



Tema 1: Campos Electrostáticos

1. Carga eléctrica: Propiedades
2. Materiales conductores y aislantes
3. Ley de Coulomb
4. Campo eléctrico
5. Diferencia de potencial electrostático
6. Distribución continua de carga en objetos
7. Anexo: Sistema internacional de unidades

Joaquín Mur Amada



1- Carga Eléctrica. Propiedades.

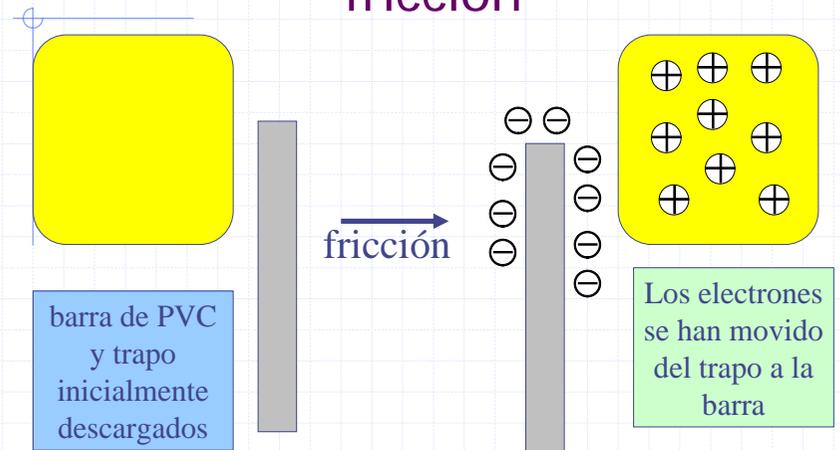
1.1-. Electrificación por frotamiento

- ◆ Si frotamos una varilla de vidrio con un paño de seda adquiere la propiedad de atraer cuerpos pequeños y ligeros. Se dice que la varilla se ha electrificado. Lo mismo ocurre al frotar una varilla de plástico con lana.
- ◆ Si acercamos la varilla de vidrio a un péndulo de médula de saúco lo atrae hasta ponerse en contacto con él y luego lo repele. Lo mismo ocurre con la varilla de resina.
- ◆ Si el péndulo que tocó la varilla de vidrio le acercamos la varilla de plástico es atraída por ésta.

¿Cómo podemos justificar la carga por frotamiento?

- ◆ Los cuerpos pueden adquirir una propiedad (en este caso por frotamiento). Esta propiedad puede causar fuerzas de atracción o repulsión.
- ◆ Este fenómeno ya se observó por Tales de Mileto en el año 600 a.c. frotando un trozo de ámbar, que es resina fosilizada. Ámbar en griego es "*elektron*", de la que se deriva el término electricidad para indicar la propiedad que adquirirían las varillas frotadas.
- ◆ En los experimentos que se han realizado, se ha comprobado que existen dos clases de electricidad: vítrea y resinosa. A la electricidad que adquiere el vidrio se dice que es positiva y la que adquiere la resina es negativa.

Separación de las cargas por fricción



Nota: el fenómeno de carga al poner dos cuerpos distintos en contacto recibe el nombre de triboelectricidad

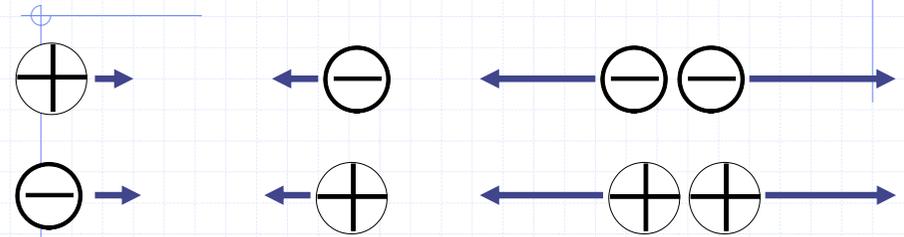
Tipos de cargas

- ◆ Naturalmente, un solo experimento no es suficiente para establecer la existencia de sólo dos clases de 'electricidad', pero lo aceptaremos ya que todos los experimentos realizados durante siglos de investigación lo corroboran.
- ◆ También se ha observado que los cuerpos que adquieren electricidad del distinto signo se atraen y los de mismo signo se repelen.



Fuerzas sobre cargas

Atracción y repulsión

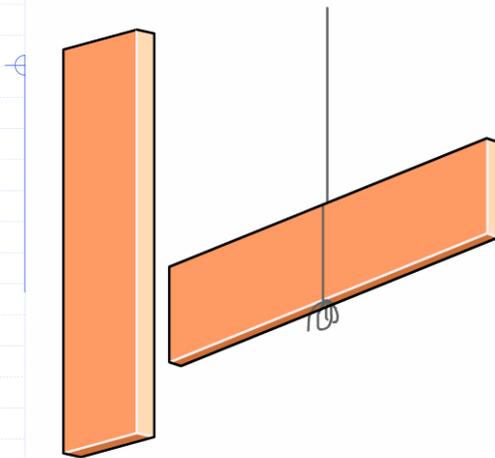


Cargas opuestas se
ATRAEN una a otra
con la misma fuerza

Cargas del mismo tipo
se REPELEN con la
misma fuerza

Este efecto se INCREMENTA si la distancia entre las cargas DISMINUYE (proporcionalmente al inverso del cuadrado de la distancia)

Atracción y repulsión electrostática



If the charges
are the same.

If the
charges are
opposite.

If one is
charged and
the other is not.

Pulsa en la animación: 1) Barras con el mismo tipo de carga; 2) Barras con cargas opuestas; 3) Si una barra está cargada y la otra no.
http://www.bbc.co.uk/schools/gcsebitesize/physics/electricity_and_magnetism/electric_chargerev3.shtml

"Fluido eléctrico"

- ◆ Este fenómeno es el mismo si se carga una varilla de metal cogida con un mango aislante. La diferencia es que cuando el metal toca cualquier punto pierde la "electricidad" de toda la varilla. Sin embargo, el vidrio y en el plástico sólo pierde esta propiedad en la zona en contacto.
- ◆ Por tanto, la electricidad se explicó en un principio como una especie de "fluido" presente en los cuerpos que se puede transferir. El "exceso" de este fluido causa la electricidad positiva y el "defecto", la electricidad negativa. En equilibrio, no se produce exceso ni defecto de electricidad y esta propiedad aparece.

1.2 Concepto de carga eléctrica

- ◆ Posteriormente, se comprobó que los fenómenos eléctricos se debían a la presencia de **carga** en los átomos. Los átomos están constituidos por neutrones (sin carga eléctrica), protones (con carga positiva) y electrones (con carga negativa).
- ◆ En ausencia de perturbaciones, los átomos son neutros, es decir, contiene la misma carga positiva y negativa.

Estructura básica del átomo

- ◆ Un átomo tiene una dimensión total del orden de 10^{-9} m. Está compuesto por un núcleo relativamente pesado (cuyas dimensiones son del orden de 10^{-14} m) alrededor del cual se mueven los electrones, cada uno de carga $-e$ ($1.6 \cdot 10^{-19}$ C), y de masa m_e ($9.1 \cdot 10^{-31}$ kg).
- ◆ El núcleo está compuesto por protones y neutrones. El número Z de protones coincide con el número de electrones en un átomo neutro. La masa de un protón o de un neutrón es aproximadamente 1850 veces la de un electrón.
- ◆ En consecuencia, la masa de un átomo es prácticamente igual a la del núcleo. Sin embargo, los electrones de un átomo son los responsables de la mayoría de las propiedades atómicas que se reflejan en las propiedades macroscópicas de la materia.

Electrificación → transferencia de carga

- ◆ Frotando dos materiales se pueden arrancar los electrones más débilmente ligados al núcleo del átomo y por tanto el átomo queda con exceso de carga positiva (es decir, el átomo queda cargado positivamente).
- ◆ Análogamente, hay átomos que pueden absorber electrones. Por tanto, poseen más electrones que protones, quedando el átomo cargado negativamente.
- ◆ Por tanto, **un proceso de electrificación se debe a la transferencia de carga de un cuerpo a otro:**
 - ◆ Uno gana carga negativa ($-e$).
 - ◆ Otro pierde carga negativa (la misma cantidad). Por tanto se queda cargado positivamente.

Vídeo carga - átomo



1.3 Principio de conservación de la carga

13

- ◆ Cuando frotamos una barra, ésta adquiere una carga igual pero de signo contrario que la piel. *Las cargas están separadas, pero la suma de ambas es cero.*
- ◆ La cantidad neta de carga eléctrica que se produce en cualquier proceso es cero.
- ◆ Si un objeto o región del espacio adquiere una carga positiva, entonces una cantidad igual pero de carga negativa se formará en áreas u objetos vecinos.
 - En experimentos físicos en aceleradores de partículas de alta energía, cuando se genera una carga negativa también se genera otra positiva para que la carga neta se conserve.

1.4 Unidad de carga eléctrica

14

- ◆ A principios de siglo, Millikan realizó un experimento que le permitió demostrar experimentalmente que la carga eléctrica siempre se encuentra en la naturaleza en múltiplos de una unidad fundamental. Esta unidad es la carga de un electrón, que denotamos con la letra e .
- ◆ No obstante, la carga del electrón es muy pequeña. Por eso utilizamos un múltiplo de esta carga, el **Culombio** y su símbolo es **C**.
- ◆ *La unidad de carga eléctrica en el sistema internacional es el culombio, que corresponde a la cantidad de electricidad que transporta una corriente continua de un amperio durante un segundo.*

$$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}$$

Carga del electrón / culombio

15

- ◆ La mínima cantidad de electricidad conocida en la naturaleza es:
 - El electrón, con carga $e^- = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.
 - El protón, con carga $p^+ = +1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.
- ◆ En la práctica eléctrica usual, la carga se manifiesta en cantidades mucho mayores que la carga del electrón, por lo que la carga se puede considerar *continua*.
- ◆ Ejemplos de cargas:
 - $q^+ = 5 \mu\text{C} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
 - ◆ número de protones en exceso = $5e-6 \text{ [C]} / p^+ = 5e-6 \text{ [C]} / 1,602e-19 \text{ [C]} = 3.12e13 = 3.12 \cdot 10^{13}$ protones
 - $q^- = -3 \text{ mC}$
 - ◆ número de electrones en exceso = $3e-3 \text{ [C]} / e^- = -3e-3 \text{ [C]} / -1,602e-19 \text{ [C]} = 1.87e16 = 1.87 \cdot 10^{16}$ electrones

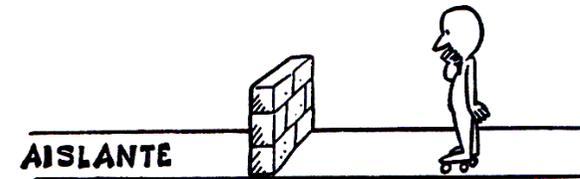
2- Materiales conductores y aislantes

16

- ◆ Hay materiales que permiten que las **cargas eléctricas** se **muevan** dentro de ellos. Estos materiales se dicen "**conductores de la electricidad**" y son principalmente metales.
- ◆ Otros materiales conservan la carga allí donde se ha generado. La **carga no puede circular**, quedando "aislada" allí donde se ha acumulado. Se dicen "**aislantes**" o "**dieléctricos**" y no "conducen la electricidad".
 - Existen materiales tales como los semiconductores, que dependiendo de las condiciones a las que se sometan, presentan propiedades propias de los conductores o de los aislantes.

¿ se pueden mover las cargas en el material?

17



Metales en general
Plata
Cobre
Mercurio
Latón
Aluminio
Hierro

MALOS CONDUCTORES

Semiconductores
Cuerpo humano
Resistencia de carbón
Ciertas aleaciones metálicas

AISLANTES

Plásticos
Cristal
Baquelita
Madera seca
Papel y cartón
Porcelana
Goma
Tejidos

¿Por qué algunos materiales son conductores y otros aislantes

18

- ◆ **Aislantes:** los electrones están fuertemente unidos a los núcleos y no pueden moverse libremente (e- ligados a los átomos o moléculas, enlaces covalentes).
- ◆ **Conductores:** los electrones de las capas exteriores se pueden mover libremente.
 - Metales: los electrones están en una nube dentro de la red metálica
 - Disoluciones con iones, gases ionizados: los iones se pueden mover en estos casos

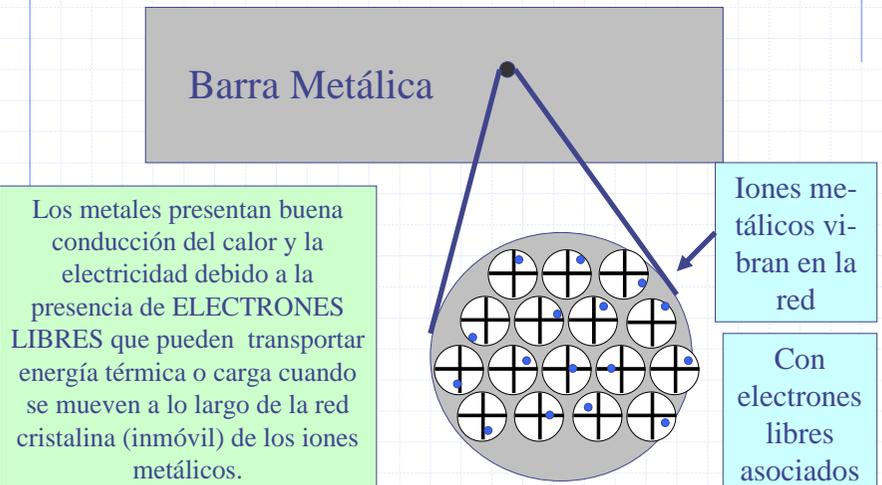
¡El comportamiento eléctrico de los objetos depende básicamente de que sus cargas se puedan mover o no en su interior!

2.1 Conductores

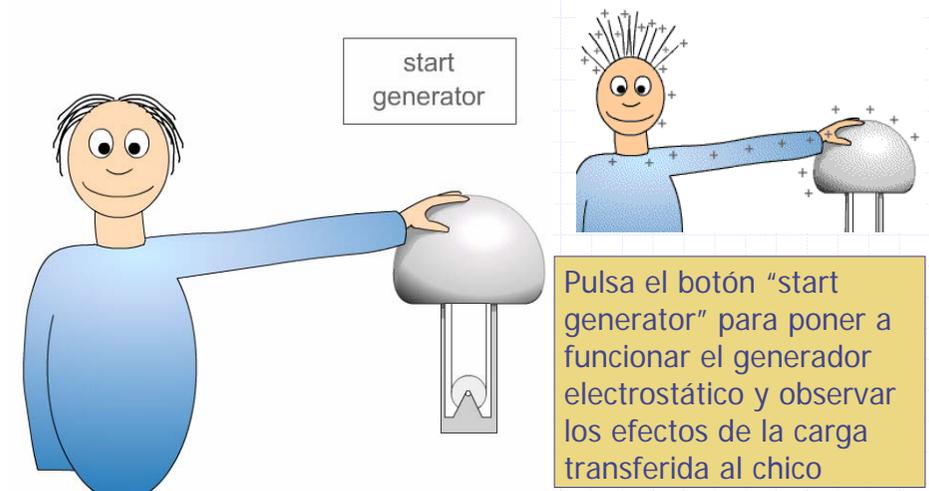
19

- ◆ Los conductores se caracterizan por tener portadores de carga libres de moverse a lo largo de todo el volumen.
- ◆ Tipos: metales, electrolitos, gases ionizados.
- ◆ En un CONDUCTOR, sus cargas LIBRES se mueven al aplicar un \vec{E} .
 - Como las cargas son libres de moverse, en presencia de un campo eléctrico, las cargas sufren una fuerza eléctrica y se mueven.
- ◆ Un CONDUCTOR IDEAL en EQUILIBRIO electrostático tiene todas sus cargas libres quietas, es decir, no hay corrientes en su interior.

Metales



Transferencia de carga en conductores



http://www.bbc.co.uk/schools/gcsebitsize/physics/electricity_and_magnetism/electric_chargerev3.shtml

2.1.1 Electrificación por inducción

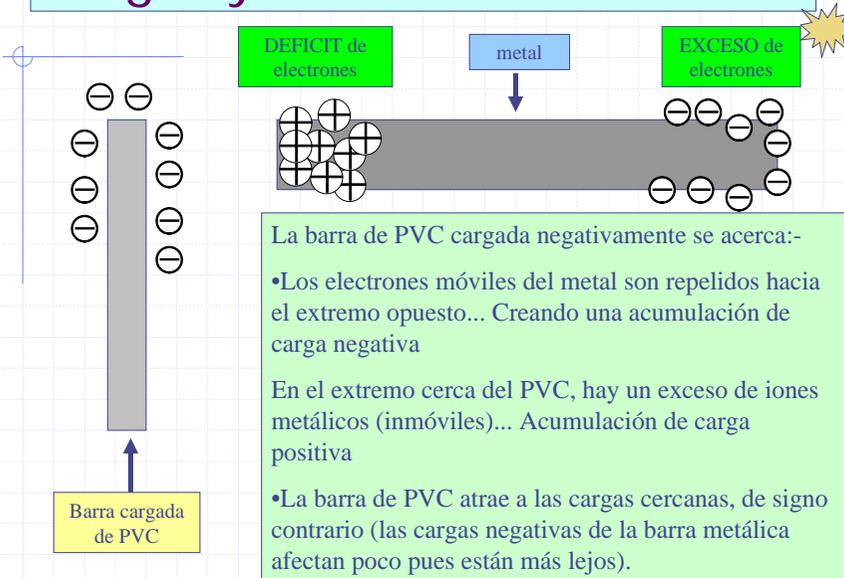
- ◆ En el proceso de electrificación por frotamiento de materiales aislantes, sólo se cargan en la superficie frotada.
 - Si la varilla es aislante, la carga permanece allí y si la varilla es conductora se distribuye rápidamente por toda la superficie del conductor.
- ◆ Los materiales conductores también se pueden cargar aprovechando el fenómeno de que las cargas dentro del conductor se mueven según acercamos otros objetos cargados debido a las fuerzas de atracción y repulsión entre las cargas.

Ejemplo de carga inducida

- ◆ Si acercamos una carga positiva a una bola conductora, las cargas positivas se redistribuirán en la parte más alejada de la carga y las cargas negativas se redistribuirán a la parte más cercana a la barra.
- ◆ Como consecuencia de esta distribución de cargas, una parte de la esfera estará cargada positivamente y la otra negativamente, aunque la carga total de la bola continúa siendo la misma que antes de acercar la barra por el principio de conservación de la carga.

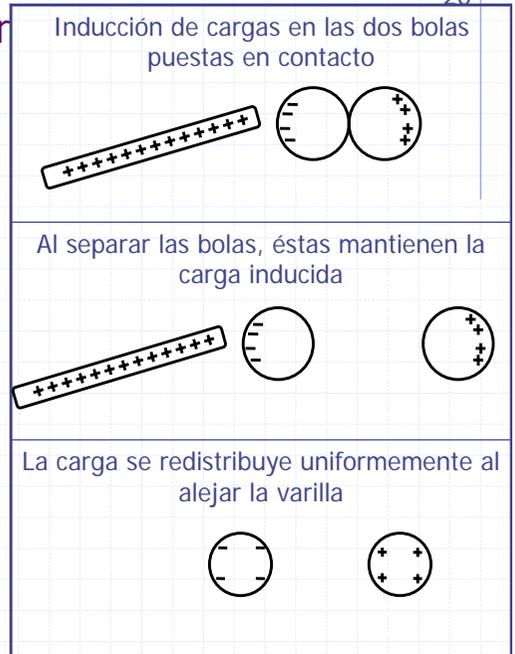


Cargas y Metales



Carga de un conductor por inducción

- ◆ Se colocan dos esferas metálicas en contacto. Se acerca a una de las esferas a una de las barras carga a una de las esferas. Si la barra está cargada positivamente, atrae a los electrones negativos y la esfera más próxima adquiere electrones de la otra. La más alejada se queda positiva.

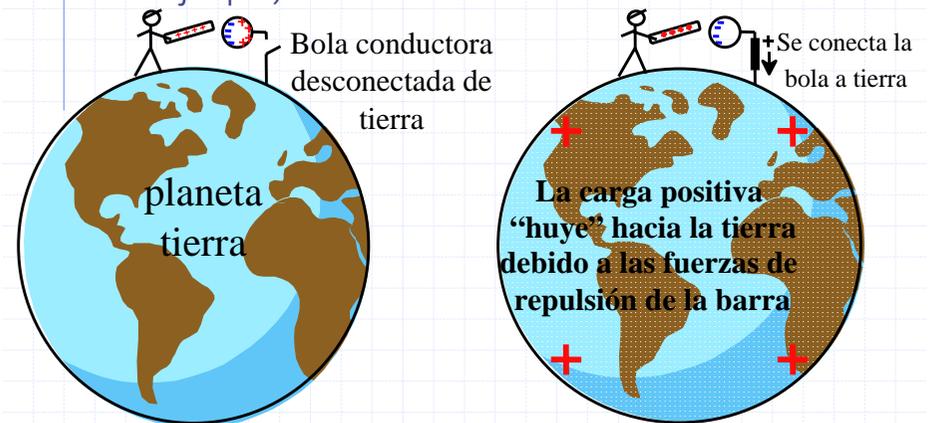


2.1.2 La Tierra como fuente y sumidero de carga

- ◆ La tierra es un conductor que puede considerarse infinitamente grande. Puede ceder o absorber cualquier cantidad de carga finita sin que su carga total quede afectada apreciablemente.
 - Símil: El océano es tan grande que aunque vertamos un vaso de agua, es indetectable el cambio en el nivel del mar.
 - Los planetas se pueden suponer neutros pues si no, se habrían detectado interacciones electrostáticas (atracción y repulsión) en las órbitas de los planetas.

Conectar un conductor a tierra

- ◆ Si conectamos un conductor a tierra...
 - Normalmente cederá o absorberá carga de tierra hasta descargarse.
 - Pero se pueden quedar en el objeto si son atraídas (como en este ejemplo.)



Conexión de circuitos y partes metálicas a tierra

- ◆ Cuando un conductor se pone en contacto eléctrico con el suelo, se dice que está conectado a tierra.
- ◆ Las tomas de **enchufe** tienen una **toma de tierra** por seguridad. La toma de tierra es un conductor cuyo extremo está enterrado en la tierra. Por otra parte, todas las partes metálicas de los electrodomésticos están conectados a esa toma de tierra. De esta forma, se descargan las partes metálicas y no hay peligro para las personas.
- ◆ En muchas ocasiones, cuando vamos a abrir la puerta de un coche, en el momento de tocar la carrocería recibimos una descarga ¿Cómo se explica esto? ¿Cómo puede minimizarse?.

2.1.3 Carga de un conductor utilizando la tierra.

- ◆ También se puede utilizar la tierra para cargar un conductor por inducción:
 - Los electrones libres son atraídos al lado próximo de la barra positiva.
 - El otro extremo se queda cargado positivamente(+)
 - Si se conecta a tierra adquiere una carga opuesta a la de la barra ya que pasan los e- de la tierra hasta neutralizar la carga (+) existente

Carga de una esfera a través de tierra ³¹

Diagram illustrating the process of charging a conductor sphere through the ground using induction. The diagram shows a positively charged rod (Varilla aislante) and a neutral conductor sphere (Bola conductora).

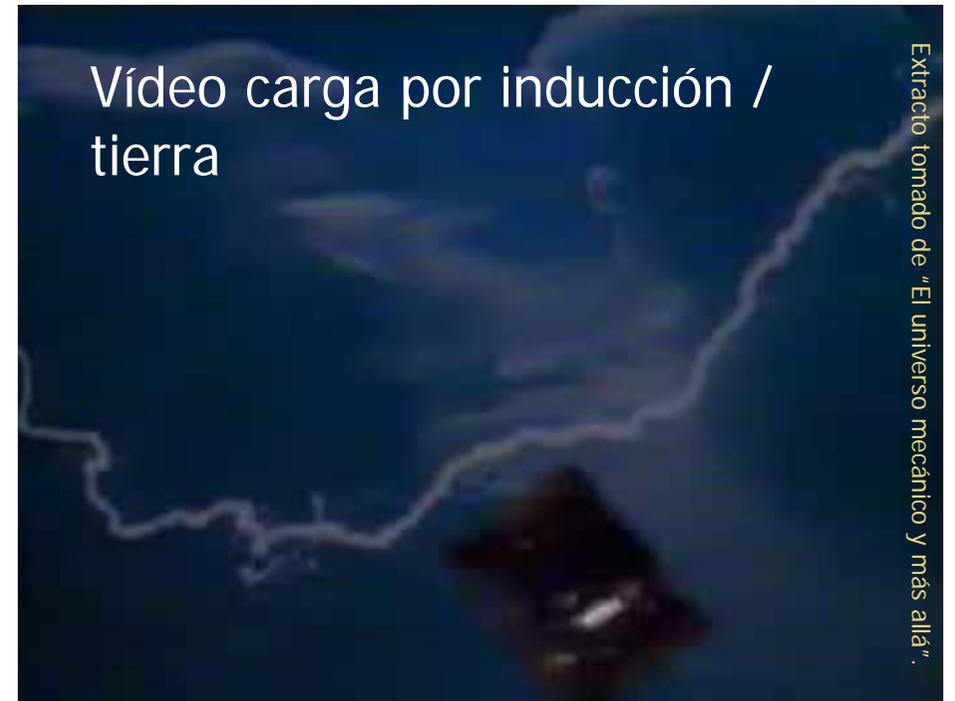
a) Los electrones libres son atraídos al lado próximo de la barra positivo. El otro extremo se queda cargado positivamente (+)

b) Si se conecta a tierra adquiere una carga opuesta a la de la barra ya que pasan los e- de la tierra hasta neutralizar la carga (+) existente

c) La esfera se desconecta de la tierra para fijar la carga y que se mantenga la carga de la esfera cuando retiremos la varilla.

d) Alejamos la varilla cargada y la carga se redistribuye uniformemente a lo largo de la bola. Como la bola está desconectada de tierra, la bola se mantiene cargada negativamente.

Vídeo carga por inducción / tierra



Vídeo sobre generadores electrostáticos

Extracto tomado de "El universo mecánico y más allá".

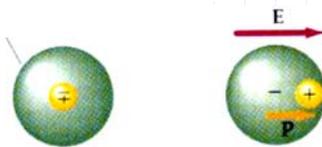


2.2 Aislantes o dieléctricos

- ◆ Son fundamentales para construir circuitos y máquinas eléctricas, pues impiden el paso de carga de un conductor a otro.
- ◆ La presencia de dieléctricos puede influir en fenómenos eléctricos:
 1. El fenómeno de polarización tiende a disminuir las fuerzas eléctricas o a incrementar la carga acumulada en conductores (su efecto se verá con detenimiento en el tema 3).
 2. Pueden modificar la distribución de cargas en conductores.
 3. Pueden interactuar con el campo eléctrico, como en los hornos microondas. También afectan a la velocidad con la que se transmiten los fenómenos eléctricos.

Dieléctricos no polares

- ◆ En ausencia de \vec{E} externo, la carga positiva y negativa se reparte simétricamente respecto al centro del átomo o molécula.
- ◆ En presencia de otras cargas, se deforma la distribución de carga en la molécula y el centro de las cargas + no coincide con el centro de las cargas - (la distribución de carga se deforma, abombándose).



- ◆ La separación entre las cargas + y - queda limitada a distancias atómicas pequeñas, debido a las fuerzas "recuperadoras" intramoleculares.

Dieléctricos polares

- ◆ Sus moléculas constituyentes presentan un momento dipolar incluso sin que exista un campo E externo.
- ◆ Por ejemplo, la molécula de agua se representa de forma simplificada:



- Observación: el agua totalmente pura, sin iones disueltos, se puede considerar dieléctrica. En la práctica, es algo conductora porque siempre lleva iones disueltos.

Polarización de los átomos de un dieléctrico por una carga puntual +

37

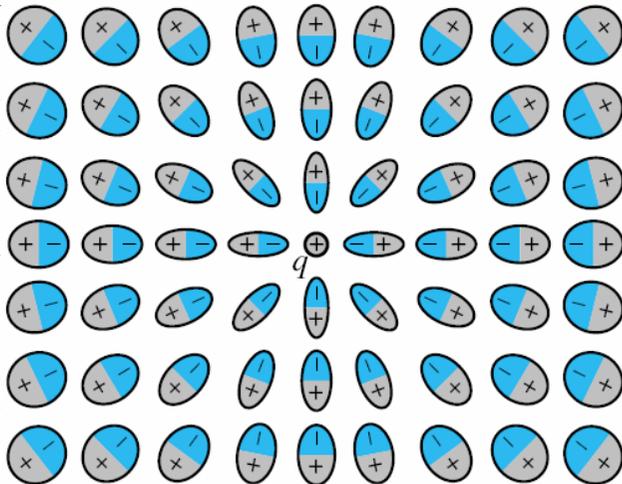
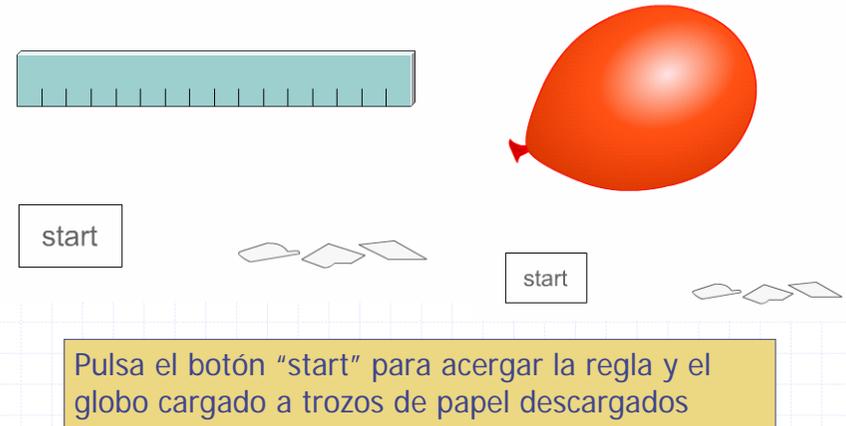


Imagen de "Electromagnetics for Engineers", Fawwaz T. Ulaby, Ed. Prentice Hall, 2005. Pág. 15.

¿Por qué un objeto cargado atrae a otro descargado? → por la polarización

38

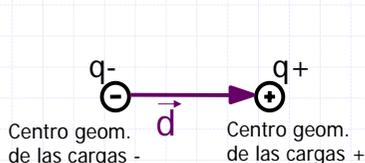


http://www.bbc.co.uk/schools/gcsebitsize/physics/electricity_and_magnetism/electric_c_hargerev3.shtml

Representación matemática de una molécula de dieléctrico

39

- ◆ Se sustituye todas las cargas + de la molécula por la suma, q_+ , colocada en el centro geométrico de las cargas +
- ◆ Se sustituye todas las cargas - de la molécula por la suma, q_- , colocada en el centro geométrico de las cargas -
- ◆ Cuando se produce el fenómeno de la polarización, los centros de carga están separados una distancia d
- ◆ La molécula se modeliza matemáticamente como un **dipolo** (dos cargas iguales q_+ y q_- pero de signo contrario), caracterizado por el momento dipolar eléctrico: $\vec{p} = |q| \cdot \vec{d}$.
 \vec{d} = vector que parte de la carga - y termina en la +



$$\vec{p} = |q| \cdot \vec{d}$$

3- Ley de Coulomb

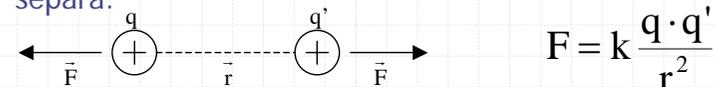
40

3.1 Carga puntual

- ◆ Una carga puntual es una abstracción de un objeto con unas dimensiones mucho más pequeñas que el resto de elementos que lo rodean. Por tanto, una carga puntual es aquella concentrada en un punto del espacio.

3.2 Fuerza entre dos cargas puntuales

- ◆ La fuerza de atracción o repulsión de dos cargas puntuales q^+ y q^- es directamente proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.



$$F = k \frac{q \cdot q'}{r^2}$$

k es la constante de proporcionalidad que depende de la naturaleza del medio en el cual se ejercen las fuerzas.

Visualización de la ley de Coulomb

- ◆ Campo creado por una carga negativa (2D):
 - <http://webphysics.davidson.edu/Applets/EField4/p rb2.html>
- ◆ Campo creado por una carga positiva (3D):
 - <http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/electrostatics/ChargeField3d/ChargeField3d.htm>
 - <http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/electrostatics>

Constante **k** eléctrica

- ◆ El valor de k se expresa frecuentemente como $k = \frac{1}{4\pi \epsilon}$, donde ϵ = constante dieléctrica del medio o permitividad dieléctrica.

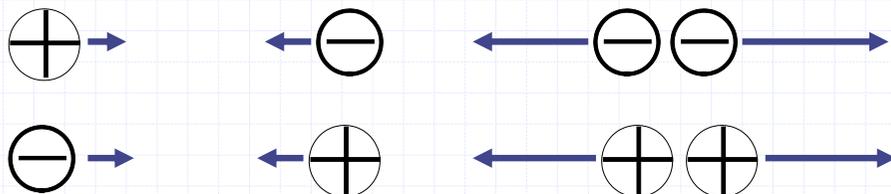
- ◆ Para el vacío $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

⇒ Por tanto $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N m}^2$

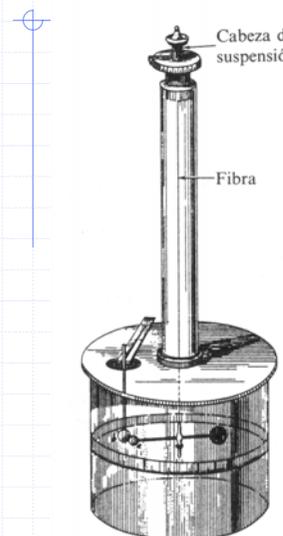
Curiosidad: la ley de Coulomb es paralela a la Ley de Gravitación Universal ($k_g = 6,67 \cdot 10^{-11}$). No obstante, la ley de Coulomb depende del medio en el que se encuentran las cargas.

Convenio de signo de la fuerza de Coulomb

- ◆ Si las cargas son de igual signo, la fuerza es (+)
→ Indica REPULSIÓN
- ◆ Si las cargas son de signo opuesto, la fuerza es (-)
→ Indica ATRACCIÓN.



Balanza de Coulomb



- Balanza que utilizó Coulomb para deducir su ley, tal como aparece en informe de Coulomb a la Academia de París de 1785.
- La construcción de esta máquina le permitió medir fuerzas débiles con precisión.
- Al poner en contacto dos bolas metálicas iguales, una cargada y otra descargada, la carga se repartía mitad en cada bola.

(Extraída de Gettys et al, Física Clásica y moderna, p 521, McGraw Hill, Madrid, 1991)

Las matemáticas es el lenguaje natural de la física (Eugene Wigner)

"No es en absoluto natural que existan leyes en la naturaleza y mucho menos que el hombre sea capaz de descubrirlas. El milagro de lo apropiado que resulta el lenguaje de las matemáticas para la formulación de leyes físicas es un regalo maravilloso que no comprendemos ni nos merecemos".

Eugene Wigner.
Extraído del "Wilson", p. 74.



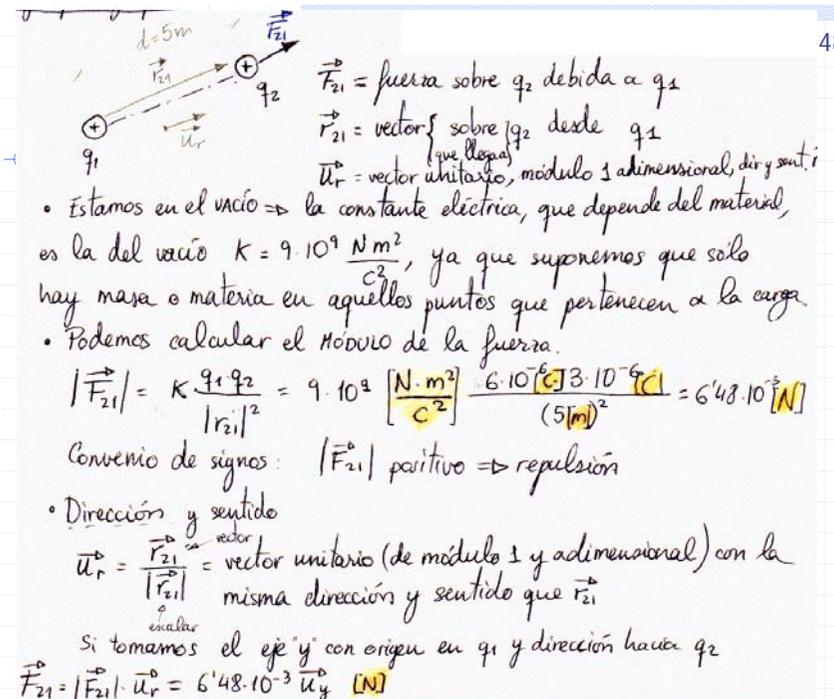
Extracto tomado de "El universo mecánico y más allá".

47

Ejercicio

Calcular la fuerza entre dos cargas $q_1 = +6 \mu\text{C}$ y $q_2 = +3 \mu\text{C}$, separadas 5 m en el vacío.

48

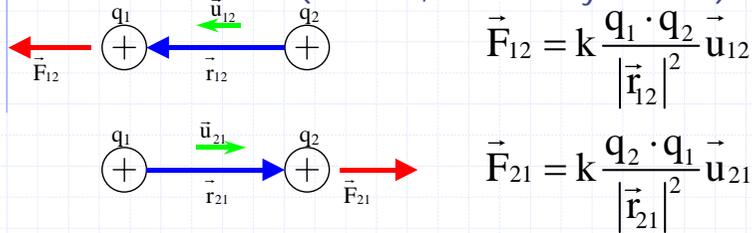


\vec{F}_{21} = fuerza sobre q_2 debida a q_1
 \vec{r}_{21} = vector sobre q_2 desde q_1
 \vec{u}_r = vector unitario, módulo 1 adimensional, dir y sent. i

- Estamos en el vacío \Rightarrow la constante eléctrica, que depende del material, es la del vacío $K = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$, ya que suponemos que solo hay masa o materia en aquellos puntos que pertenecen a la carga.
- Podemos calcular el módulo de la fuerza.
$$|\vec{F}_{21}| = K \frac{q_1 q_2}{|r_{21}|^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{[\text{N} \cdot \text{m}^2]}{[\text{C}^2]} \frac{6 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot 3 \cdot 10^{-6} [\text{C}]}{(5[\text{m}])^2} = 6'48 \cdot 10^{-3} [\text{N}]$$
- Convenio de signos: $|\vec{F}_{21}|$ positivo \Rightarrow repulsión
- Dirección y sentido
$$\vec{u}_r = \frac{\vec{F}_{21}}{|\vec{F}_{21}|} = \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|}$$
 = vector unitario (de módulo 1 y adimensional) con la misma dirección y sentido que \vec{r}_{21}
Si tomamos el eje "y" con origen en q_1 y dirección hacia q_2
$$\vec{F}_{21} = |\vec{F}_{21}| \cdot \vec{u}_r = 6'48 \cdot 10^{-3} \vec{u}_y [\text{N}]$$

3.3 Expresión vectorial de la Ley de Coulomb

La fuerza es un vector y por tanto la ley de Coulomb se puede definir de una forma más compacta utilizando la notación vectorial (módulo, dirección y sentido):



\vec{F}_{21} = Fuerza que experimenta q_2 debido a la presencia de q_1
 \vec{r}_{21} = Vector $\left\{ \begin{array}{l} \text{sobre} \\ \text{que llega a} \end{array} \right\} q_2$ desde q_1
 \vec{u}_{21} = Vector paralelo a r_{21} , pero de módulo unidad (v. unit.)

Propiedades de la Ley de Coulomb

- Describe la INTERACCIÓN a DISTANCIA entre cargas eléctricas. Obedece la 3ª Ley de Newton (acción/reacc).
- Ley **VECTORIAL**
 - Módulo: el obtenido de la fórmula escalar
 - Dirección: la línea que une las dos cargas
 - Sentido: de atracción (si las cargas son de distinto signo) o de repulsión (si las cargas son del mismo signo)
- Obedece el principio de **SUPERPOSICIÓN**
 - La fuerza que origina una carga sobre otra no depende del resto de cargas.
 - Calculamos independientemente las fuerzas que crea cada carga sobre la q cuya fuerza total queremos calcular. Luego sumamos **VECTORIALMENTE** las contribuciones de cada carga.

3.4 Principio de superposición

Se ha comprobado –también experimentalmente– que las fuerzas eléctricas se comportan de forma aditiva: “la fuerza eléctrica sobre una carga q , debida a un conjunto de cargas q_1, q_2, \dots, q_n es igual a la suma de las fuerzas F_i , que cada carga q_i ejerce separadamente sobre la carga q ”

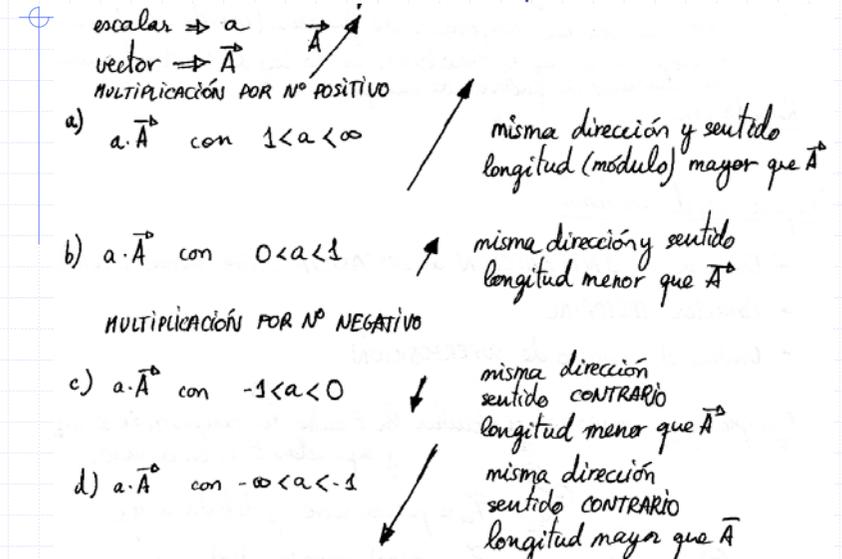
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Obs: Es una **SUMA VECTORIAL** (no pueden sumarse primero los módulos y luego añadir la dirección).

Programa interactivo:
<http://webphysics.davidson.edu/Applets/EField4/Forces.html>

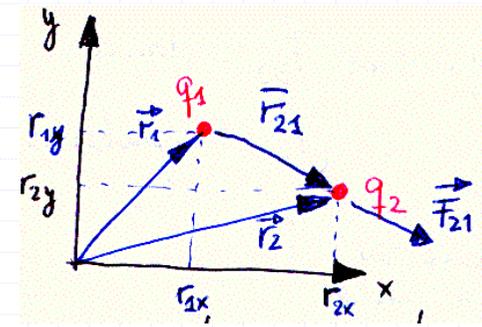
Recordatorio operaciones básicas con vectores

Producto de un número escalar por un vector \rightarrow vector



Representación de puntos en el espacio como vectores

- Los puntos en el espacio se pueden representar como vectores respecto a un origen de coordenadas.



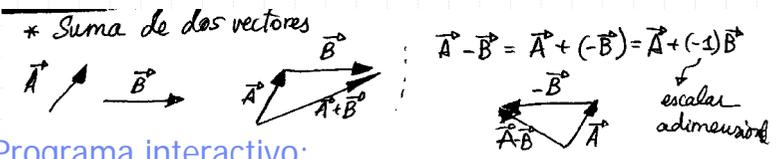
Sistemas de coordenadas:
<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/vec/torfields/CoordinateSystems/CoordinateSystemsFull.htm>
 (para cambiar de sistema de coordenadas, pulsa C mayúscula)

- Las coordenadas de un punto se pueden considerar las componentes del vector que sale del origen y llega a dicho punto.

* Al multiplicar un vector por un escalar obtenemos otro vector con la misma dirección, que tiene sentido contrario si el escalar es negativo y cuyo módulo depende del valor absoluto del escalar

Suma y resta de vectores

- Regla del paralelogramo o concatenación de vectores

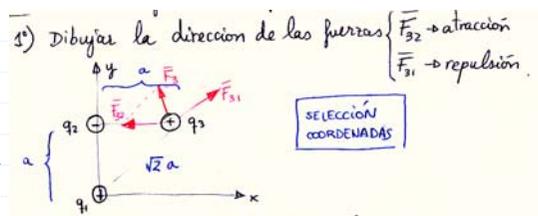


* Programa interactivo:
<http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/index.html>

Para sumar NUMÉRICAMENTE los vectores, hay que descomponerlos en los ejes

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x \cdot \vec{u}_x + A_y \cdot \vec{u}_y) + (B_x \cdot \vec{u}_x + B_y \cdot \vec{u}_y) = (A_x + B_x) \vec{u}_x + (A_y + B_y) \vec{u}_y$$

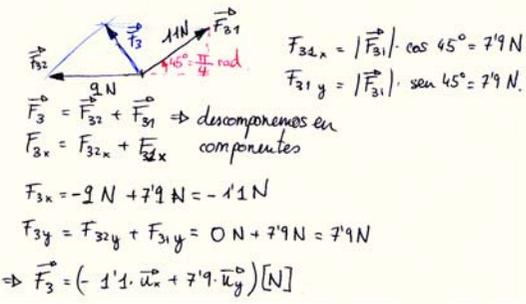
Solución:



1º) Dibujar la dirección de las fuerzas
 \vec{F}_{32} → atracción
 \vec{F}_{31} → repulsión.

2º) Calcular la magnitud de las fuerzas sobre q_3 .

$$|\vec{F}_{32}| = k \frac{|q_3| |q_2|}{a^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{(5 \cdot 10^{-6} \text{C})(2 \cdot 10^{-6} \text{C})}{(0.1 \text{m})^2} = 9 \text{ N}$$

$$|\vec{F}_{31}| = k \frac{|q_3| |q_1|}{(\sqrt{2}a)^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{(5 \cdot 10^{-6} \text{C})(5 \cdot 10^{-6} \text{C})}{2 \cdot (0.1)^2} = 11 \text{ N}$$


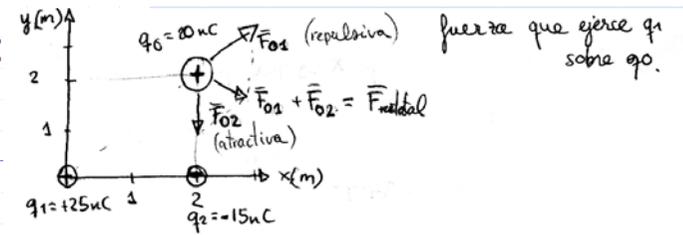
Ejercicio (23.1 Serway)

Considérese tres cargas puntuales ubicadas en los vértices de un triángulo rectángulo, donde $q_1 = q_3 = +5 \mu\text{C}$, $q_2 = -2 \mu\text{C}$ y los catetos miden $a = 0,1 \text{ m}$. Determinése la fuerza sobre q_3 .

Ejercicio (18.5 Tipler)

La carga $q_1 = +25 \text{ nC}$ está en el origen, la carga $q_2 = -15 \text{ nC}$ está sobre el eje x en $x = 2 \text{ m}$ y la carga $q_0 = +20 \text{ nC}$ está en el punto $x = 2 \text{ m}$, $y = 2 \text{ m}$. Determinar la fuerza sobre q_0 .

Solución:



$$\vec{F}_{02} = \frac{k q_2 q_0}{r_{20}^2} \vec{u}_{r_{20}}$$

$$\vec{F}_{02} = \frac{9 \cdot 10^9 (\text{N m}^2/\text{C}^2) \cdot (-15 \cdot 10^{-9} (\text{C})) \cdot 20 \cdot 10^{-9} (\text{C})}{(2 \text{ m})^2} \vec{u}_x$$

$$= -6'74 \cdot 10^{-7} (\text{N}) \vec{u}_x$$

La distancia entre q_1 y q_0 es $\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$

$$\vec{F}_{01} = \frac{k q_1 q_0}{r_{10}^2} \vec{u}_{01}$$

$$= \frac{9 \cdot 10^9 (\text{N m}^2/\text{C}^2) \cdot 25 \cdot 10^{-9} (\text{C}) \cdot 20 \cdot 10^{-9} (\text{C})}{\sqrt{8}} \vec{u}_{01}$$

$$= 5'62 \cdot 10^{-7} \vec{u}_{01} (\text{N})$$

Suma vectorial \rightarrow descomponer en proyección de los ejes

$$F_{02x} = F_{02y} = \frac{5'62 \cdot 10^{-7} \text{ N}}{\sqrt{2}} = 3'97 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

Los componentes x e y de la fuerza son

$$F_x = F_{01x} + F_{02x} = 3'97 \cdot 10^{-7} \text{ N} + 0 = 3'97 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$F_y = F_{01y} + F_{02y} = 3'97 \cdot 10^{-7} \text{ N} + (-6'74 \cdot 10^{-7} \text{ N}) = -2'77 \cdot 10^{-7}$$

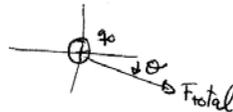
La magnitud de la fuerza neta

$$F_{\text{total}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 4'84 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

El ángulo con el eje x es tal que

$$\text{tg } \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-2'77}{3'97} = -0'698$$

$$\theta = -34'9^\circ$$



4- Campo Eléctrico

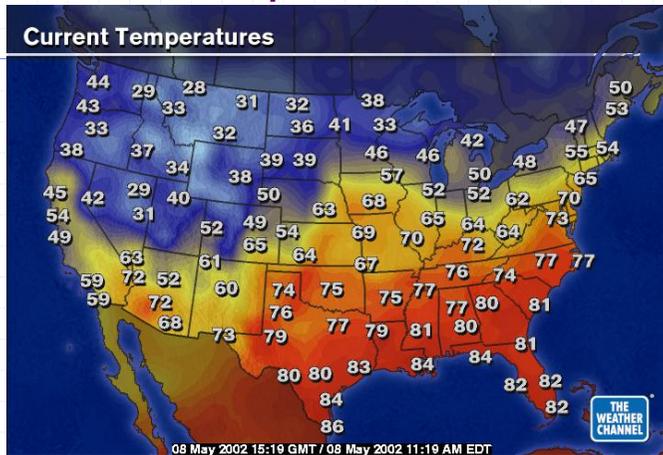
4.1 Definición general / matemática de campo

- ¿Qué es un campo, matemáticamente hablando?
 - Un **campo** (vectorial) es una función (vectorial) que describe una determinada magnitud (vectores) en todos los puntos del espacio.
 - Un campo (vectorial) está constituido por una distribución de magnitudes (vectores) definidas en función de las coordenadas espaciales y el tiempo.

\rightarrow A cada punto del espacio se le hace corresponder un número o un vector (distinto, por lo general, para cada punto) y que puede depender del tiempo.

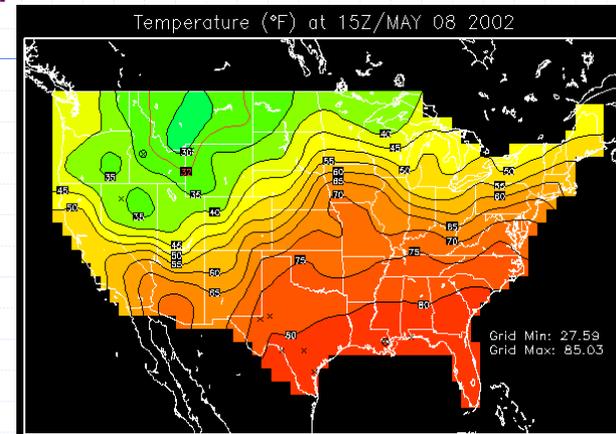
- Tipos de campos
 - Escalares: temperatura de cada punto...
 - Vectoriales: velocidad del aire en cada punto...
 - Estáticos: no dependen del tiempo
 - Variables con el tiempo: rápidos de un río...

Campo escalar



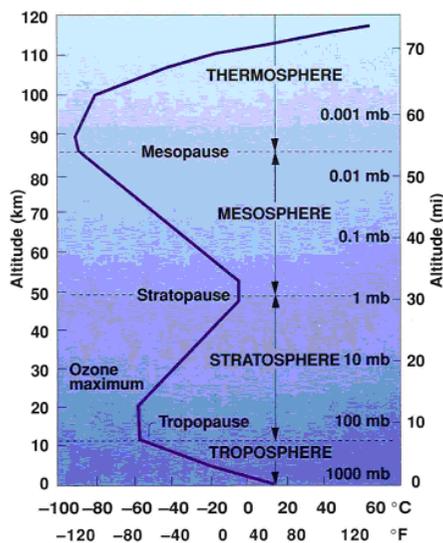
- ◆ Ej. Temperatura: Cada localidad tiene asociado un valor (número con unidades)

Campo escalar – líneas de contorno



- Los colores representan la temperatura en la superficie
- Las líneas de contorno unen puntos con la misma temperatura

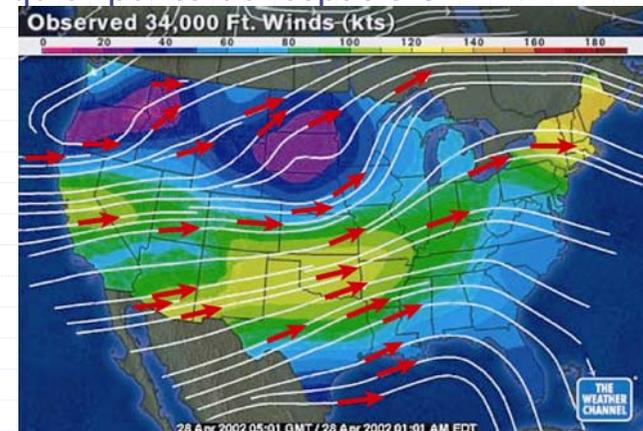
Los campos son tridimensionales



- $T^a = T^a(x,y,z)$
(depende del punto 3D considerado)
- 3D difícil de visualizar
→ Representación 2D

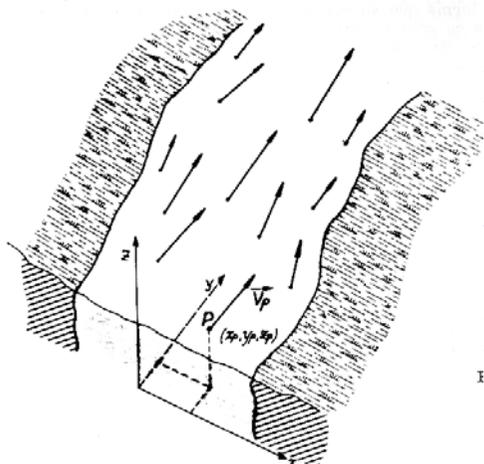
Campos vectoriales

- Vector (magnitud, dirección y sentido) en cualquier punto del espacio 3D



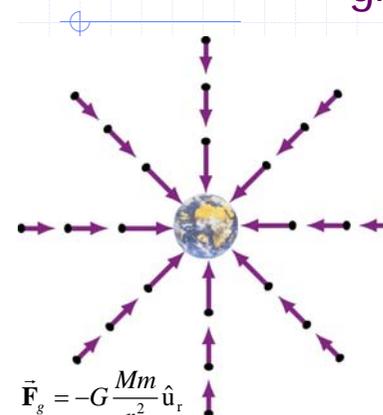
Ejemplo: Campo de velocidades de la atmósfera

Ejemplo de campo vectorial: velocidad en un fluido



En cada punto del cauce de un río, la velocidad de una molécula de agua se puede representar con un vector
 → a cada punto del fluido le corresponde una velocidad $\vec{v}(x, y, z, t)$

Campos de fuerzas: gravitatorio \vec{g} y eléctrico \vec{E}



El campo gravitatorio g en un punto del espacio es igual a la fuerza gravitacional \vec{F} que actúa sobre la masa de prueba m_0 dividida por esa misma masa:

$$\vec{g} = \vec{F} / m$$

De manera similar, un **campo eléctrico** en un punto del espacio puede definirse en función de la fuerza eléctrica que actúa sobre una carga de prueba q_p localizada en ese punto.

$$\vec{F}_g = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{u}_r$$

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m} = -\frac{GMm/r^2}{m} \hat{u}_r = -G \frac{M}{r^2} \hat{u}_r$$

$$\hat{u}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{\vec{r}}{r} \quad (\text{vector unitario desde } M \text{ hasta } m)$$

4.2 Definición de campo eléctrico

- El vector "intensidad de campo eléctrico" o simplemente "campo eléctrico" \vec{E} en un punto del espacio se define como la fuerza eléctrica \vec{F} que actúa sobre una carga de prueba positiva situada en ese punto, dividida por la magnitud de la carga de prueba q_p .

$$\vec{E} = \vec{F} / q_p$$

- Campo eléctrico = fuerza por unidad de carga
- Unidades: N / C
 - En el tema 4 veremos otra unidad equivalente, el V/m
 - E es producido por una carga EXTERNA a la carga de prueba, no es el campo producido por la propia carga de prueba.
 - Un campo es uniforme si es el mismo en todos los puntos del espacio (por ejemplo, el campo gravitatorio en la superficie de la tierra, refiriéndonos a puntos cercanos).

Dirección y sentido de \vec{E}

- La DIRECCIÓN y SENTIDO de \vec{E} en un punto es la del movimiento de una carga positiva pequeña, abandonada a merced del campo en ese punto.



- Esta observación es clave para imaginar la dirección del campo \vec{E} creado por objetos complejos
- La carga de prueba q_p utilizada para "medir" o "calcular" el campo eléctrico debe ser suficientemente pequeña para evitar que desplace el resto de partículas cargadas de sus posiciones.

Visualización de un campo eléctrico

- ◆ Fuerza de interacción a distancia (Coulomb):
 - <http://webphysics.davidson.edu/Applets/EField4/prb2.html>
- ◆ Mismo fenómeno físico explicado utilizando el concepto de campo eléctrico \vec{E} :
 - <http://webphysics.davidson.edu/Applets/EField4/prb4.html>
- ◆ Campo E creado por varias cargas puntuales:
 - <http://webphysics.davidson.edu/Applets/EField4/intro.html>
- ◆ Otros ejemplos:
 - Carga que rebota al entrar en un campo eléctrico uniforme:
 - ◆ <http://webphysics.davidson.edu/Applets/EField4/prb5.html>
 - Carga frenada al atravesar una diferencia de potencial de 1 V:
 - ◆ <http://webphysics.davidson.edu/Applets/EField4/prb6.html>

Video concepto campo \vec{E}



¿Por qué utilizamos una carga de prueba pequeña?

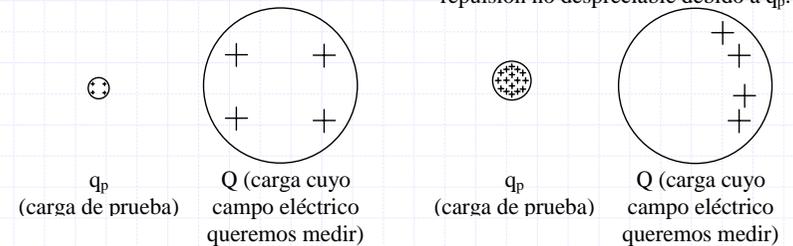
- ◆ Si utilizásemos como masa de prueba la Luna para calcular el campo gravitatorio terrestre, provocaríamos mareas (desplazamiento de masas que pueden moverse libremente).
- ◆ Análogamente, si utilizamos una carga muy grande, podemos hacer moverse a las partículas cargadas por fuerzas de atracción/repulsión con la carga utilizada. También afectaríamos a los dieléctricos, redistribuiríamos la carga en los conductores (tal como ocurría en la carga por inducción) e incluso podríamos hacer "saltar chispas" (ruptura dieléctrica).
- ◆ Efecto de una carga de prueba muy grande sobre \vec{E} (Ej. 6):
 - http://cwx.prenhall.com/bookbind/pubbooks/giancoli3_la/chapter21/multiple3/deluxe-content.html

La carga de prueba no debe crear un campo E elevado

- ◆ La propia carga de prueba no debería afectar al sistema. Por ejemplo:

Si $q_p \ll Q$, la carga de prueba no afecta notablemente a la distribución de cargas de una esfera conductora.

Si $q_p \gg Q$, la carga de prueba puede desplazar las cargas de la bola conductora, pues estas sufren una repulsión no despreciable debido a q_p .



4.3 Campo eléctrico frente a interacción a distancia entre partículas

◆ Nuevas ideas asociadas al concepto de \vec{E} :

- Interpretación de la interacción eléctrica como una propiedad o "perturbación" del espacio, debido a la presencia cercana de cargas, en vez de una fuerza de acción a distancia.

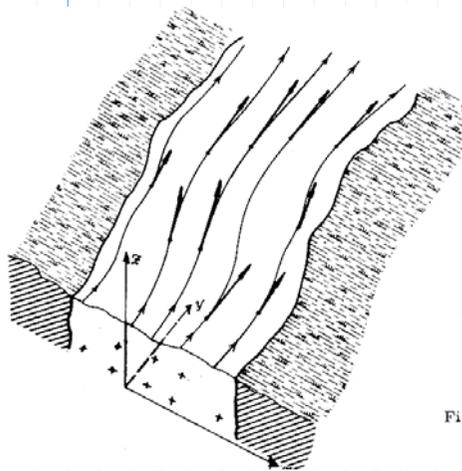
	Tipo de interacción	Explicación
Antes:	carga \leftrightarrow carga	Coulomb
Ahora:	carga \leftrightarrow campo \leftrightarrow carga	\vec{E}

El concepto de \vec{E} se lo debemos a Michael Faraday (1791-1867)

Nuevas ideas asociadas al concepto de \vec{E} :

- ◆ Para aplicar Coulomb necesitamos al menos 2 cargas:
 - En la interpretación de fuerzas a distancia, se necesita SIEMPRE una carga para que se manifieste la fuerza. Si no tenemos una carga sobre la cual podemos medir la fuerza electrostática, no se produce ninguna interacción.
 - En la interpretación de campo \vec{E} , éste existe aunque no haya cargas sobre las que se manifieste su efecto (por ejemplo, en el vacío).
- ◆ El concepto de acción a distancia instantánea es incompatible con la teoría de la relatividad.
 - Esta teoría indica que la interacción entre dos puntos distintos no puede propagarse con velocidad infinita.
 - Ejemplo: la luz que emite el sol es una onda electromagnética, asociada a un campo eléctrico que se transmite en el vacío.
 - ◆ Distancia Tierra-Sol: $d = 1,496 \cdot 10^{11}$ m
 - ◆ Velocidad de la luz $c = 3 \cdot 10^8$ m/s (velocidad de propagación de \vec{E})
 - ◆ Tiempo que tarda en llegar la luz: $t = 1,496 \cdot 10^{11} / 3 \cdot 10^8 = 498$ s = 8 min 18'

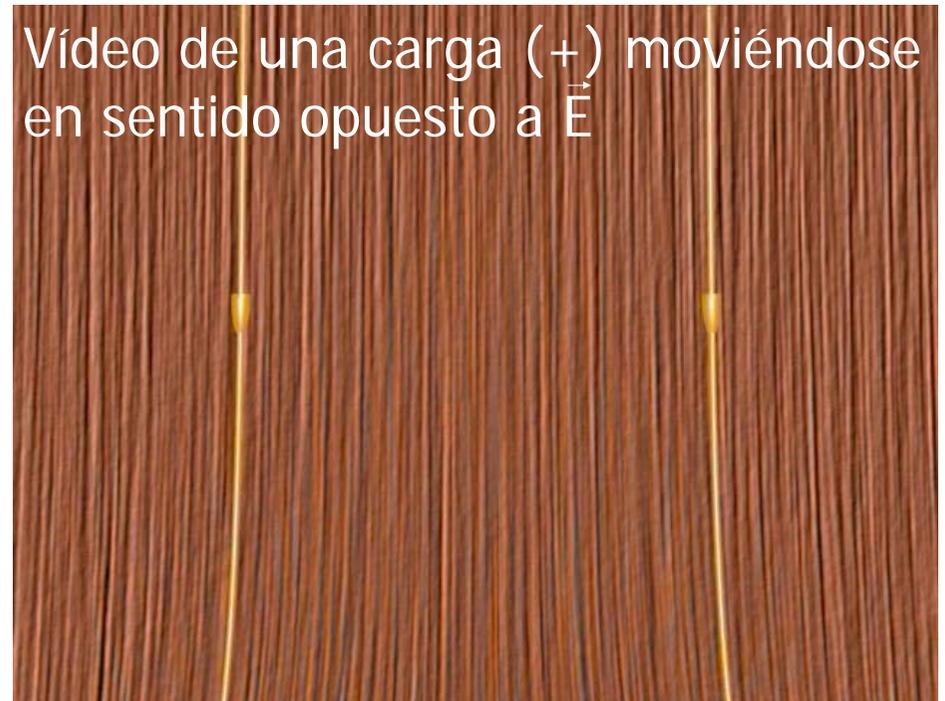
4.3 Forma práctica de dibujar un campo vectorial: líneas de campo



- Lo más inmediato es representar en cada partícula de fluido el vector velocidad, con su módulo y dirección.
- Lo más gráfico y práctico (sobretudo para hacerlo a mano) es dibujar sólo las **LÍNEAS DE CAMPO**, uniendo los vectores velocidad (trayectoria que seguirían las partículas)

Fig.

Vídeo de una carga (+) moviéndose en sentido opuesto a \vec{E}

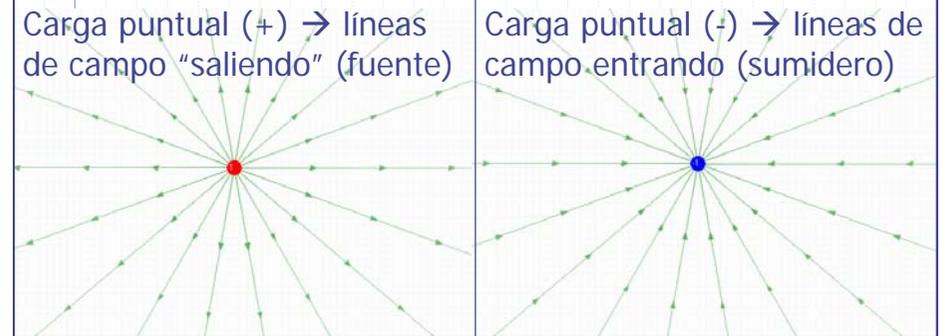


Vídeo de una carga (+) moviéndose en un \vec{E} variable



Propiedades de las líneas de campo 78

- ◆ Son tangentes al campo vectorial representado
- ◆ Nunca se cortan. [Electric Field](#) (*instalar programa*)
- ◆ Esta representación pierde la información sobre el módulo del vector en cada punto.
 - Esta carencia se palia adoptando el convenio de dibujar las líneas más juntas en zonas donde el campo es mayor.



Video líneas \vec{E}

Extracto tomado de "El universo mecánico y más allá".



\vec{E} creado por las configuraciones más usuales: carga puntual positiva 80

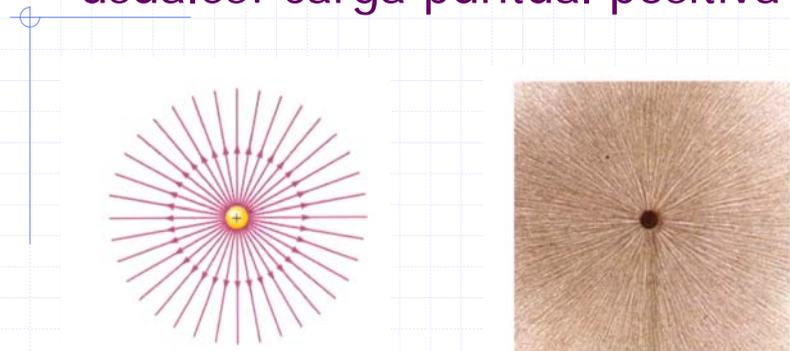


Imagen extraída del Tipler, Física, V 2, p 612, 3ª Ed., Reverté. Bilbao, 1997.

\vec{E} creado por un dipolo (dos cargas de igual magnitud pero con distinto signo)

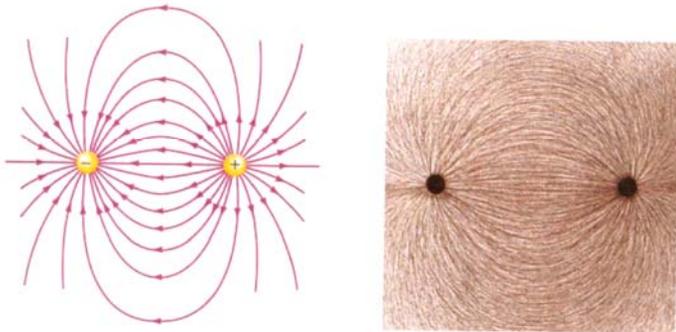
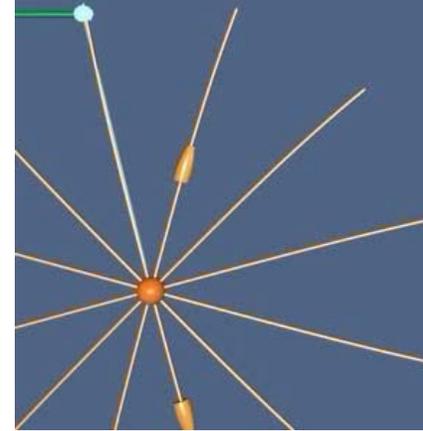


Imagen extraída del Tipler, Física, V 2, p 612-613, 3ª Ed., Reverté. Bilbao, 1997.

VISUALIZACIÓN INTERACTIVA:

<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/electrostatics/DipoleField3d/DipoleField3dnew.htm>

Vídeo de dos cargas opuestas suspendidas de un péndulo



<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/electrostatics/>

\vec{E} creado para dos cargas iguales

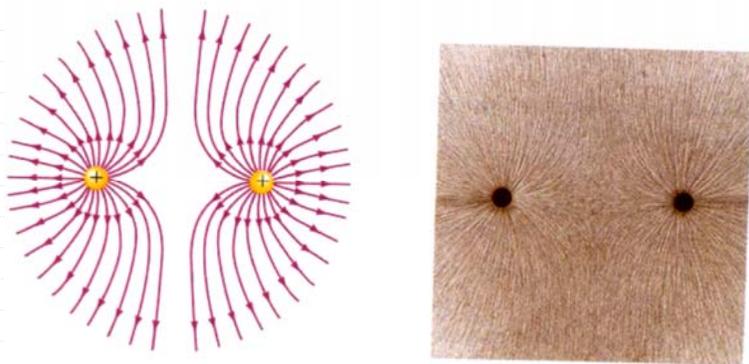
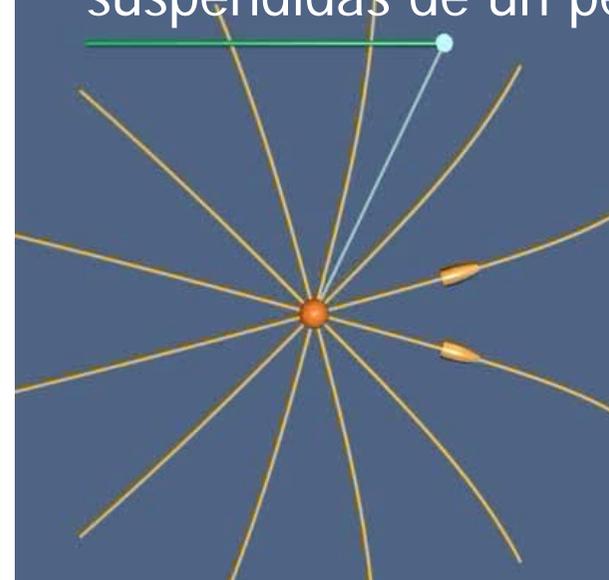


Imagen extraída del Tipler, Física, V 2, p 612-613, 3ª Ed., Reverté. Bilbao, 1997.

Vídeo de dos cargas iguales suspendidas de un péndulo



<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/electrostatics/>

Reglas para dibujar las líneas de campo eléctrico \vec{E}

- ◆ Las líneas deben empezar en cargas positivas y terminar en cargas negativas.
- ◆ El número de líneas dibujadas saliendo de una carga positiva o acercándose a una carga negativa es proporcional a la magnitud de la carga.
- ◆ Ningún par de líneas de campo pueden cruzarse o tocarse (salvo en caras puntuales que hacen de fuentes o sumideros).
 - En puntos con \vec{E} elevado, las líneas pueden estar muy juntas.

Observaciones sobre las líneas de campo

- ◆ Con este modelo se corre el riesgo de obtener una impresión errónea de un dibujo bidimensional de líneas de campo, que se está usando para describir una situación tridimensional.

Representación tridimensional

(requiere *instalar* el programa "Equipotential for College")

- ◆ Aunque nosotros dibujemos un número reducido de líneas de campo, para obtener una información más precisa deberíamos dibujar un número muy grande de líneas para que cerca de cualquier punto tuviéramos una línea de campo que nos diera información de E en ese punto.

4-. Diferencia de potencial electrostático

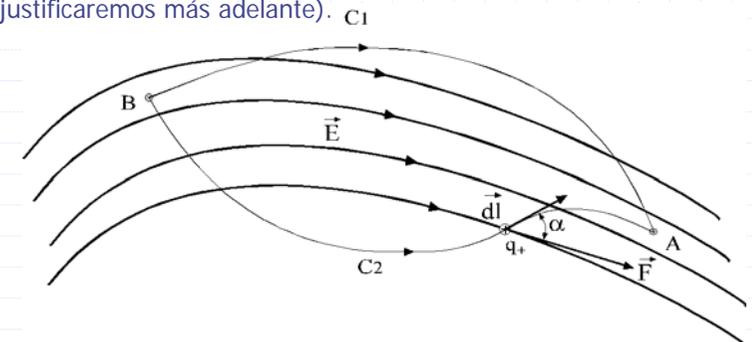
- ◆ Diferencia de potencial entre puntos A y B:

$$V_A - V_B \triangleq \frac{W_{B \rightarrow A}}{q}$$

- Trabajo que un *agente exterior* al campo eléctrico \vec{E} debe realizar para trasladar la unidad de carga positiva (+1 C) desde el punto B hasta el punto A.
- O simplemente, trabajo que se debe realizar *contra* \vec{E} para trasladar una carga q desde el punto B hasta el punto A, dividido por el valor de dicha carga.
 - ◆ El trabajo que nos cuesta mover la carga es proporcional al valor de la carga, por lo que el valor concreto de la carga que utilizemos no nos influye en la diferencia de potencial.

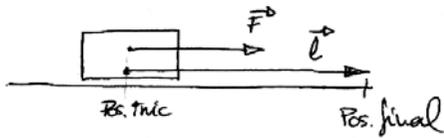
La trayectoria B→A es indiferente

- ◆ Cuando el campo eléctrico procede de cargas eléctricas estáticas (campo electrostático), el trabajo realizado por el campo electrostático para trasladar una carga q desde un punto A hasta otro B no depende de la trayectoria seguida, C; únicamente depende de las posiciones de los puntos A y B. (Esto lo justificaremos más adelante).



Recordatorio: cálculo del trabajo producido por una fuerza (opcional)

- Caso más sencillo (fuerza y desplazamiento en la misma dirección)
Una fuerza que actúa sobre un cuerpo moviéndolo en la dirección de ésta:

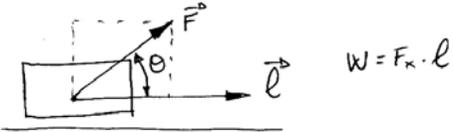


$$W = F \cdot l$$

$$l = \text{pos. final} - \text{pos. inic.}$$

El trabajo que ejerce la fuerza se define como fuerza por la distancia desplazada
(Observar que aunque haya fuerza, si no hay desplazamiento no hay trabajo)

- Caso: fuerza y desplazamiento forman un ángulo
Una fuerza etc que actúa sobre un cuerpo que como resultado de ella se mueve en una dirección diferente.



sólo contribuye al trabajo la parte de la fuerza en la dirección del movimiento.

$W = F_x \cdot l$, siendo F_x la proyección de la fuerza total \vec{F} sobre la dirección de l

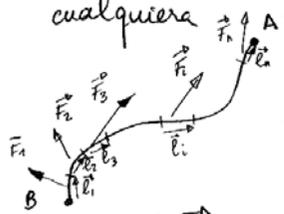
También puede escribirse $W = F \cdot l \cdot \cos \theta$, ya que por trigonometría se ve que $F_x = F \cdot \cos \theta$

Por último se puede escribir en función del producto escalar de los vectores \vec{F} y \vec{l}
 $W = \vec{F} \cdot \vec{l}$
 $\vec{l} = \vec{r}_{\text{final}} - \vec{r}_{\text{inicial}}$

¿Y si la fuerza no es constante?

- Caso general

la fuerza no es etc. en cada punto, que actúa sobre un móvil y a consecuencia de ella ésta describe una trayectoria cualquiera



El trabajo puede calcularse sumando los trabajos realizados en pequeños desplazamientos

$$\Delta W_1 = \vec{F}_1 \cdot \vec{l}_1 \rightarrow W = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot \vec{l}_i$$

El límite de esta suma cuando los incrementos de desplazamiento se hacen muy pequeños se denomina integral, utilizándose esta notación.

$$\sum_{i=1}^n \rightarrow \int_B^A; \quad \vec{F}_i \rightarrow \vec{F}(r); \quad \vec{l}_i \rightarrow d\vec{l}$$

Por tanto, la expresión general del trabajo realizado por una fuerza que actúa sobre un móvil es

$$W = \int_B^A \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

A esta suma se le denomina INTEGRAL DE LÍNEA

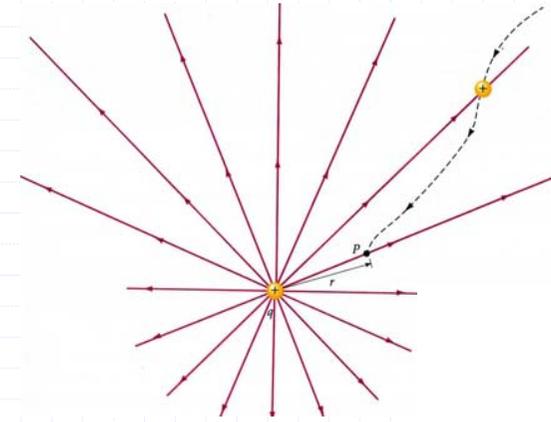
Recordatorio: El producto escalar



VISUALIZACIÓN INTERACTIVA:

<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/vectorfields/DotProduct/dotProduct.htm>

Aplicación al campo eléctrico:



Trabajo contra el campo E para llevar una carga de un punto a otro

Cálculo matemático de las d.d.p.

$$V_A - V_B \triangleq \frac{W_{B \rightarrow A}}{q} = \frac{\text{trayectoria } C \int_B^A \vec{F}_{\text{agente ext}} \cdot d\vec{l}}{q}$$

Ley de acción y reacción: $\vec{F}_{\text{agente ext}} = -\vec{F}_{\text{campo eléctrico}} = -q \cdot \vec{E}$

$$V_A - V_B = \frac{\int_B^A -q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l}}{q} = \frac{-q \cdot \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l}}{q} = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

movemos una carga q de valor fijo

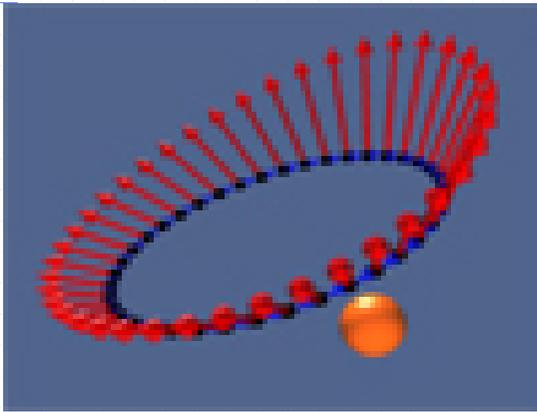
Trabajo realizado contra E

$$V_A - V_B = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Video diferencia de potencial



Integral de línea



VISUALIZACIÓN INTERACTIVA:
<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/vectorfields/pathintegrals/pathInt.htm>

Unidades de potencial

◆ La unidad de la d.d.p. en el S.I es el Voltio

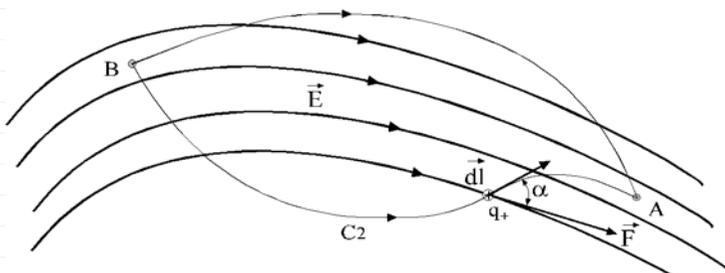
$$[V = J/C].$$

$$V_A - V_B = \begin{cases} \frac{W_{B \rightarrow A}}{q} & \left[\frac{J}{C} \right] \\ -\int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l} & \left[\frac{N \cdot m}{C} \right] \\ \text{Voltio} \Rightarrow 1 V = 1 \frac{J}{C} = 1 \frac{N \cdot m}{C} \end{cases}$$

La d.d.p. no depende de la trayectoria seguida para ir de A → B

◆ Se puede demostrar que la diferencia de potencial electrostático (asociado a un campo electrostático) entre dos puntos A y B no depende de la trayectoria que une A y B, sino únicamente de las posiciones de A y B.

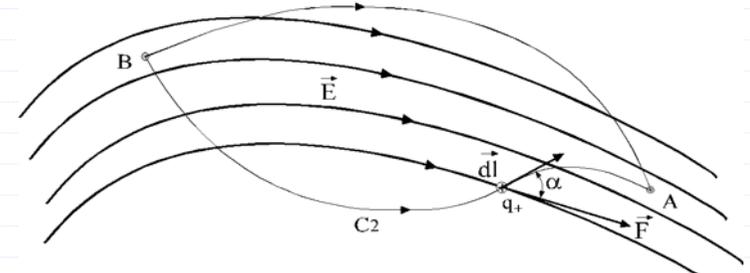
$$V_A - V_B = \frac{W_{B \rightarrow A}}{q} = - \int_{C_1}^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{C_2}^A \vec{E} \cdot d\vec{l}$$



Los campos electrostáticos son¹⁰⁰ CONSERVATIVOS

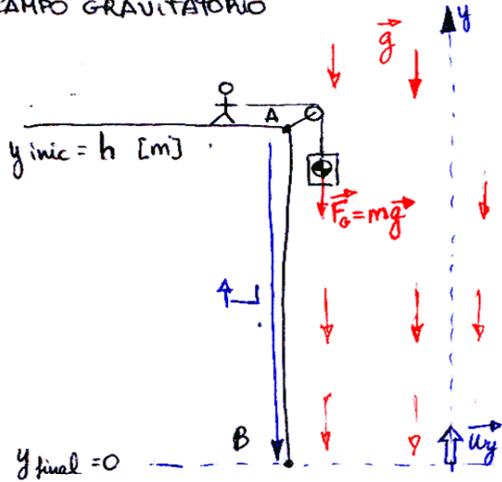
◆ Las fuerzas y campos electrostáticos son, por lo tanto, conservativos; el trabajo realizado por el campo para trasladar cargas a lo largo de trayectorias cerradas será siempre cero.

$$W_{A \rightarrow A}^* = W_{A \rightarrow B}^* + W_{B \rightarrow A}^* = \oint_{\text{tray. cerrada } C}^A \vec{F} \cdot d\vec{l} = \oint_C^A q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 = W_{A \rightarrow A}$$

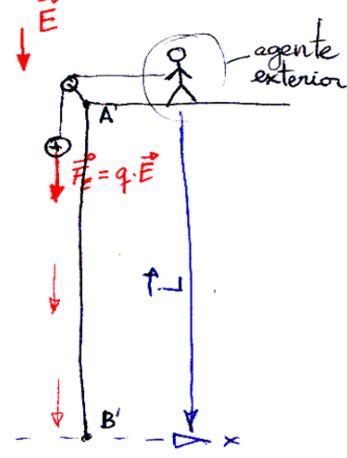


Analogía del trabajo realizado "contra" el campo eléctrico y el gravitatorio (OPCIONAL)

CAMPO GRAVITATORIO



CAMPO ELÉCTRICO



- Campo gravitatorio (Trabajo realizado por el campo gravitatorio)

$W_{a \rightarrow b}^*$ = trabajo que el campo gravitatorio debe realizar para trasladar la masa "m" desde A hasta B

$$W_{a \rightarrow b}^* = \vec{F}_g \cdot \vec{L} = |\vec{F}_g| |\vec{L}| \cos(0 \text{ rad}) = m|g| (y_{\text{final}} - y_{\text{inic}}) > 0$$

Nota: - el trabajo lo realiza el campo gravitatorio
- el agente exterior "tiene que frenar" la masa.

- Campo eléctrico (Trabajo realizado por el campo eléctrico).

$W_{A \rightarrow B}^*$ = trabajo que el campo eléctrico realiza para trasladar q_+ desde A hasta B

$$W_{A \rightarrow B}^* = \vec{F}_E \cdot \vec{L} = |\vec{F}_E| |\vec{L}| \cos(0 \text{ rad}) = q_+ |\vec{E}| (y_{\text{final}} - y_{\text{inic}}) > 0$$

Trabajo del campo positivo \Rightarrow El trabajo lo realiza realmente \vec{E}
- El agente exterior "tiene que frenar" la carga

Diferencia entre el trabajo realizado por el campo y por el agente (opcional)

Si el trabajo lo realiza un "AGENTE EXTERIOR"

- Por la ley de acción y reacción (3ª ley de Newton), la fuerza que debe ejercer el agente exterior es igual en módulo y dirección pero de sentido contrario a la del campo.
 $\vec{F}_{\text{agente exterior}} = -\vec{F}_{\text{campo}}$

Trabajo realizado por el agente exterior

$$W_{a \rightarrow b} = \vec{F}_{\text{agente ext.}} \cdot \vec{L} = (-\vec{F}_E) \cdot \vec{L} = |\vec{F}_E| |\vec{L}| \cos 180 = -|\vec{F}_E| |\vec{L}| = -W_{ab}^*$$

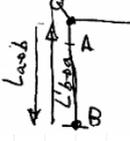


$$W_{a \rightarrow b} < 0$$

Conclusiones de la analogía (opcional)

- ◆ El trabajo realizado por el agente exterior es negativo. Esto quiere decir que el agente "tiene que frenar" la masa (más correctamente: ABOSORBE energía). El campo eléctrico realiza un trabajo positivo, en el sentido de empujar (CEDE energía).
- ◆ El trabajo realizado por el agente exterior ($W_{A \rightarrow B}$) más el trabajo realizado por el campo ($W_{A \rightarrow B}^*$) es cero: $W_{A \rightarrow B} + W_{A \rightarrow B}^* = 0$ (ppio. de conservación de la energía)
- ◆ De este hecho se concluye que el trabajo realizado por el agente exterior coincide con el del campo CAMBIADO DE SIGNO.

¿qué pasa si volvemos a dejar la carga en el punto inicial? (opcional)

$$W_{B \rightarrow A} = \vec{F}_{\text{agente ext}} \cdot \vec{L}_{B \rightarrow A} = \vec{F}_{\text{agente ext}} \cdot (-\vec{L}_{A \rightarrow B}) = -\vec{F}_{\text{agente ext}} \cdot \vec{L}_{A \rightarrow B} = -W_{A \rightarrow B}$$


- ◆ El trabajo $W_{A \rightarrow B}$ para mover una carga desde $A \rightarrow B$ es igual al trabajo $W_{B \rightarrow A}$ para volver a dejar la carga en el punto inicial A, pero cambiado de signo.
- ◆ Por eso se dice que los campos ELECTROSTÁTICOS son CONSERVATIVOS.
 - Al final de curso, veremos que ciertos campos eléctricos (por ej. los originados por el magnetismo) no cumplen esta condición.
- ◆ Una propiedad derivada de que las fuerzas electroestáticas son conservativas es que el trabajo necesario para mover una carga desde un punto A a otro B SÓLO depende de la POSICIÓN de estos puntos, NO del camino seguido.

Algunos enlaces a problemas interactivos... (en inglés)

- ◆ [Problemas sobre la carga eléctrica y el campo eléctrico \(Giancolli, Física para universitarios\).](http://www.giancolli.com/Problems/Chapter21/multiple3/deluxe-content.html)
 - <http://www.giancolli.com/Problems/Chapter21/multiple3/deluxe-content.html>
- ◆ [Problemas sobre el potencial eléctrico \(Giancolli, Física para universitarios\).](http://www.giancolli.com/Problems/Chapter23/multiple3/deluxe-content.html)
 - <http://www.giancolli.com/Problems/Chapter23/multiple3/deluxe-content.html>
- **Repaso sobre vectores y campos vectoriales:**
 - <http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/coursenotes/modules/guide01.pdf>

¡Cuidado con los signos!

- ◆ Es muy fácil “despistar” algún signo al calcular una d.d.p. Hay algunas reglas que ayudan a detectar errores:
- ◆ Al moverse en la dirección de \vec{E} , el potencial disminuye (o se hace más negativo). Para que el potencial aumente (o se haga menos negativo), hay que moverse en dirección opuesta a \vec{E} (*contra* \vec{E}).
- ◆ \vec{E} apunta a las cargas negativas.
- ◆ Con referencia ∞ , las cargas + tienen un potencial **positivo (+)** y las cargas -, un potencial **negativo (-)**.

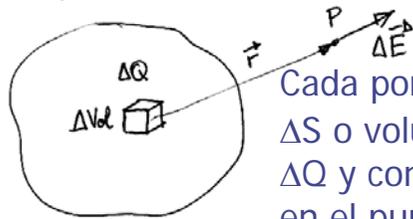
$$V_+ - V_- > 0 \quad (+) \qquad V_- - V_+ < 0 \quad (-)$$
 - Cuando tenemos cargas encerradas dentro de objetos o distribuciones complejas, esto no siempre se cumple.

6-. \vec{E} creado por carga distribuida en objetos

- ◆ Existen muchas situaciones prácticas en las que las cargas eléctricas no se concentran en puntos sino que se distribuyen a lo largo de objetos.
- ◆ Para cargas muy próximas entre sí, se puede considerar el sistema de cargas como si fuera continuo. Es decir, se puede considerar la carga total distribuida a través de un volumen, una superficie o una línea.
 - Por ejemplo, en el caso de conductores cargados, la carga se distribuye sobre su superficie.
 - Si tenemos un cable fino o una barra fina cargada, la carga se distribuye, a nuestros efectos, en una línea.
 - Si frotamos una hoja de plástico, la carga se depositará sobre su superficie...

¿Cómo podemos resolver problemas de este tipo?

- La distribución de cargas se divide en pequeños elementos como si fueran cargas puntuales de valor ΔQ y luego se aplica el principio de superposición



Cada porción de línea Δl , superficie ΔS o volumen $\Delta \tau$ contiene una carga ΔQ y contribuye al campo eléctrico en el punto P con un valor $\Delta \vec{E}$ igual a:

$$\Delta \vec{E} = K \frac{\Delta Q}{|\vec{r}|^2} \vec{u}_r$$

\vec{u}_r = vector unitario paralelo a \vec{r}

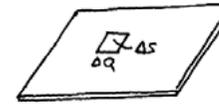
DENSIDAD DE CARGA VOLUMÉTRICA: ES LA CARGA POR UNIDAD DE VOLUMEN.



$$\rho = \lim_{\Delta \tau \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta \tau} = \frac{dQ}{d\tau} \quad [\rho] = C/m^3$$

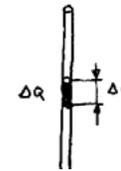
CONOCIDO ρ SE PUEDE CALCULAR Q: $Q = \int_V \rho d\tau$

DENSIDAD DE CARGA SUPERFICIAL: ES LA CARGA POR UNIDAD DE SUPERFICIE EN UN PLANO.



$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta S} = \frac{dQ}{dS} \quad [\sigma] = C/m^2 \Rightarrow Q = \int_S \sigma dS$$

DENSIDAD DE CARGA LINEAL: ES LA CARGA POR UNIDAD DE LONGITUD EN UNA VARILLA



$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta l} = \frac{dQ}{dl} \quad [\lambda] = C/m \Rightarrow Q = \int_l \lambda dl$$

Carga distribuida en líneas

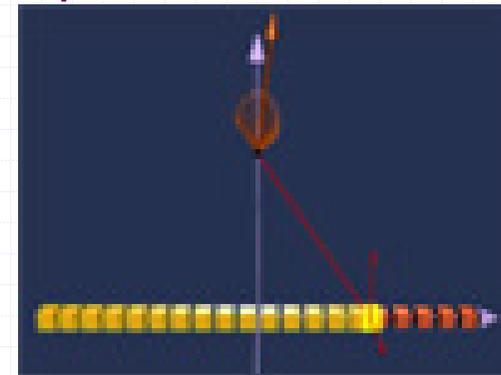
- El hilo, barra alargada, etc. se corta en trozos pequeños, de longitud Δl . Cada uno de ellos contiene una pequeña carga, ΔQ .
- Como la cantidad de carga ΔQ en cada trozo es proporcional a su longitud Δl , podemos definir ese cociente como λ , densidad de carga longitudinal.

→ Densidad lineal de carga λ

$$\lambda = \frac{\text{Carga } Q}{\text{Longitud en donde está repartida}} \quad \left[\frac{C}{m} \right]$$

- En barras e hilos que no estén uniformemente cargados, λ puede variar de un trozo de hilo a otro.

É creado por una varilla cargada



VISUALIZACIÓN INTERACTIVA:

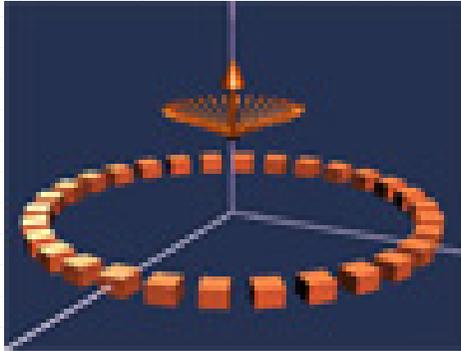
<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/electrostatics/LineIntegration/LineIntegrationFullScreen.htm>

VISUALIZACIÓN INTERACTIVA:

<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/electrostatics/LineField/LineFieldFullScreen.htm>

\vec{E} creado por un hilo circular

113



VISUALIZACIÓN INTERACTIVA:

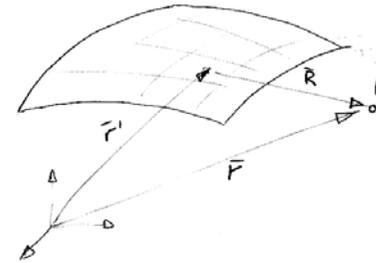
<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/electrostatics/RingIntegration/RingIntegrationFullScreen.htm>

VISUALIZACIÓN INTERACTIVA:

<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/visualizations/electrostatics/RingField/RingFieldFullScreen.htm>

Carga distribuida en superficies

114



densidad de carga superficial para una sup. uniformemente cargada

$$\sigma = \frac{\text{Carga total contenida en la sup.}}{\text{Superficie}} \quad \left[\frac{C}{m^2} \right]$$

Si la densidad sup. de carga varía

$$\sigma(\vec{r}') = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \iint_{\text{sup}} k \frac{\sigma(\vec{r}')}{|\vec{R}|^2} dS \cdot \vec{u}_R$$

Carga distribuida en volúmenes

115

- Si tenemos un objeto uniformemente cargado, de volumen V y con una carga total Q , la DENSIDAD DE CARGA VOLUMÉTRICA o carga por unidad de volumen ρ sería

$$\rho = \frac{Q}{\text{Volumen}} \left[\frac{C}{m^3} \right] \quad \left(\text{Por evitar confusiones con el potencial, al volumen lo designaremos con la letra } \tau \text{ "tau"} \right)$$

- Si el objeto no está uniformemente cargado, podríamos dividirlo en trozos en los cuales la densidad de carga

es aprox. constante. Para cada trozo

$$\rho_i = \frac{\Delta Q \text{ dentro de cada porción de volumen } \Delta \tau}{\Delta \tau}$$

Diferencial de carga y densidad volumétrica de carga

116

- Si hacemos los trozos muy pequeños, se puede llegar a definir la densidad volumétrica de carga que hay en cada punto

$$\rho(\vec{r}') = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q \text{ dentro de } \Delta \tau}{\Delta \tau} = \frac{dQ}{d\tau}$$

\Rightarrow Cada elemento diferencial puede tratarse como una carga puntual de valor $dQ = \rho(\vec{r}') d\tau$ colocada en el punto \vec{r}' (utilizo \vec{r}' porque \vec{r} es el vector de posición del punto P en donde quiero conocer \vec{E}).

Bibliografía adicional de repaso (opcional, en inglés)

- A. [Vectores, producto escalar y vectorial](#)
- B. [Sistemas de coordenadas](#)
- C. [Trabajo e integral de línea](#)
- D. [Energía potencial y conservación de energía mecánica](#)
- E. [Movimiento armónico simple y energía mecánica](#)

(c) [Technology-Enabled Active Learning \(TEAL\) Project at Massachusetts Institute of Technology \(MIT\)](#),
<http://web.mit.edu/8.02t/www/802TEAL3D/>