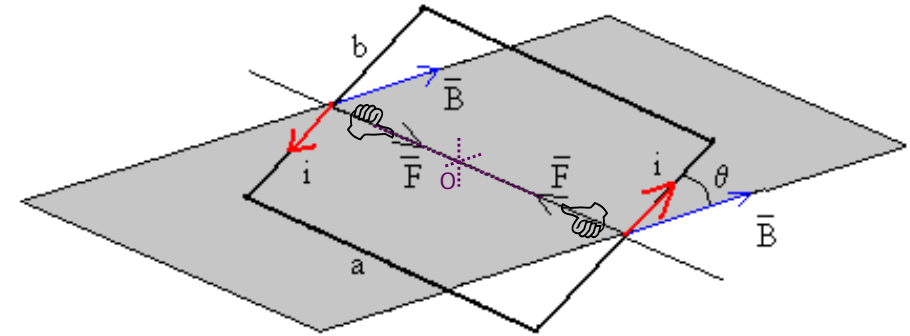


◆ El par de fuerzas crean un momento de giro en la misma dirección (hacia dentro del papel)

tenemos 2 fuerzas

$$|\vec{M}_O| = 2 |\vec{r} \times \vec{F}| = 2 \frac{b}{2} F \sin \phi = b F \cos \theta = b I a B \cos \theta$$

## Vista frontal de los conductores radiales



◆ Aunque hay fuerza sobre los conductores radiales, ésta no produce momento de giro respecto el centro del eje, puesto que  $\vec{r}$  y  $\vec{F}$  son vectores paralelos y por tanto  $M_0 = \vec{r} \times \vec{F} = 0$

A. Franco. Curso de física con ordenador  
[www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/campo\\_magnetico/momento/momento.htm](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/campo_magnetico/momento/momento.htm)



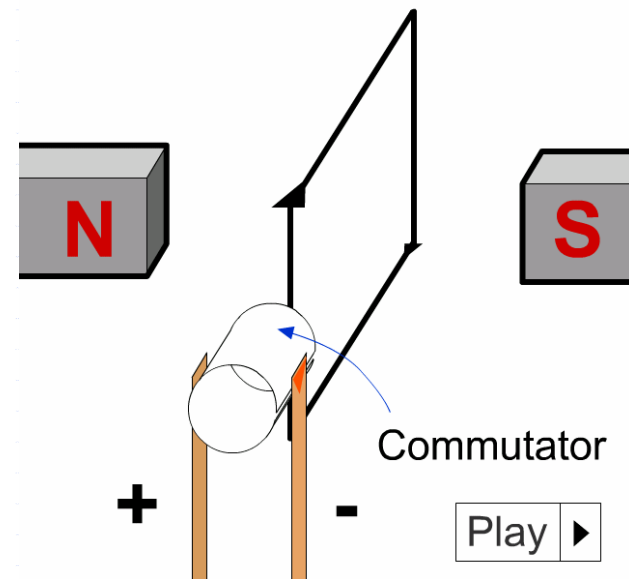
**How Magnets Make a DC Motor Work**  
 This motor has a horseshoe magnet (in red) and an electromagnet (turning).

## Animación de un motor DC

<http://www.ieee-virtual-museum.org/exhibit/exhibit.php?taid=&id=159249&lid=1&seq=3&view=>

Animation by [IEEE Virtual Museum](http://www.ieee-virtual-museum.org)

## Animación de las escobillas/delgas



[http://www.bbc.co.uk/sc/hools/gcsebiteize/physics/electricity\\_and\\_magnetism/electromagnetic\\_force/esrev5.shtml](http://www.bbc.co.uk/sc/hools/gcsebiteize/physics/electricity_and_magnetism/electromagnetic_force/esrev5.shtml)

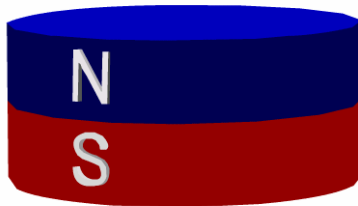




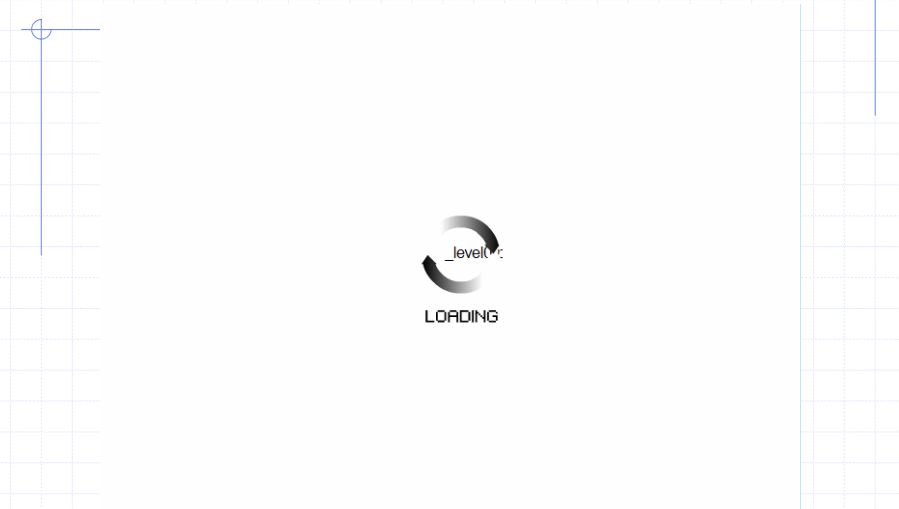
### Animación de las escobillas



<http://www.phys.unsw.edu.au/~jw/HSCmotors.html>



### Parámetros que influyen en el par de un motor



[http://www.bbc.co.uk/schools/gcsebitesize/physics/electricity\\_and\\_magnetism/electromagnetic\\_forcesrev5.shtml](http://www.bbc.co.uk/schools/gcsebitesize/physics/electricity_and_magnetism/electromagnetic_forcesrev5.shtml)

### Animación del sistema de inversión del sentido de la corriente

Reset

Pause / Resume

Change direction

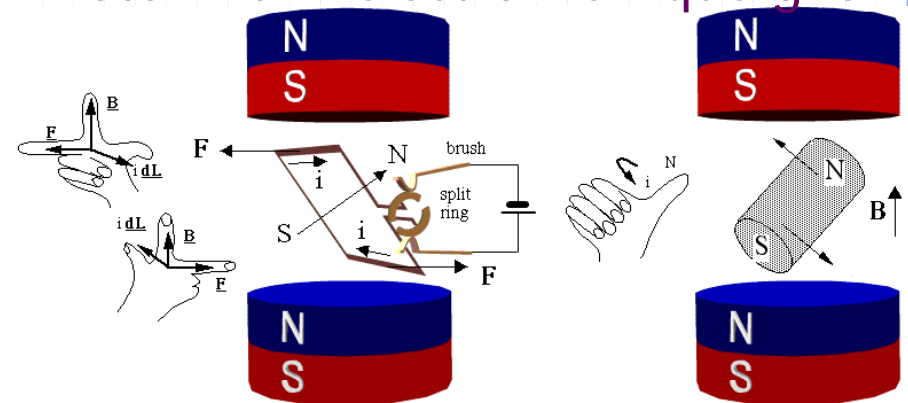
6.0 rot/min

- Current direction
- Magnetic field
- Lorentz force

© W. Fendt 1997

<http://www.walter-fendt.de/ph11e/electricmotor.htm>

### Otra explicación alternativa: motor DC = electroimán que gira...

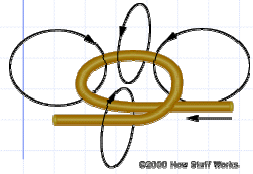


La espira tiene una cara norte y una cara sur. Si la espira pudiera girar libremente entre los polos de un imán, terminaría orientado así:  $N_{\text{espira}}-S_{\text{iman}}$   $S_{\text{espira}}-N_{\text{iman}}$  (polos de distinto tipo se atraen)

<http://www.phys.unsw.edu.au/~jw/HSCmotors.html>

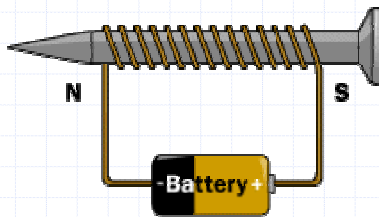
# Otra explicación alternativa: motor DC = electroimán que gira...

Campo generado por un bucle de corriente



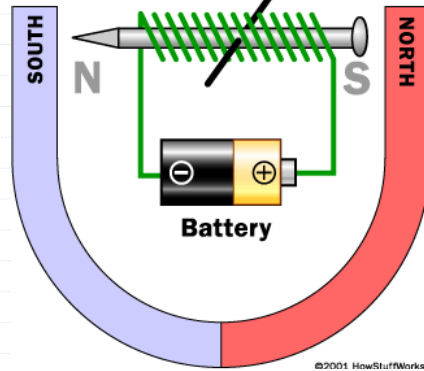
©2000 How Stuff Works

Electroimán casero



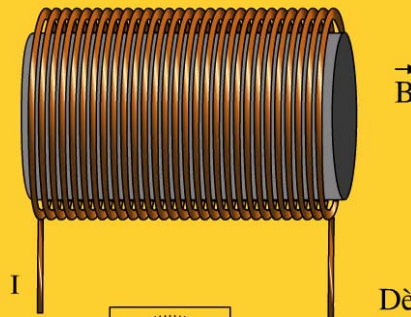
©2000 How Stuff Works

Si el electroimán pudiera girar entre los polos de un imán, terminaría orientado así: N-S S-N (polos de distinto tipo se atraen)



©2001 HowStuffWorks

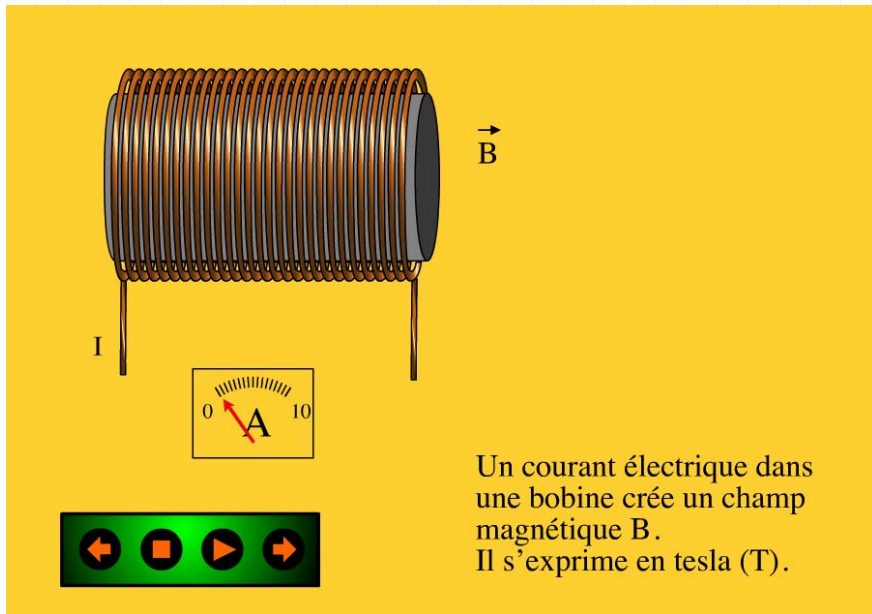
# Una brújula se orienta si acercamos un electroimán → crea un campo B



Dès que le courant circule dans la bobine, la boussole s'oriente dans sa direction.



# Una corriente crea un campo B

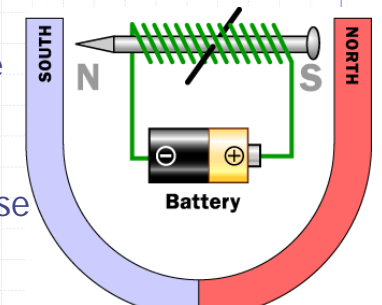


Un courant électrique dans une bobine crée un champ magnétique B. Il s'exprime en tesla (T).

# Si no se conmutara la corriente...

El electroimán, al poder girar entre los polos de un imán, terminaría orientado así: **(polos opuestos se atraen)**

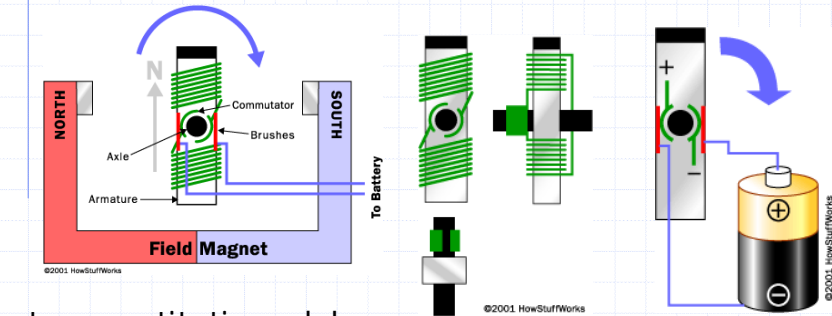
- el sur del electroimán giraría hasta situarse lo más cerca que pueda del norte del imán.
- Análogamente, el norte del electroimán giraría hasta situarse lo más cerca que pueda del sur del imán.



Al alcanzarse esa posición, hay que **conmutar** los polos del electroimán para que en ese **instante**, el electroimán sea **repelido** y  **siga girando**.

*Conclusión: Si no hubiera conmutación, se alcanzaría una posición del electroimán estable.*

# Detalle del sistema de inversión del sentido de la corriente



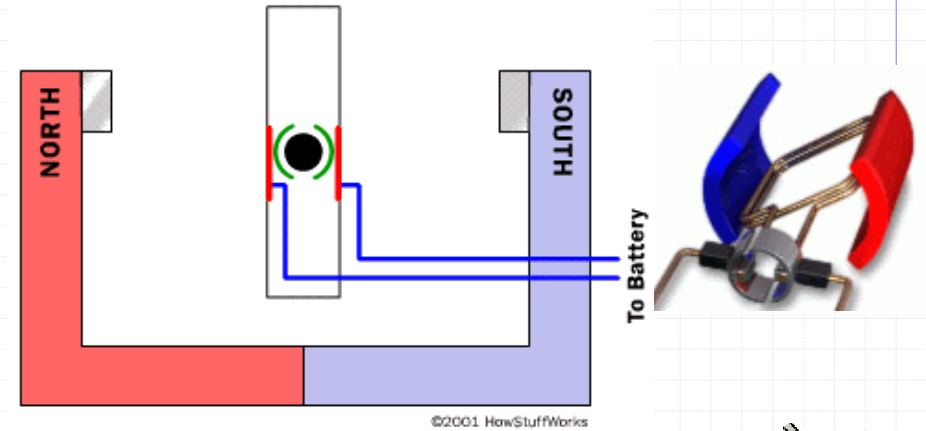
Partes constitutivas del motor:

Rotor (electroimán giratorio)

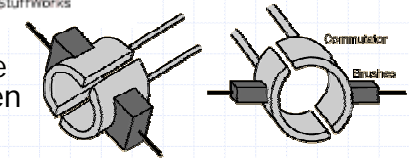
Conexión del rotor a través de las escobillas

<http://electronics.howstuffworks.com/motor5.htm>

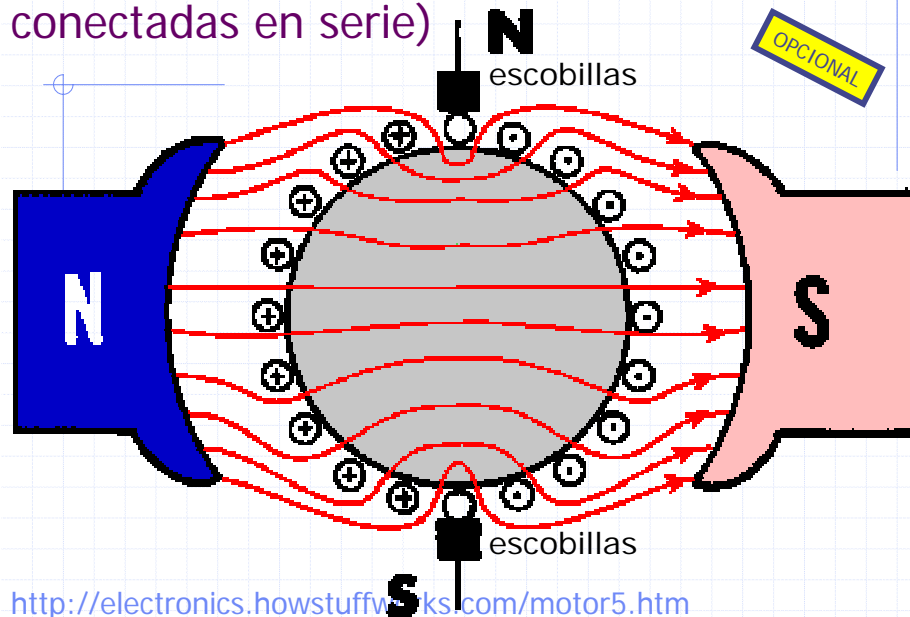
# Motor en funcionamiento...



Las escobillas invierten el sentido de corriente y el motor gira siempre en el mismo sentido

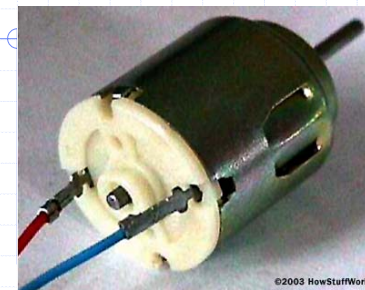


# Motor DC comercial (con muchas espiras conectadas en serie)



<http://electronics.howstuffworks.com/motor5.htm>

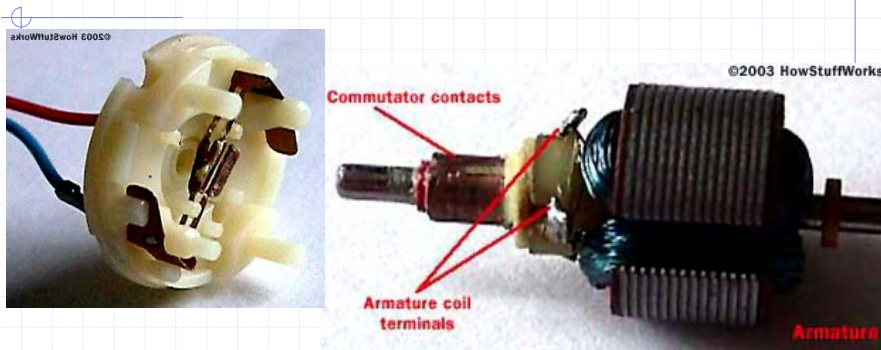
# Fotografías de un pequeño motor



ROTOR (parte que rota)

ESTATOR (parte que permanece estática)

## Detalle de las escobillas



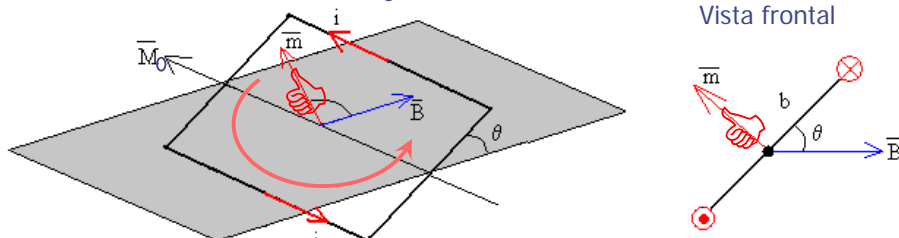
En la práctica, en vez de utilizar un electroimán con dos bobinas, se utilizan 3 porque:

1. se evita cortocircuitar la fuente al conmutar la corriente
2. siempre tiene par de arranque
3. tiene mejores características dinámicas

## Vídeo del momento de giro de un dipolo magnético

## Momento magnético de una espira

- ◆ Por comodidad, caracterizamos una espira por su momento magnético  $\vec{m}$ , que nos da idea aproximada de los efectos magnéticos de una espira, sin conocer su forma (rectangular, redonda...), su tamaño y su corriente.



$$|\vec{m}| = \left( \begin{matrix} \text{Intensidad} \\ \text{que circula} \end{matrix} \right) \left( \begin{matrix} \text{Superficie de} \\ \text{la espira} \end{matrix} \right) = IS = Iab$$

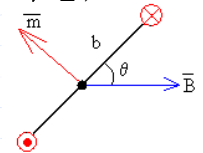
- ◆ Dirección: perpendicular a la superficie de la espira
- ◆ Sentido: el de avance de un tornillo que gira en el sentido de la corriente
- ◆ No confundir el momento magnético ( $\vec{m}$ ) con el mecánico ( $\vec{M}_0$ )

## Momento mecánico de giro ( $\vec{M}_0$ ) en función del momento magnético ( $\vec{m}$ ) de la espira

- ◆ Habíamos obtenido que el momento de giro de una espira de lados  $a$  y  $b$  es:

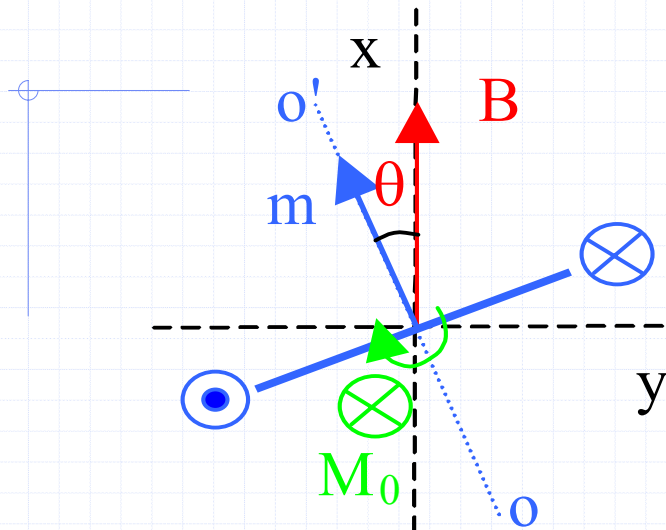
$$|\vec{M}_0| = (abI) B \cos \theta = (abI) B \sin \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right)$$

- $a \cdot b$  = Superficie de la espira
- $\theta + \pi/2$  = ángulo que forma  $\vec{m}$  y  $\vec{B}$
- $\cos (\theta + \pi/2) = \sin (\theta + \pi/2)$
- $\vec{M}_0$  es perpendicular al plano de la espira y  $\vec{B}$ , girando de  $\vec{m} \rightarrow \vec{B}$



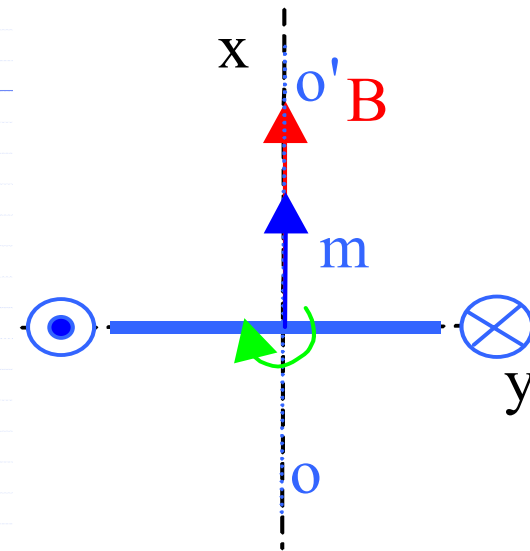
$$\vec{M}_0 = \vec{m} \times \vec{B}$$

Evolución temporal de una espira con corriente I en un campo B constante



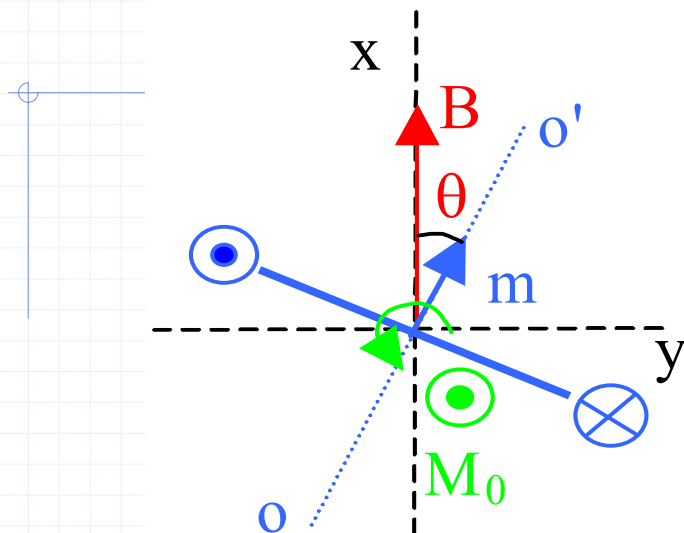
Movimiento inicial de giro debido al par de fuerzas  $\vec{M}_0 = \vec{m} \times \vec{B}$

Evolución temporal de una espira con corriente I en un campo B constante



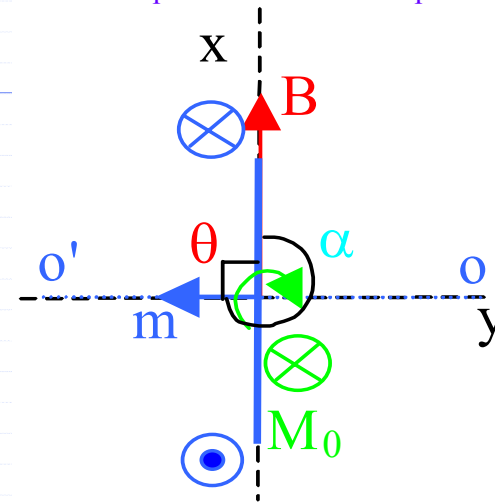
Par de fuerzas cero, en este momento. El giro continúa por inercia

Evolución temporal de una espira con corriente I en un campo B constante



El par de fuerzas se invierte al llegar la espira a estas posiciones.  
Por tanto se invierte el sentido de giro

Evolución temporal del sistema del problema 22



Desconexión instantánea de la pila y el vector de delgas.  
Conversión de sentido de la corriente. Se muestra que el cambio de  
sentido de la corriente se produce al pasar por el punto de  
desconexión de la pila y el vector de delgas.  
de momento angular y que el momento angular inicial.

## Observaciones

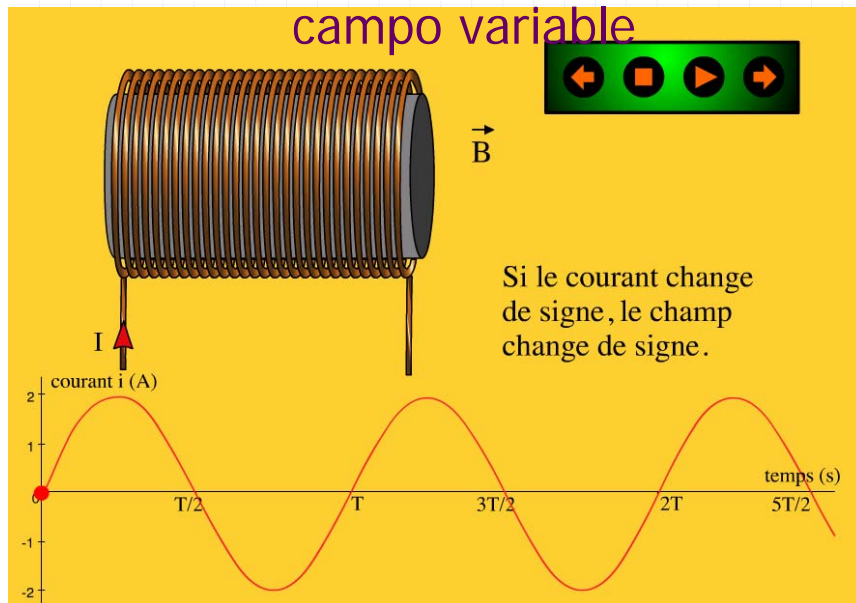
- ◆ La expresión obtenida es válida para cualquier espira plana, independiente de su forma.
- ◆  $\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{M}_0$  es independiente del punto O
- ◆ En general, para obtener mayor par se arrollan varias espiras juntas. Por tanto, el momento se multiplica por N, el n° de espiras:  

$$\vec{m}_{\text{bobina de N espiras}} = N \vec{m}_{\text{espira simple}}$$
- ◆ El momento de giro  $\vec{M}_0$  de una espira en un  $\vec{B}$  es el principio de funcionamiento de motores, galvanómetros... e incluso de una brújula

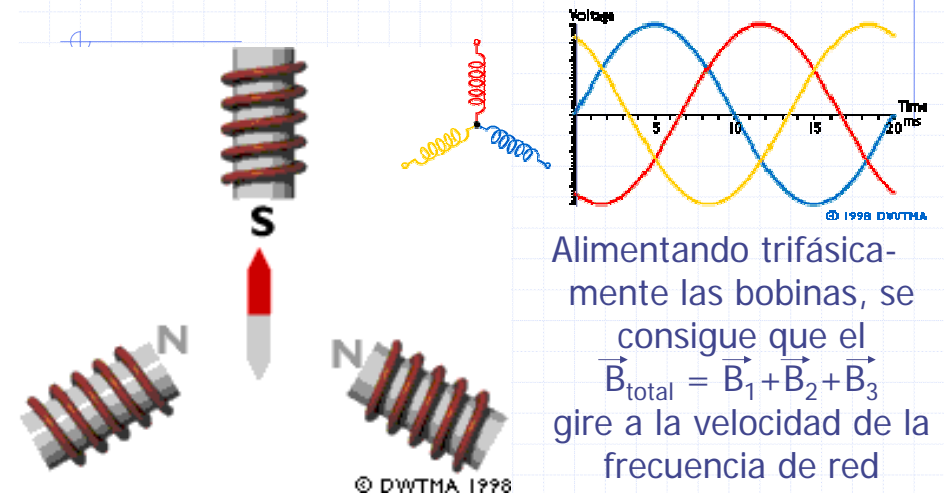
## Vídeo del momento dipolar magnético

Extracto tomado de "El universo mecánico y más allá".

## Una corriente senoidal crea un campo variable

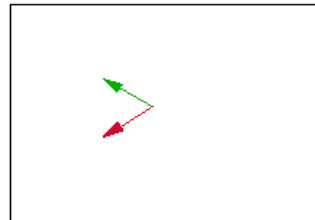
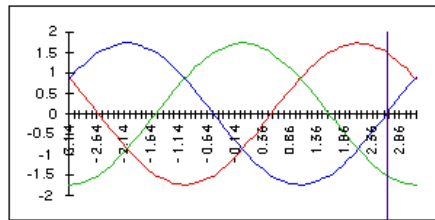


## Motor trifásico síncrono

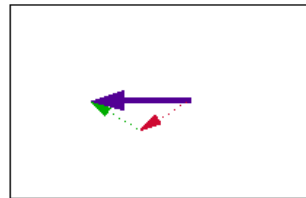
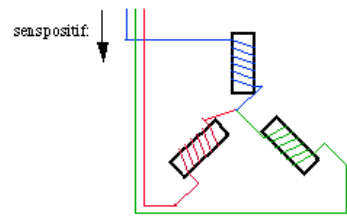


<http://www.windpower.org/en/tour/wtrb/syncgen.htm>

# champ tournant à t=11 :

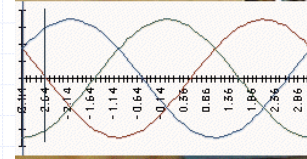
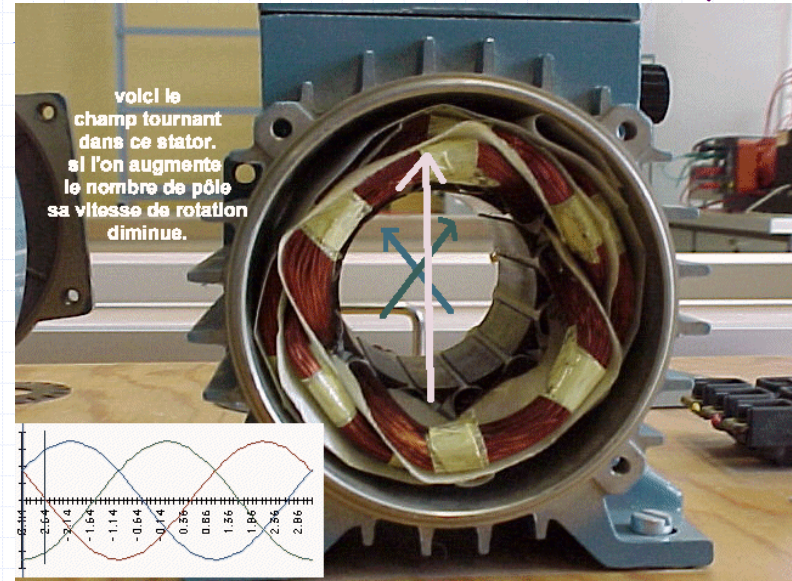


flux magnétiques induits

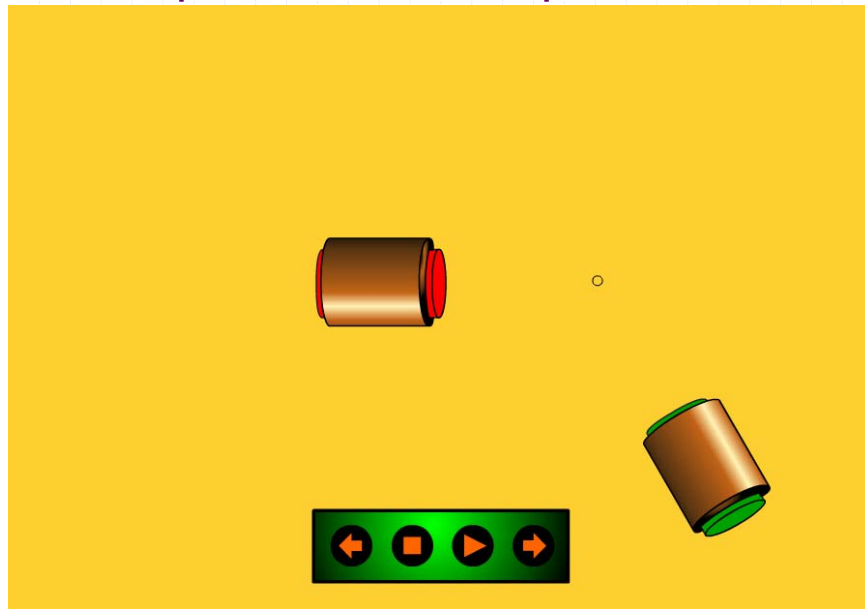


résultante

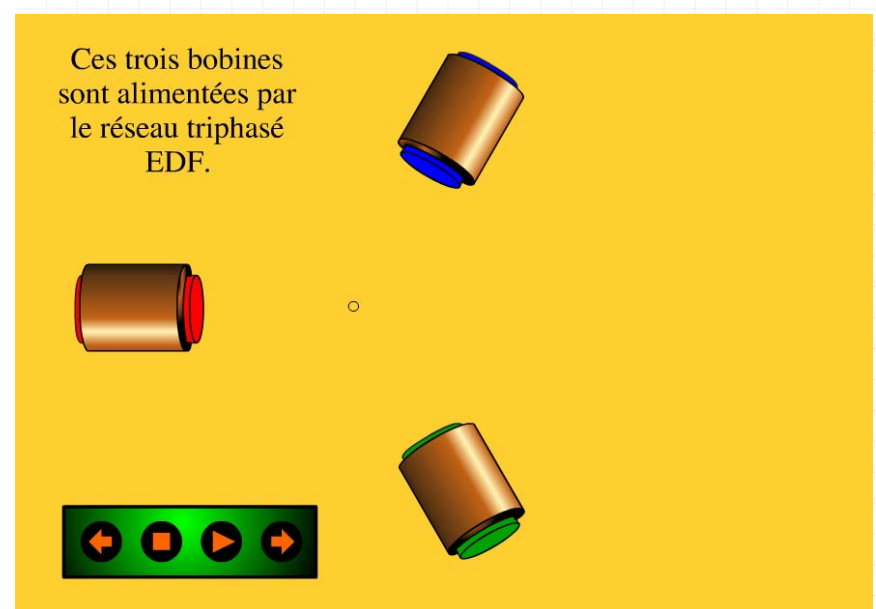
# Campo magnético creado por un estator trifásico (cada una de las fases + suma vectorial)



# Composición de campos vectoriales

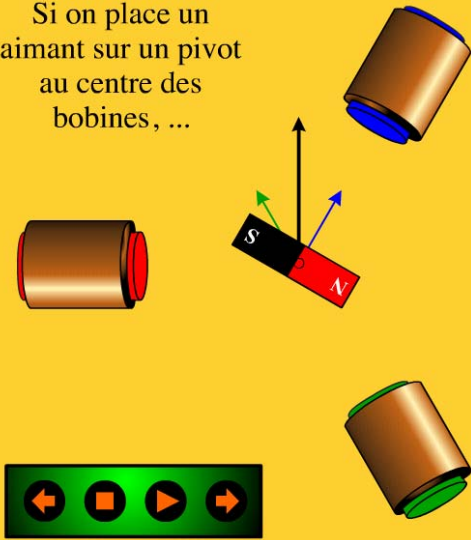


# Bobinas conectadas en trifásica



# Fundamento del motor síncrono

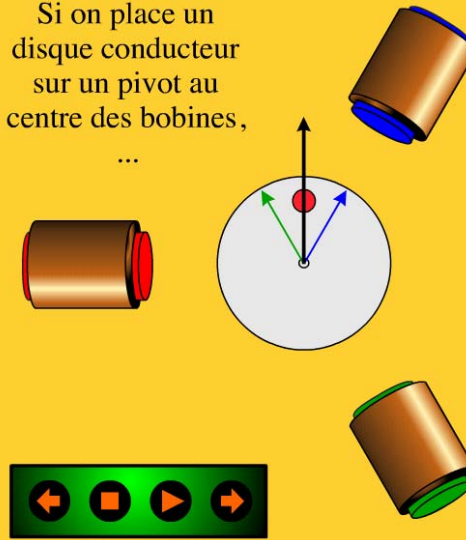
Si on place un aimant sur un pivot au centre des bobines, ...



[http://www.physique-appliquee.net/phyvapp/champ\\_tournant/champ\\_frames.htm](http://www.physique-appliquee.net/phyvapp/champ_tournant/champ_frames.htm)

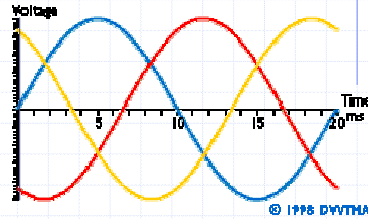
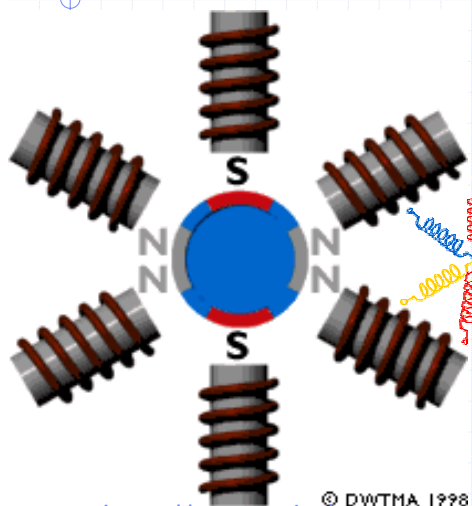
# Fundamento del motor asíncrono

Si on place un disque conducteur sur un pivot au centre des bobines, ...



[http://www.physique-appliquee.net/phyvapp/champ\\_tournant/champ\\_frames.htm](http://www.physique-appliquee.net/phyvapp/champ_tournant/champ_frames.htm)

# ¿Y si ponemos el doble de bobinas e imanes?



Alimentando trifásicamente las bobinas, se consigue que el  $\vec{B}_{total} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 + \vec{B}_5 + \vec{B}_6$  gire a la MITAD de la velocidad de la red

<http://www.windpower.org/en/tour/wtrb/syncgen.htm>

© DWTMA 1998



"Fuerza elástica" que alinea la brújula

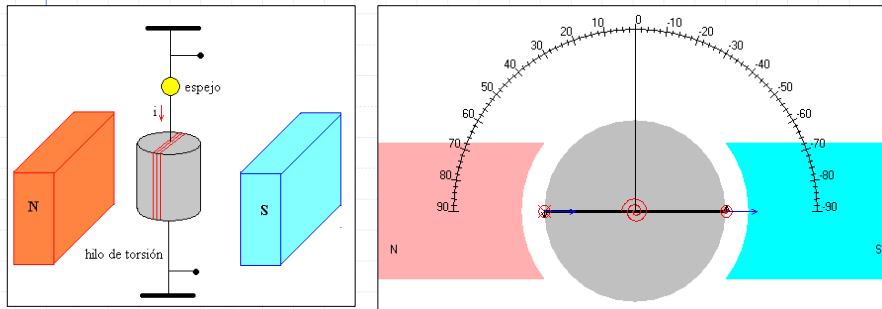
Qué pasa si acercamos un imán a la brújula  
[http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/magnetostatics/bar\\_magnetable/bar\\_magnet.htm](http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/magnetostatics/bar_magnetable/bar_magnet.htm)

<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/magnetostatics>



### 4.3. Aplicaciones: el galvanómetro, motores eléctricos

Galvanómetro: El ángulo girado es proporcional a la intensidad que circula por él → miden corriente

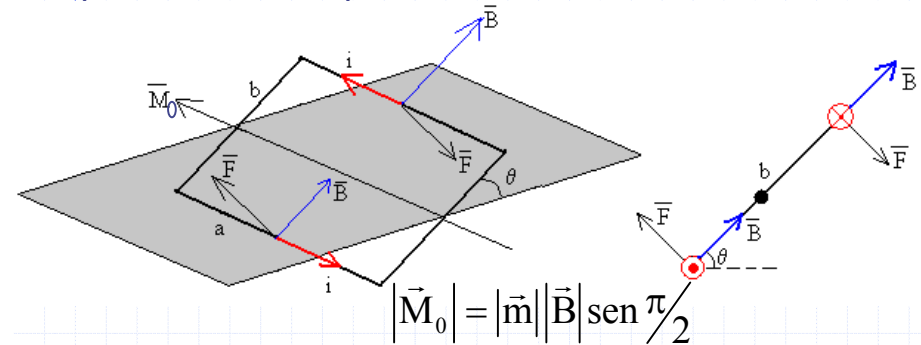


A. Franco. Curso de física con ordenador

[http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/campo\\_magnetico/galvanometro/galvanometro.htm](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/campo_magnetico/galvanometro/galvanometro.htm)

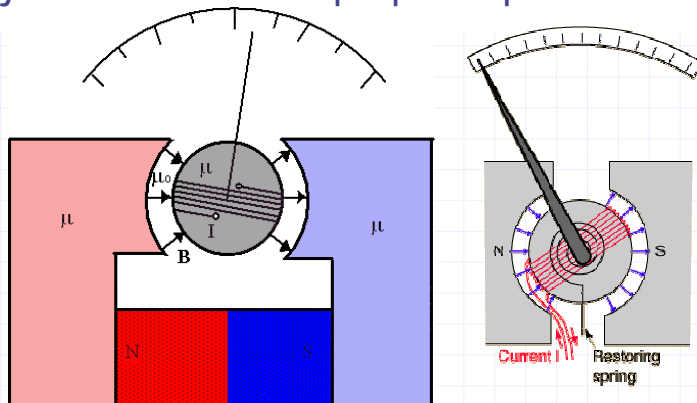
### Esquema de fuerzas en un galvanómetro

En el galvanómetro, el campo magnético es radial cerca de los conductores horizontales, de forma que el ángulo que forma  $I\vec{d}$  y  $\vec{B}$  es siempre  $90^\circ$  en ellos y la fuerza es máxima, independientemente de la posición de la espira



### Galvanómetro

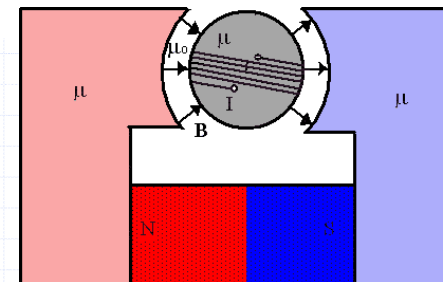
En la práctica, para crear el campo magnético se utiliza un imán y la separación entre la parte móvil y la fija se hace lo más pequeña posible.



A. Usón / J. Letosa.

### Motor de corriente continua

Si quitamos el resorte del galvanómetro para que pueda girar libremente y cambiamos el sentido de la corriente cada media vuelta de la espira (para que el momento de giro vaya siempre en la misma dirección) tenemos un motor de corriente continua.



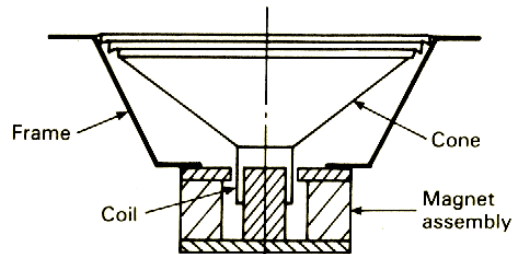
A. Usón / J. Letosa.

## Altavoz (de bobina móvil)

Una bobina está situada en un campo magnético radial creado por un imán.

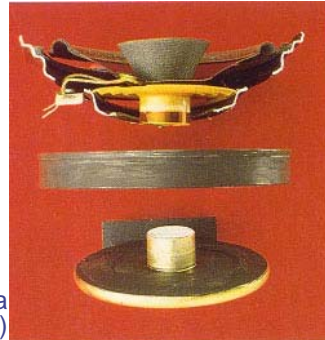
Al circular la corriente, la bobina experimenta una fuerza en la dirección del eje de la bobina (vertical en las figs).

La bobina por donde circula la corriente del amplificador de audio está unida a un cono, que provoca ondas de presión (sonido).



Carter, p. 80.  
Electromagnetism for  
Electronic Engineers

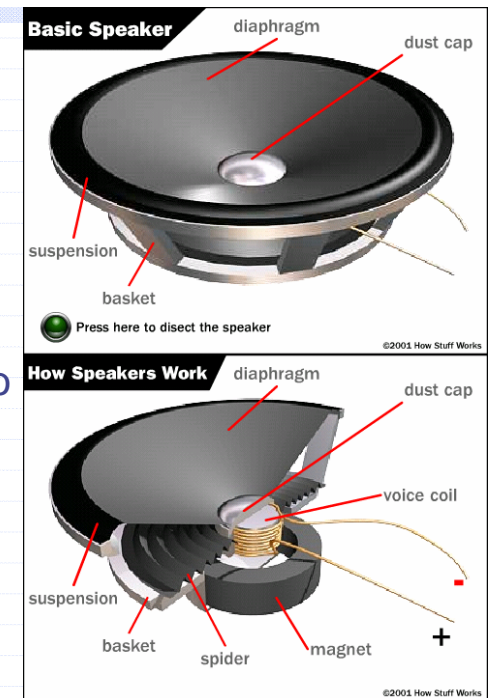
Tippler, figura  
25-12 (p. 820)



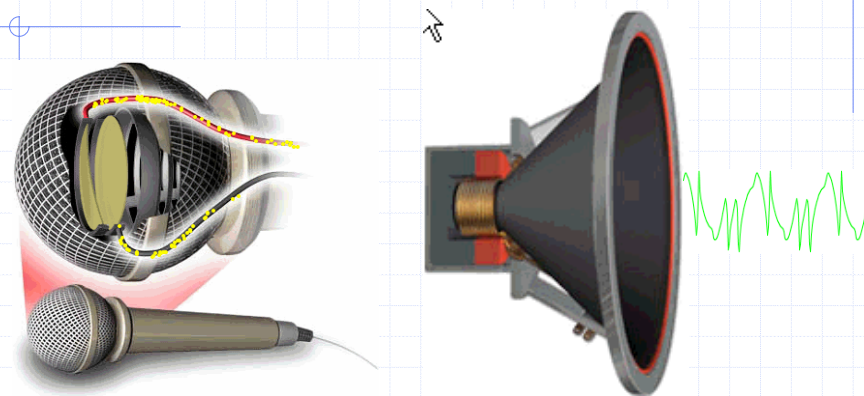
## Animaciones de altavoces

Cuando un altavoz es alimentado por una corriente alterna, se genera una fuerza alterna sobre la bobina, que se transmite al cono y produce ondas sonoras de la misma frecuencia que la corriente.

<http://electronics.howstuffworks.com/speaker5.htm>

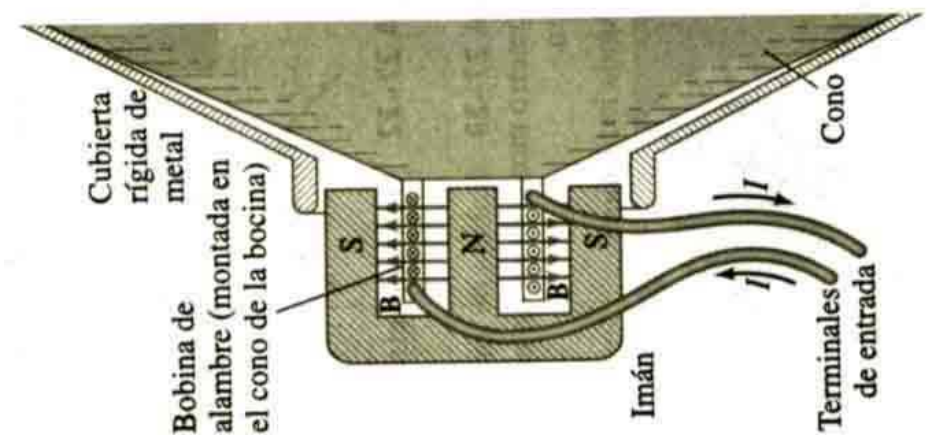


## Animaciones de altavoces



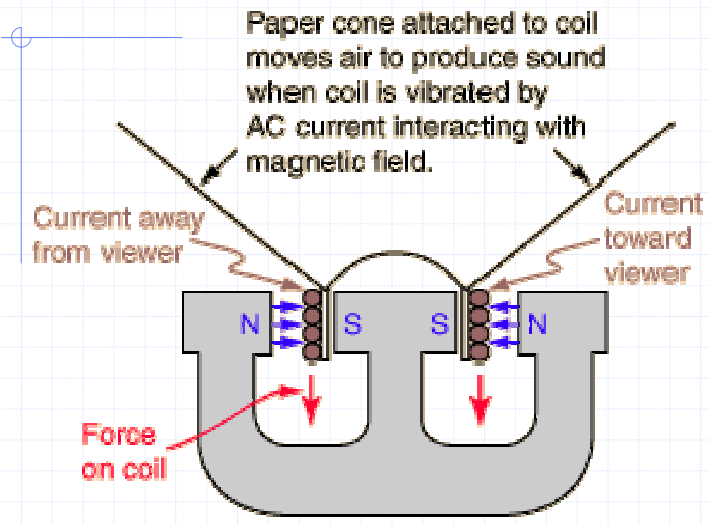
<http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/microphone/>  
<http://micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/speaker/index.html>

## Sección de un altavoz



Giancolli, p. 698

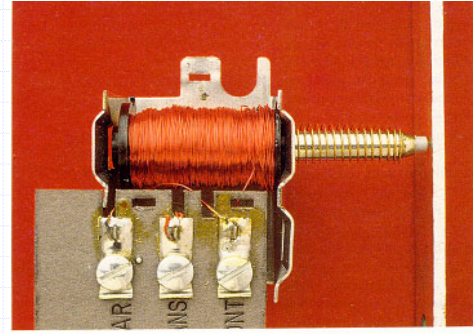
# Cuestiones avanzadas sobre características de los altavoces



<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/audio/spk.html#c2>

# Solenoid. Aplicaciones: accionamientos como porteros automáticos, apertura de válvulas...

- ◆ Inicialmente, el interior del solenoide está vacío
- ◆ Al alimentar la bobina, actúa como un electroimán, atrayendo el vástago de hierro hacia su interior
- ◆ El movimiento del vástago se aprovecha para accionar mecanismos.



En el tema 8 veremos que se puede utilizar como antena para radio AM.

Imagen tomada del Tipler, figura 25-12 (p. 820)

# Solenoid. Ejemplo: timbre

- ◆ Inicialmente, el interior del solenoide está vacío
- ◆ Al alimentar la bobina, actúa como un electroimán, atrayendo el vástago de hierro hacia su interior

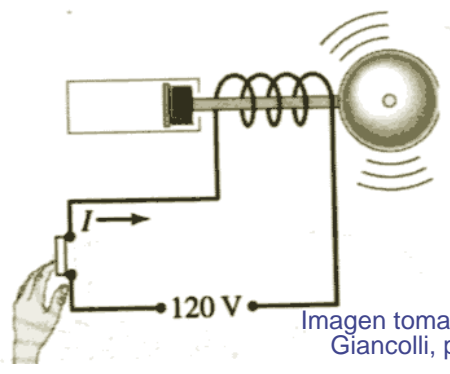
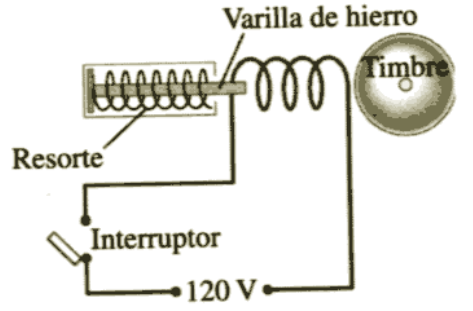
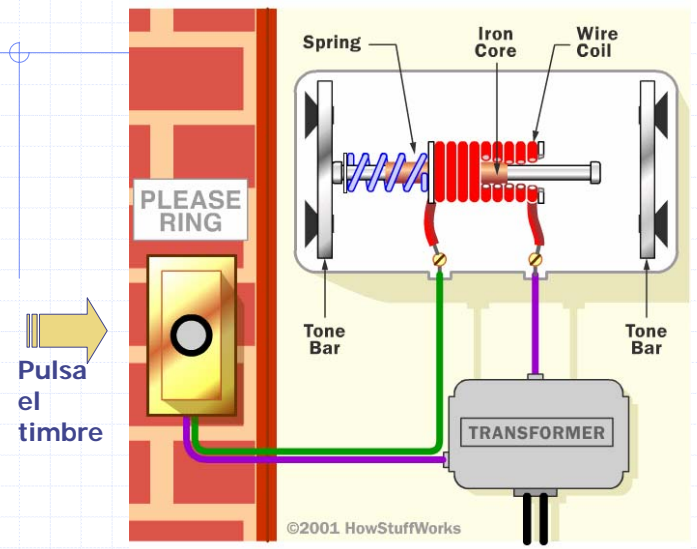


Imagen tomada de Giancolli, p. 724

- ◆ [Información de cómo funciona un solenoide.](#)
- ◆ [Información adicional más completa.](#)

# Funcionamiento de un ding-dong

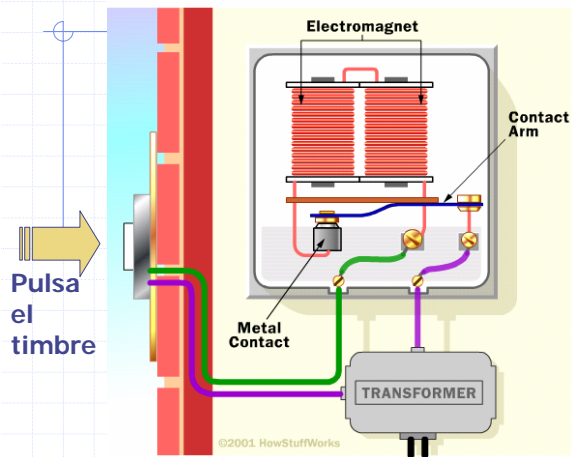


Pulsa el timbre

©2001 HowStuffWorks

<http://home.howstuffworks.com/doorbell3.htm>

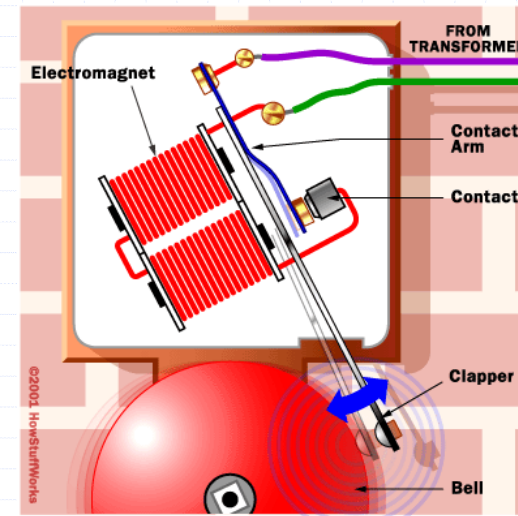
## Funcionamiento de un zumbador



Click and hold the doorbell button to see how the buzzer works. When the circuit is closed, the electromagnet is magnetized so it pulls up on the contact arm. This breaks the doorbell circuit, which shuts off the electromagnet. The arm falls down, closing the circuit again and the process repeats.

<http://home.howstuffworks.com/doorbell2.htm>

## Funcionamiento de un timbre convencional



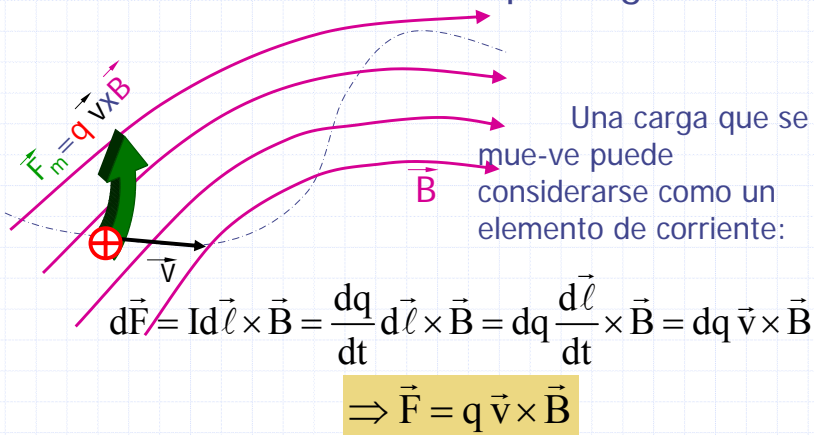
Un timbre convencional funciona como el zumbador anterior, excepto que el brazo del contacto se prolonga hasta terminar en una barra que martillea la campana

<http://home.howstuffworks.com/doorbell2.htm>

## 5. Fuerza sobre una carga puntual en movimiento (Ley de Lorentz)

143

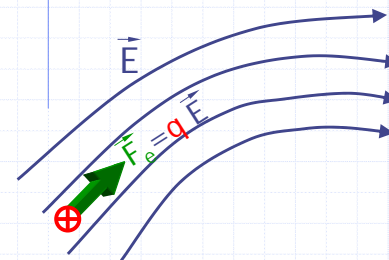
- Fuerza que experimenta una carga que se mueve en el seno de un campo magnético:



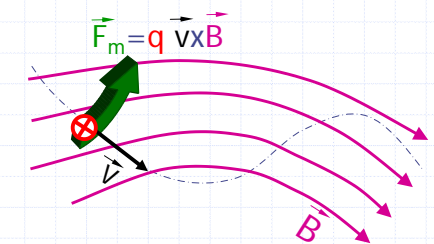
## Deducción de la ley de Lorentz

144

- Fuerza eléctrica que actúan sobre una carga:
- Fuerza magnética que actúa sobre una carga eléctrica en movimiento:



(esta fuerza es independiente de que la carga esté en reposo o en movimiento)

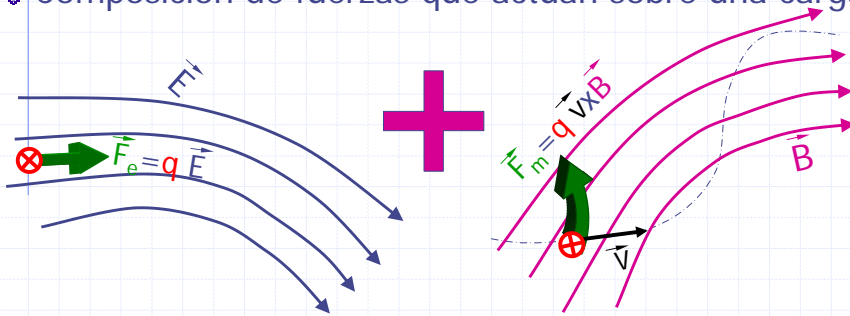


(esta fuerza sólo la experimentan cargas en movimiento)

Ref.

## Deducción de la ley de Lorentz

- Composición de fuerzas que actúan sobre una carga:



$$\vec{F}_{\text{total}} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Campo magnético creado por una carga puntual positiva  
 Campo magnético creado por una carga puntual NEGATIVA

## 5.1. Diferencia entre fuerzas eléctricas y magnéticas

- La fuerza eléctrica siempre lleva la dirección de  $\vec{E}$ , mientras que la fuerza magnética es perpendicular a  $\vec{B}$ .
- La fuerza eléctrica actúa sobre una carga independientemente de que se mueva o esté en reposo, mientras que la fuerza magnética sólo actúa sobre cargas en movimiento.
- La fuerza eléctrica realiza un trabajo al desplazar una carga, mientras que la fuerza magnética no realiza trabajo.

## Justificación de que la fuerza magnétostática no realiza trabajo

- La fuerza magnética  $\vec{F}_m$  es siempre perpendicular a la velocidad y por tanto, al desplazamiento.

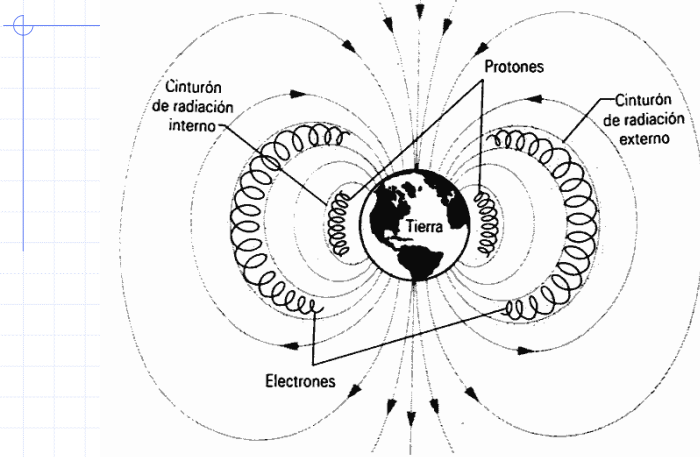
$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_m \perp \vec{v}$$

$$dW_m = \vec{F}_m \cdot d\vec{\ell} = \vec{F}_m \cdot \vec{v} dt = 0$$

$$P = \vec{F}_m \cdot \vec{v} = 0$$

- Cuando una carga se mueve dentro de un  $\vec{B}$ , sólo puede modificar la dirección del vector velocidad, pero no puede cambiar el módulo de la velocidad

## Ejemplo de trayectoria en el seno de un campo magnético: auroras boreales



**Figura 15** El campo magnético de la Tierra, mostrando a los protones y los electrones atrapados en los cinturones de radiación Van Allen.

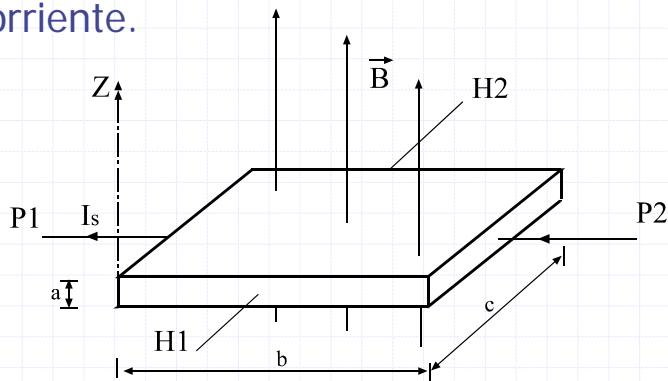
Resnick, p. 168

## Vídeo de la Fuerza de Lorentz

Extracto tomado de "El universo mecánico y más allá".

## 5.2 El Efecto Hall

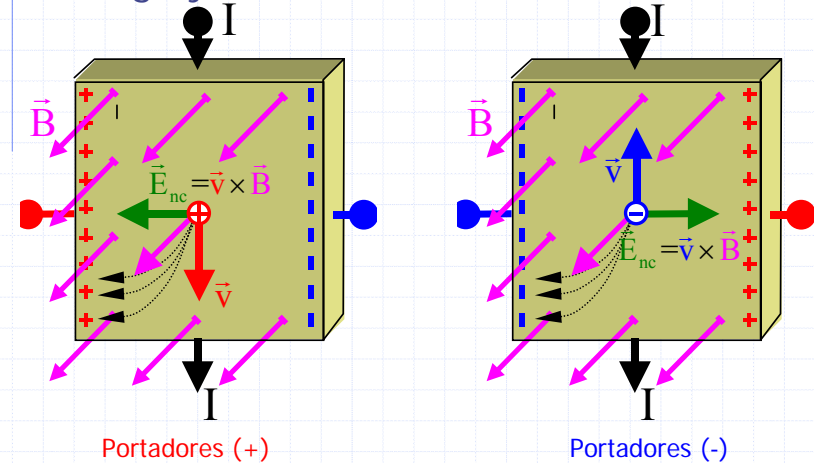
- ◆ Cuando un conductor es atravesado por una corriente eléctrica está sometido a un campo magnético perpendicular a ella se genera un voltaje en dirección perpendicular a la corriente.



Ref.

## 5.2 El Efecto Hall

- ◆ Este efecto se debe a la fuerza magnética que experimentan los portadores.
- ◆ Permite determinar el signo de los portadores de carga y su densidad volumétrica.



## Determinación del terminal positivo en el Efecto Hall

- ◆ El producto  $\vec{v} \times \vec{B}$  siempre apunta hacia el terminal positivo.
- ◆ Esto se debe a que  $\vec{E}_{nc}$  apunta al terminal positivo de la fuente. Precisamente  $\vec{v} \times \vec{B} = \vec{E}_{nc}$

$$\varepsilon_{Hall} = + \int_{\text{terminal-}}^{\text{terminal+}} \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{l} = \int_b^a \vec{E}_{nc} \cdot d\vec{l} = \int_b^a \vec{v} \cdot \vec{B} \cdot d\vec{l} = \vec{v} \cdot \vec{B} \int_a^b d\vec{l} = \vec{v} \cdot \vec{B} \cdot L$$

## Aplicaciones del efecto Hall

- ◆ Determinar el signo de los portadores y calcular su densidad volumétrica
- ◆ Medir campos magnéticos
  - Se debe conocer signo y densidad de portadores
  - Este efecto lo utilizaremos en las prácticas
- ◆ Medir corriente
  - Normalmente a través del campo magnético que crea la corriente
  - Útil para medir corrientes DC con aislamiento, en donde no se pueden utilizar transformadores
- ◆ Efecto Hall cuántico → patrón de resistencia