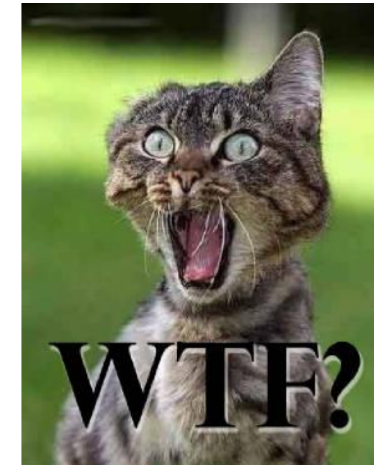
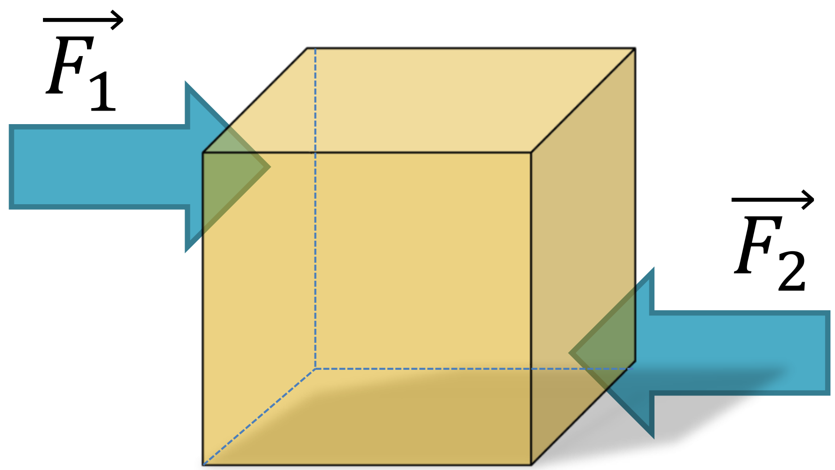


$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$



$$\overrightarrow{\mathbf{V}} = 0?$$

Rotación

Condiciones de equilibrio

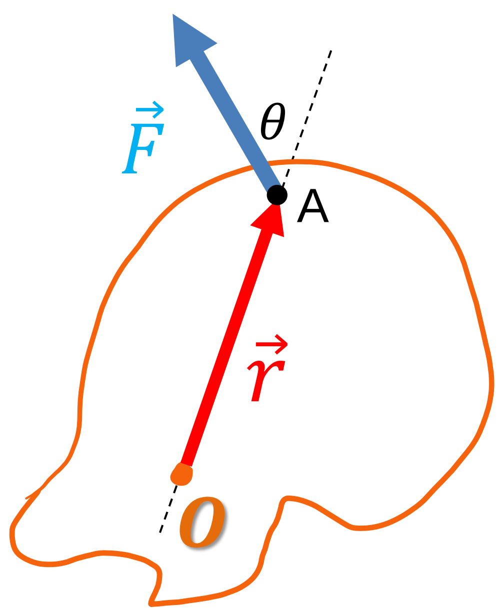
Momento de una Fuerza (Torque)

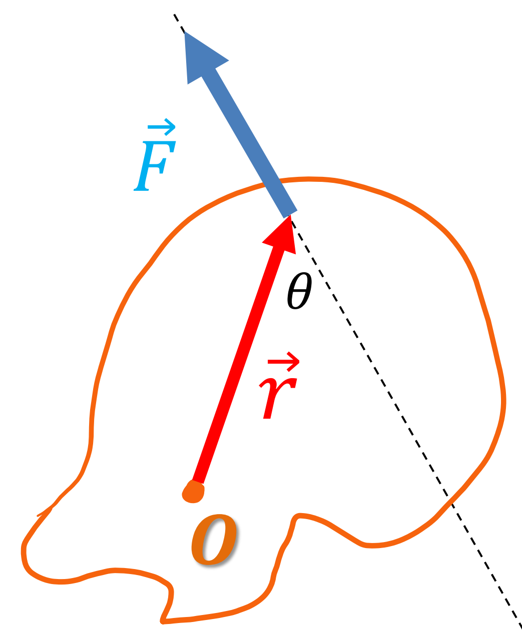
$$\vec{r} = (r_x, r_y, r_z)$$

$$\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$$

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}}$$

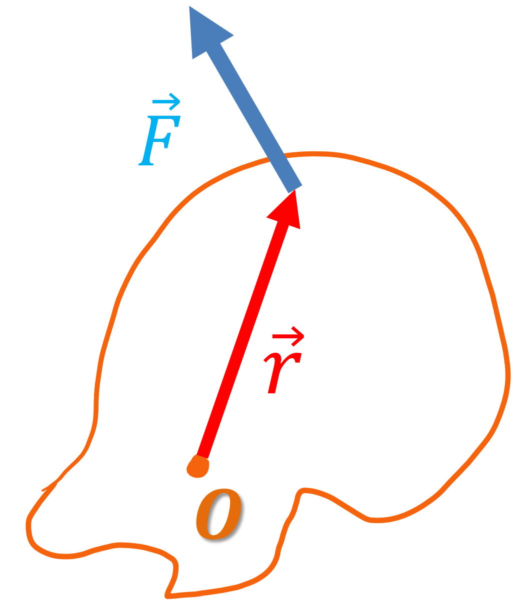
$$|\vec{\tau}| = \left|\vec{r} \times \vec{F}\right| = |\vec{r}|\left|\vec{F}\right| sen\theta$$





$$\vec{r} = (r_x, r_y, r_z)$$
$$\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$$

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}}$$



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ F_x & F_y & F_z \\ r_x & r_y & r_z \end{vmatrix} =$$

$$= (F_y r_z - F_z r_y)\,\hat{\imath} - (F_x r_z - F_z r_x)\,\hat{\jmath} + (F_x r_y - F_y r_x)\,\hat{k}$$

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r} \times \vec{F}| = |\vec{r}||\vec{F}| sen\theta$$

$$\vec{r} = (r_x, r_y, r_z)$$
$$\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$$

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ F_x & F_y & F_z \\ r_x & r_y & r_z \end{vmatrix} =$$

$$= (F_y r_z - F_z r_y)\,\hat{\imath} - (F_x r_z - F_z r_x)\,\hat{\jmath} + (F_x r_y - F_y r_x)\,\hat{k}$$

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r} \times \vec{F}| = |\vec{r}||\vec{F}| sen\theta$$

1.

$$\det\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix} =$$

$$\underline{a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}} - (\underline{a_{31}a_{22}a_{13}+a_{32}a_{23}a_{11}+a_{33}a_{21}a_{12}})$$

2.

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -5 & 5 & 0 \\ -2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$|\boldsymbol{A}| =$$

$$= 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ -3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$+2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} -5 & 0 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

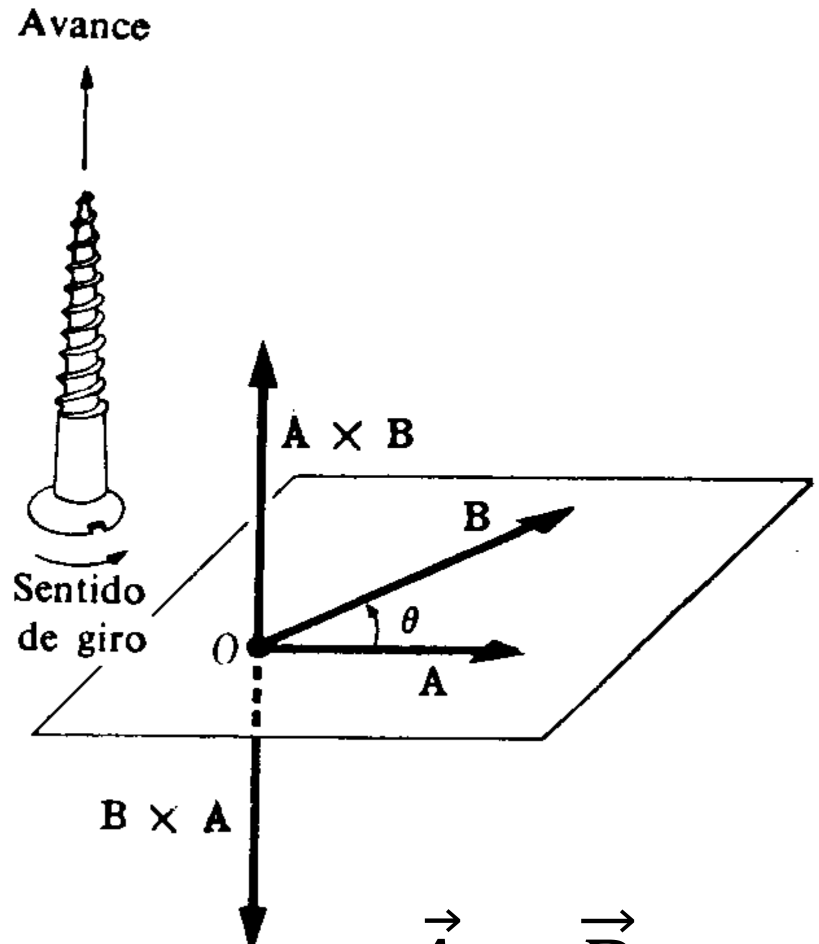
$$+3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} -5 & 5 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} =$$

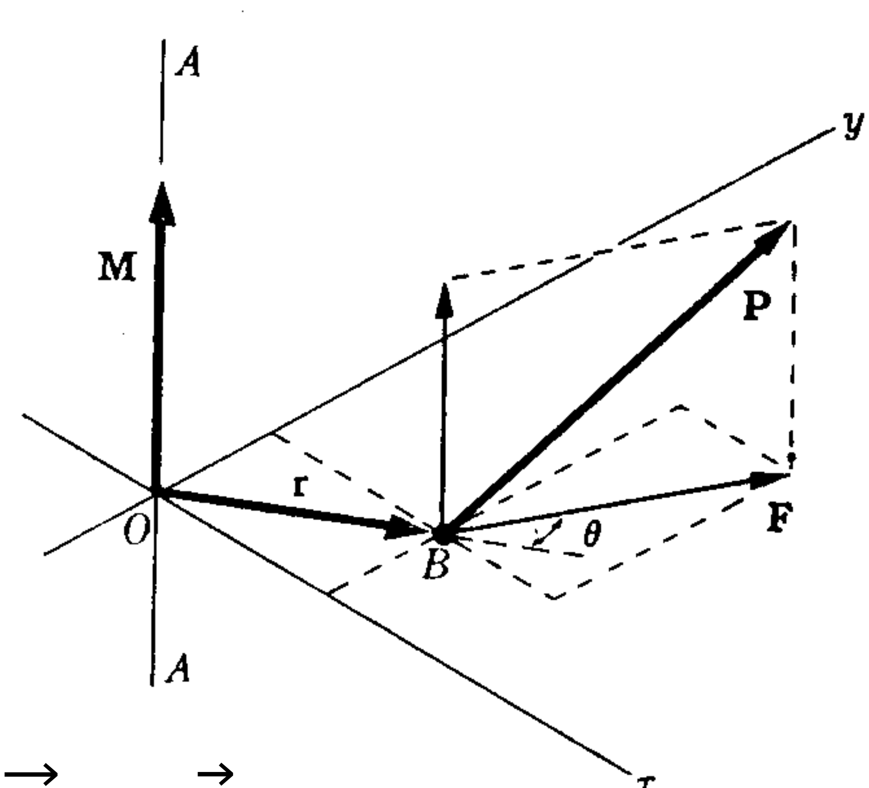
$$= 1 \cdot (-5) - 2 \cdot 5 + 3 \cdot 25 =$$

$$= 60$$

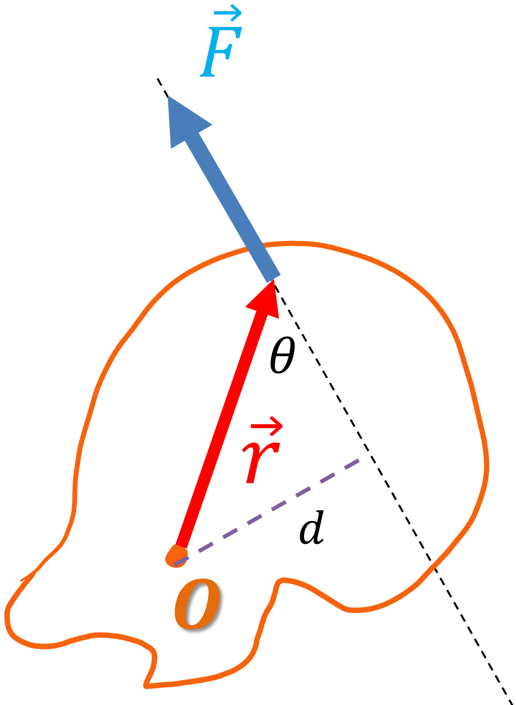
etc.

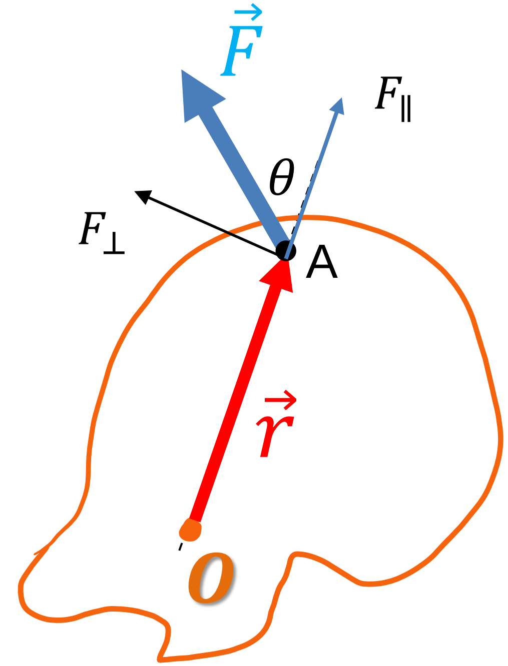
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$





$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$



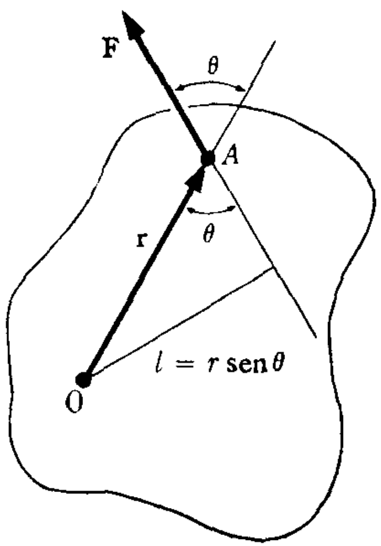


$$|\vec{\tau}| = |\vec{F}||\vec{r}|sen\theta$$

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}|sen\theta$$

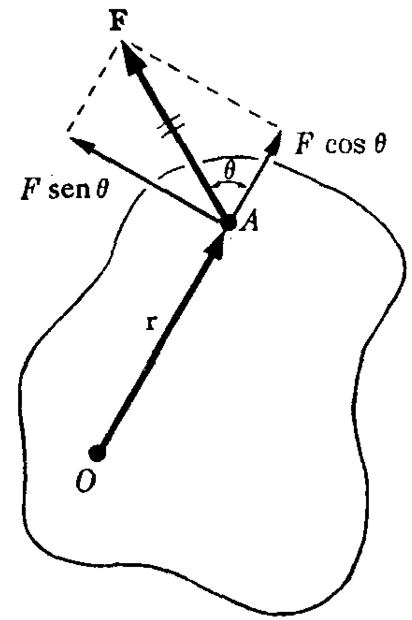
$$|\vec{\tau}| = |\vec{r} \times \vec{F}| = |\vec{r}||\vec{F}|sen\theta$$

$$\tau = F.(r.sen\theta)$$

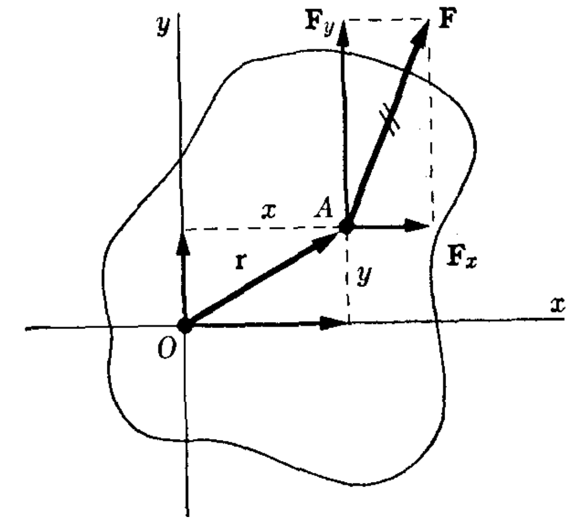


$$\tau_{\parallel} = r.(F.cos\theta) = 0$$

$$\tau_{\perp} = r.(F.sen\theta)$$



$$\tau = xF_y - yF_x$$



$$\overrightarrow{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

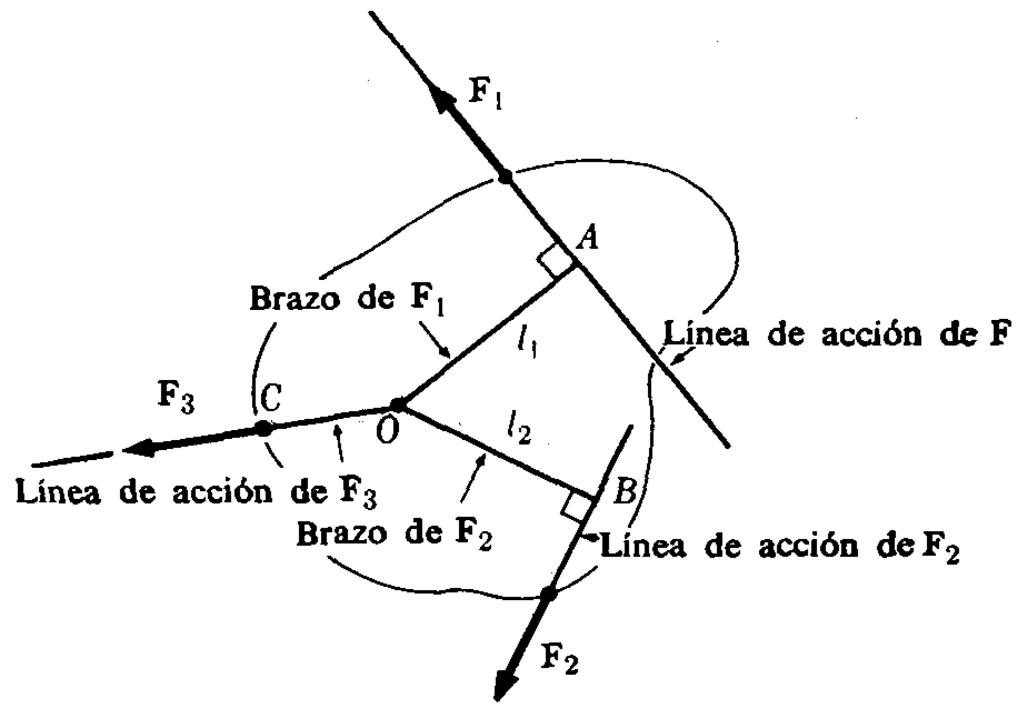


Fig. 3-2.—El momento de una fuerza respecto a un eje es igual al producto de la magnitud de la fuerza por la longitud de su brazo de momento.

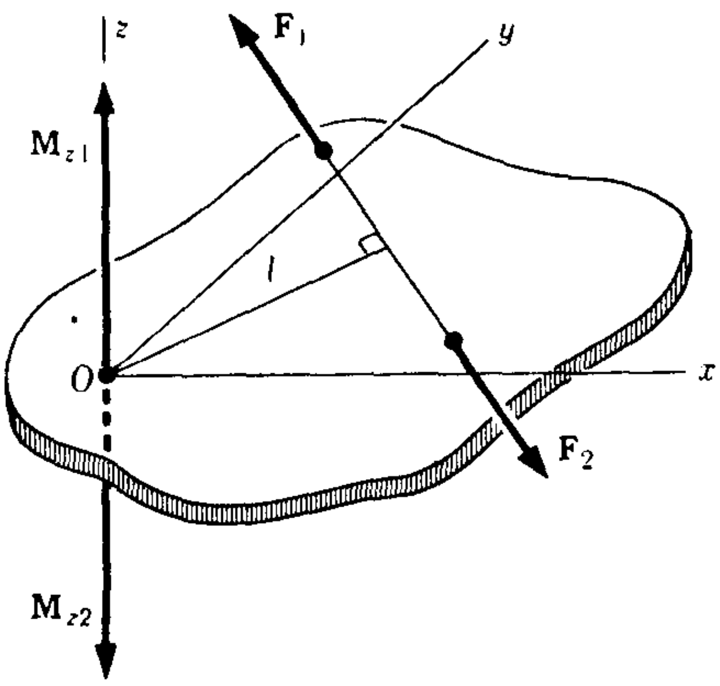
Segunda condición de Equilibrio

$$\tau_{res} = \sum \vec{\tau} = \sum \vec{r} \times \vec{F} = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum \tau_z = 0$$



Ejemplo 1.

Una barra rígida cuyo peso propio es despreciable (figura 3.7) está apoyada en el punto O y soporta en el extremo A un cuerpo de peso w_1. Hállese el peso w_2 de un segundo cuerpo atado al extremo B si la barra está en equilibrio, y calcúlese la fuerza ejercida sobre la barra por el pivote situado en O.

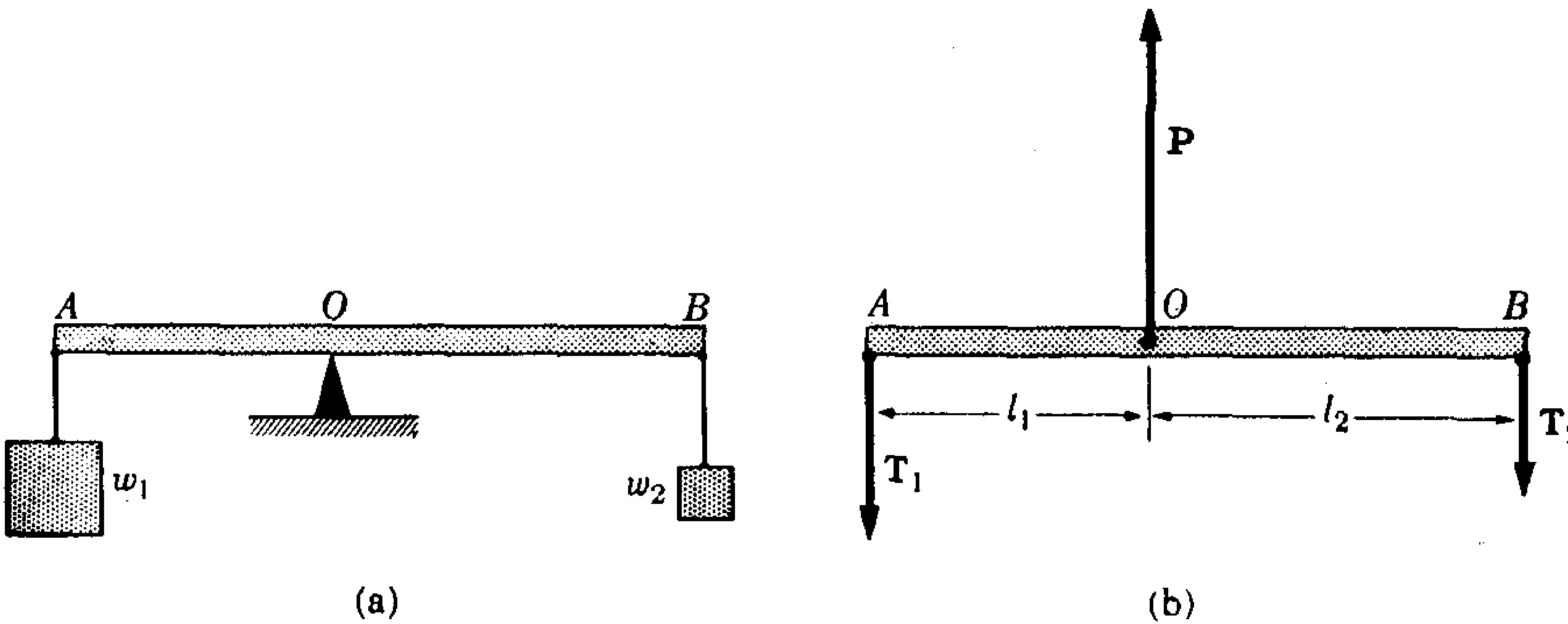
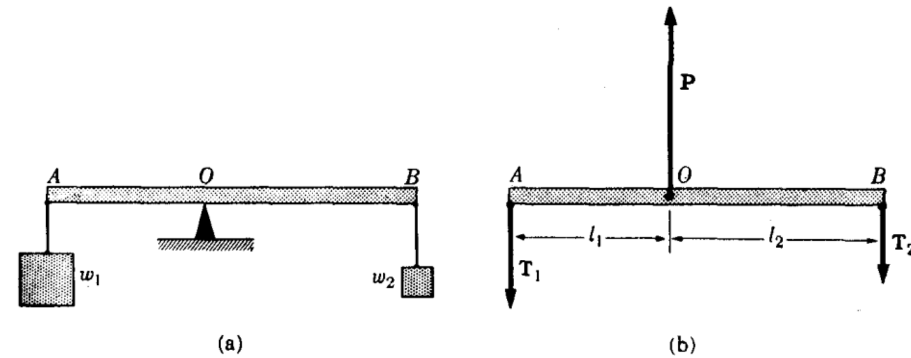
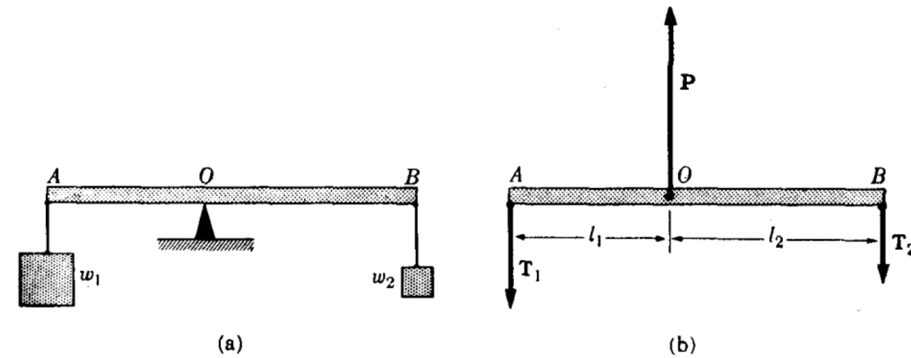


FIG. 3-7.—Barra en equilibrio bajo la acción de tres fuerzas paralelas.

Sean $l_1 = 3\ m, l_2 = 4\ m, w_1 = 4\ N$.



Sean $l_1 = 3\ m, l_2 = 4\ m, w_1 = 4\ N$.



$$\Sigma F_y = P - T_1 - T_2 = 0, \qquad \text{(1.ª condición)}$$

$$\Sigma M_z = T_1 l_1 - T_2 l_2 = 0. \qquad \text{(2.ª condición)}$$

De las ecuaciones anteriores

se deduce $T_2 = w_2 = 3\ N$, y $P = 7\ N$

Ejemplo 2. : Una escalera de L=6 m de longitud que pesa 80 N y tiene su centro de gravedad en el punto medio se encuentra en equilibrio apoyada contra una pared vertical sin rozamiento y formando un ángulo de 53º con la horizontal.

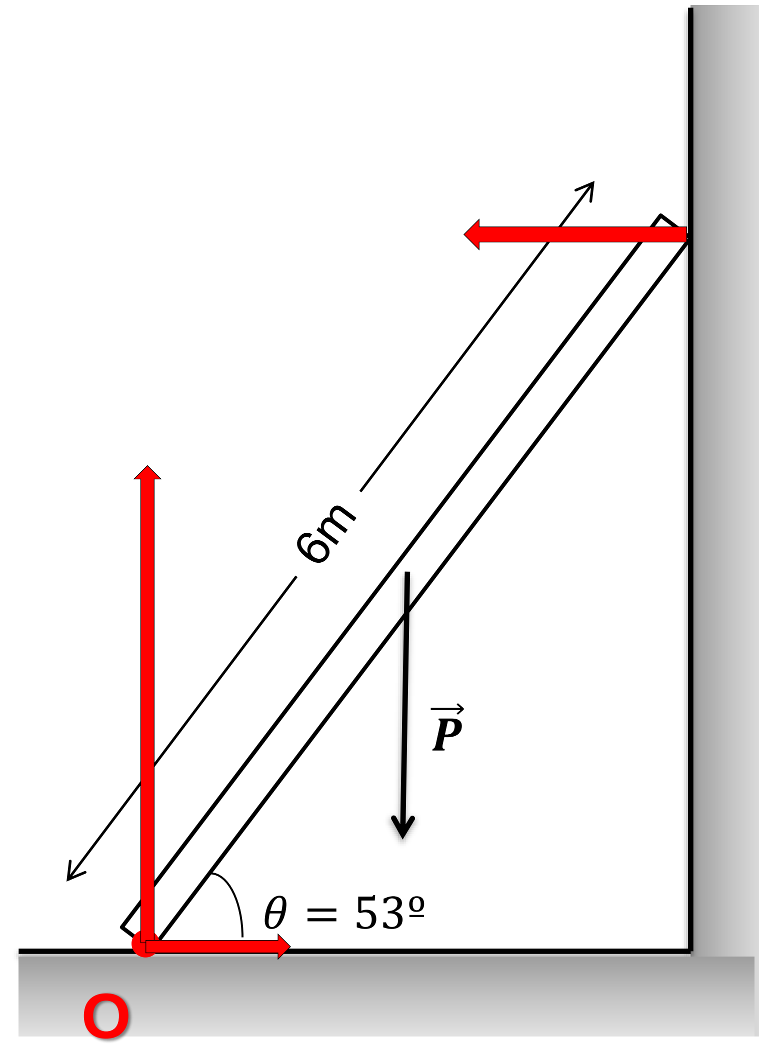
Se desea calcular los módulos y direcciones de las fuerzas $\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathbf{1}}$ y $\vec{\boldsymbol{F}}_{\mathbf{2}}$ que la hacen la pared y el suelo, respectivamente, sobre la escalera.

$$\sum F_x = F_{2x} - F_1 = 0$$

$$\sum F_y = F_{2y} - P = 0$$

Respecto al punto O

$$\sum \tau_z = F_1 \times (L\ sen\theta) - P \times \left(\frac{L}{2} cos\theta\right) = 0$$



1 $\sum F_x = F_{2x} - F_1 = 0$

2 $\sum F_y = F_{2y} - P = 0$

3 $\sum \tau_z = F_1 \times (6\, sen53) - P \times (3\, cos53) = 0$

1 $F_{2x} = F_1$

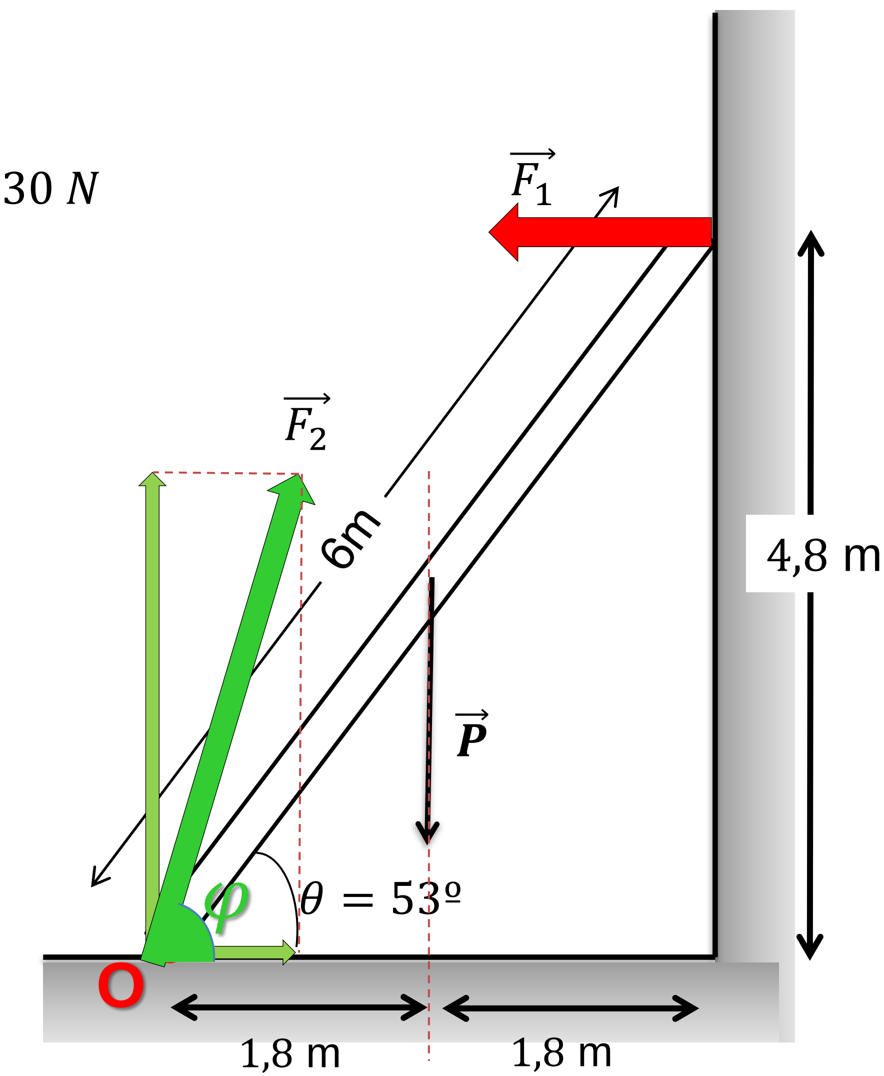
2 $F_{2y} = P = 80N$

3 $F_1 \times (4{,}8) - 80 \times (1{,}8) = 0$

$$F_1 = \frac{144\ N.m}{4{,}8\ m} = 30\ N$$

$$F_{2x} = 30\ N$$

$$F_{2y} = 80N$$



$$\vec{F_1} = -30N\,\hat{\imath} + 0\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{F_2} = 30N\,\hat{\imath} + 80N\,\hat{\jmath}$$

$$\varphi = arc\,\mathrm{tg}\frac{80}{30} = 69{,}5\ º$$

Hállese la tensión en el cable *BD* de la figura 3-18, y las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida sobre el puntal *AB* por el perno *A*: *a)* utilizando la primera y segunda condiciones de equilibrio ($\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma M = 0$) y tomando momentos respecto a un eje perpendicular al plano del dibujo y que pasa por **A.**

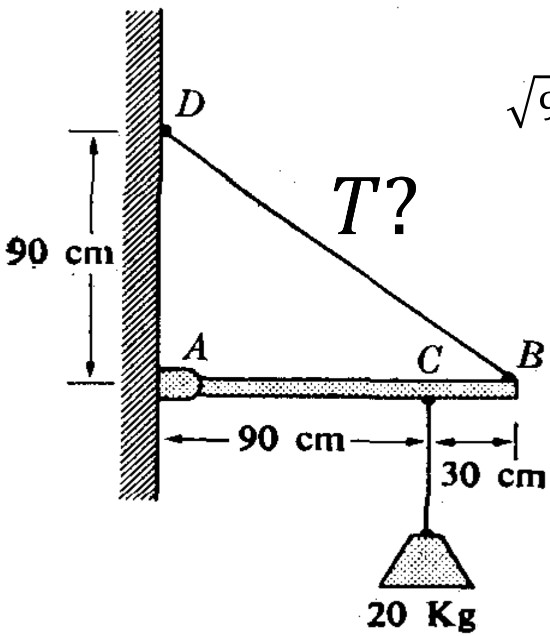
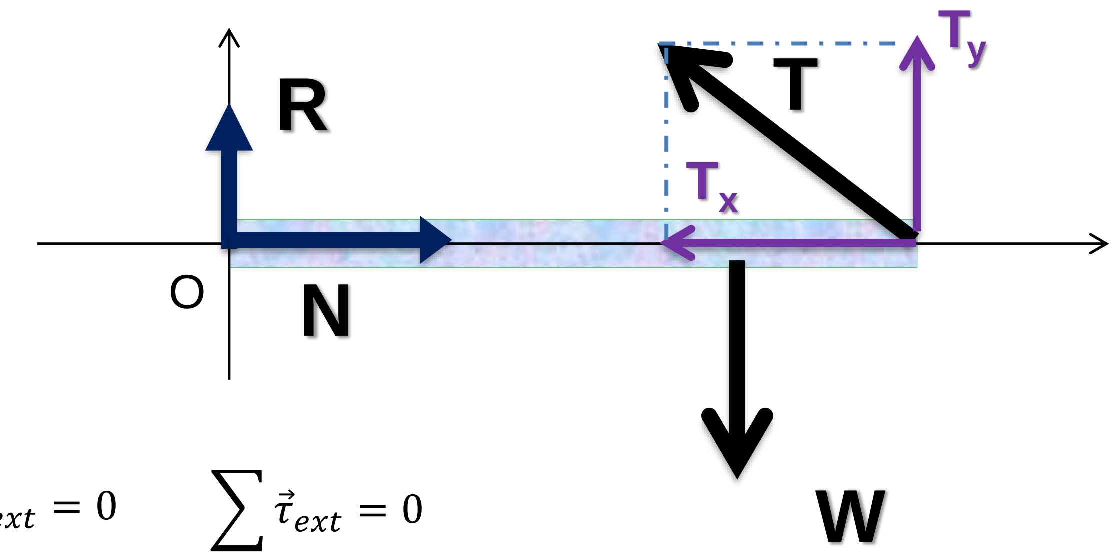


FIG. 3-18.

$$\sqrt{90^2 + 120^2} = 150$$

$$tg\theta = \frac{90}{120}$$



$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \qquad \sum \vec{\tau}_{ext} = 0$$

$$\sum F_x = N - T\cos\theta = 0$$

$$\sum F_y = T\,sen\theta + R - W = 0$$

$$\sum \tau_z = T\,\mathrm{sen}\,\theta\,(L_1 + L_2) - W L_1 = 0$$

$$T = \frac{W L_1}{sen\theta\,(L_1 + L_2)}$$

$$N = T\cos\theta = \frac{W L_1}{(L_1 + L_2)}\,cotg\theta$$

$$R = W + T sen\theta = $$

$$= W\left[1 + \frac{L_1}{(L_1 + L_2)}\right]$$

La escuadra (regla de ángulo recto) que se muestra en la figura 5-7 cuelga en reposo de una clavija. Está fabricada con una hoja de metal uniforme. Uno de los brazos tiene una longitud de L cm y el otro tiene $2L$ cm de longitud. Calcule (a dos cifras significativas) el ángulo θ que forma cuando está colgada.

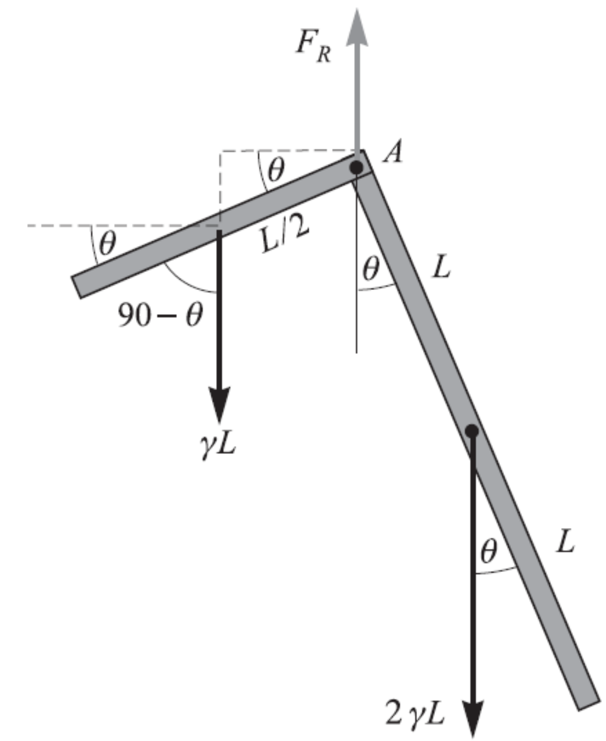


Figura 5-7

Si la escuadra no es muy ancha, se puede considerar que está formada por dos barras delgadas de longitudes L y $2L$, unidas perpendicularmente en el punto A. Sea γ el peso de cada centímetro de la escuadra. En la figura 5-7 se indican las fuerzas que actúan sobre la escuadra, donde F_R es la fuerza de reacción hacia arriba de la clavija.

Considere el punto A como eje para escribir la ecuación de la torca. Ya que $\tau = rF \operatorname{sen}\theta$ y como la torca en A debida a F_R es cero, la ecuación de la torca queda como sigue

$$+(L/2)(\gamma L)[\operatorname{sen}(90^\circ - \theta)] - (L)(2\gamma L)(\operatorname{sen}\theta) = 0$$

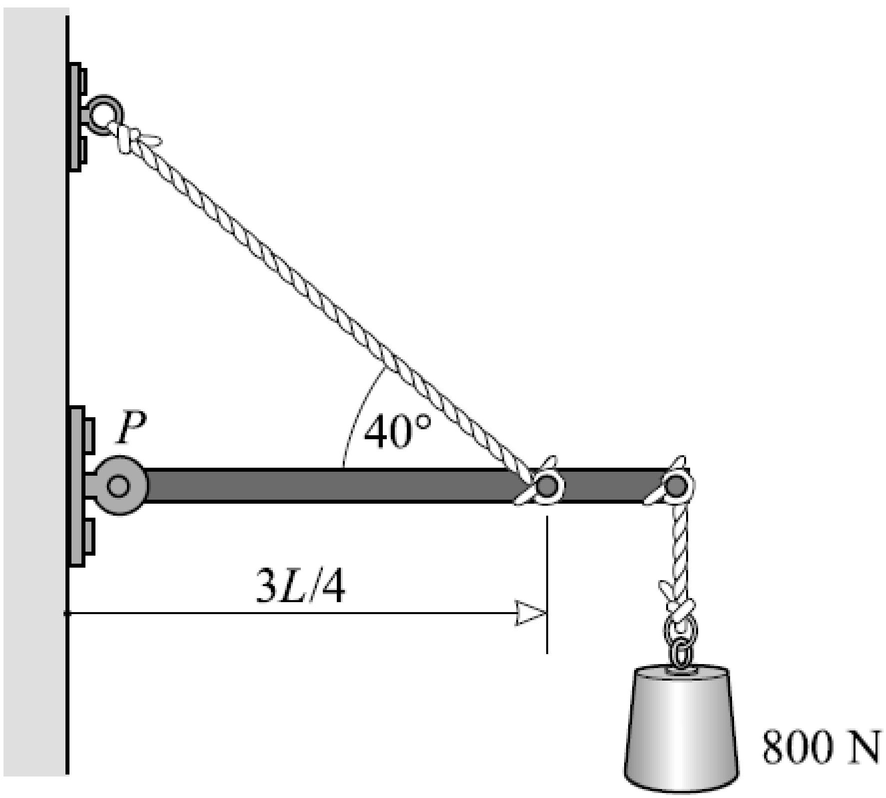
Recuerde que $\operatorname{sen}(90^\circ - \theta) = \cos\theta$. Después de sustituir y dividir entre $2\gamma L^2 \cos\theta$, se obtiene

$$\frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = \frac{1}{4}$$

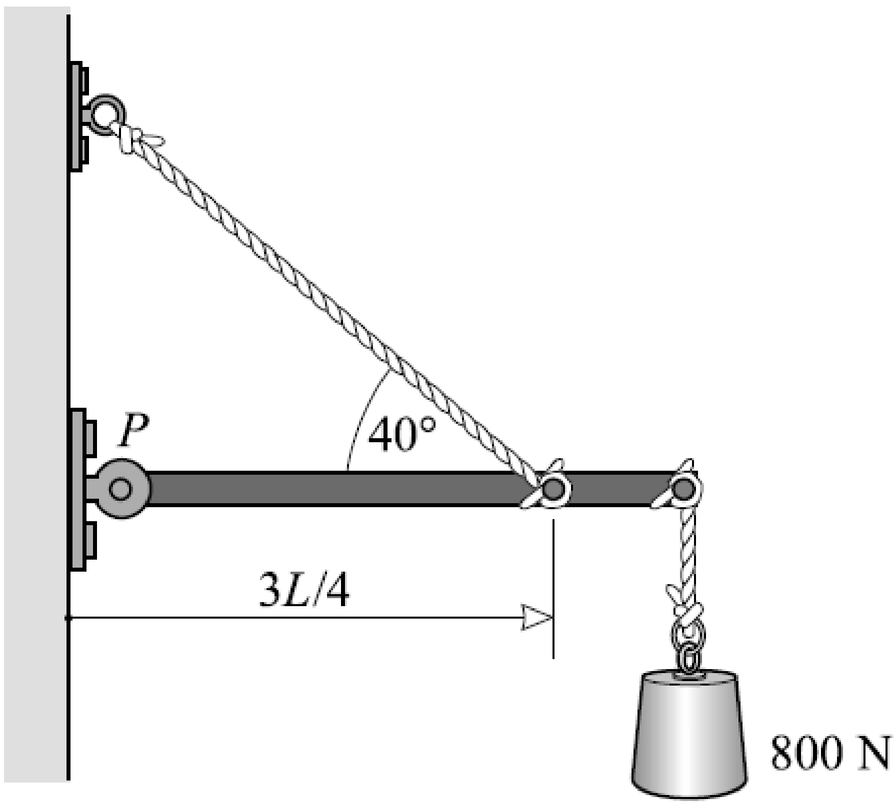
y da como resultado $\theta = 14^\circ$.

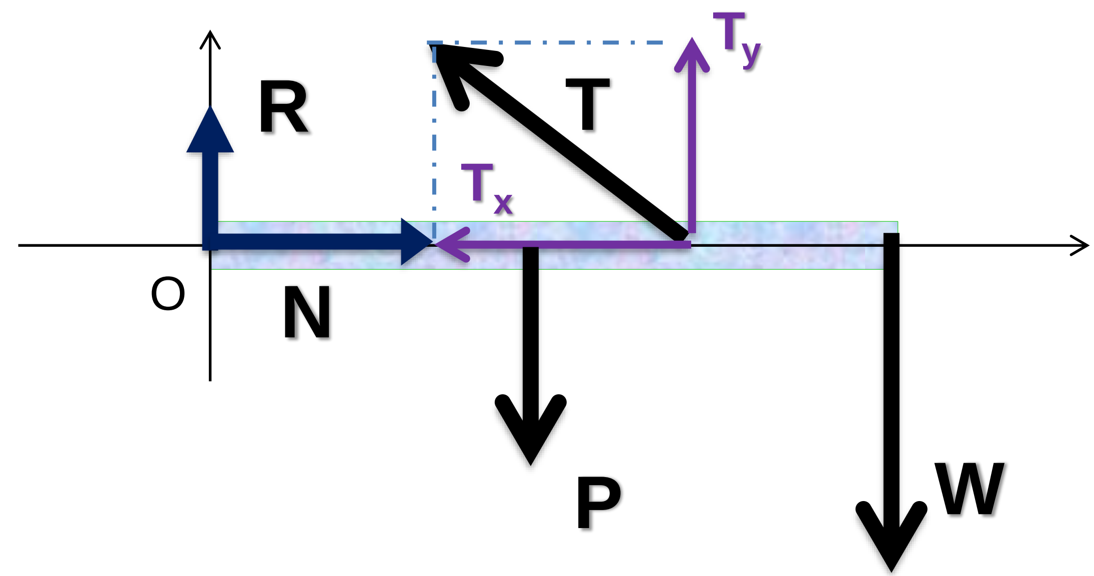
Examine el diagrama que se muestra en la figura. La viga uniforme de 600 N está sujeta a un gozne en el punto *P*.

Calcule la tensión en la cuerda y las componentes de la fuerza de reacción que ejerce el gozne sobre la viga.



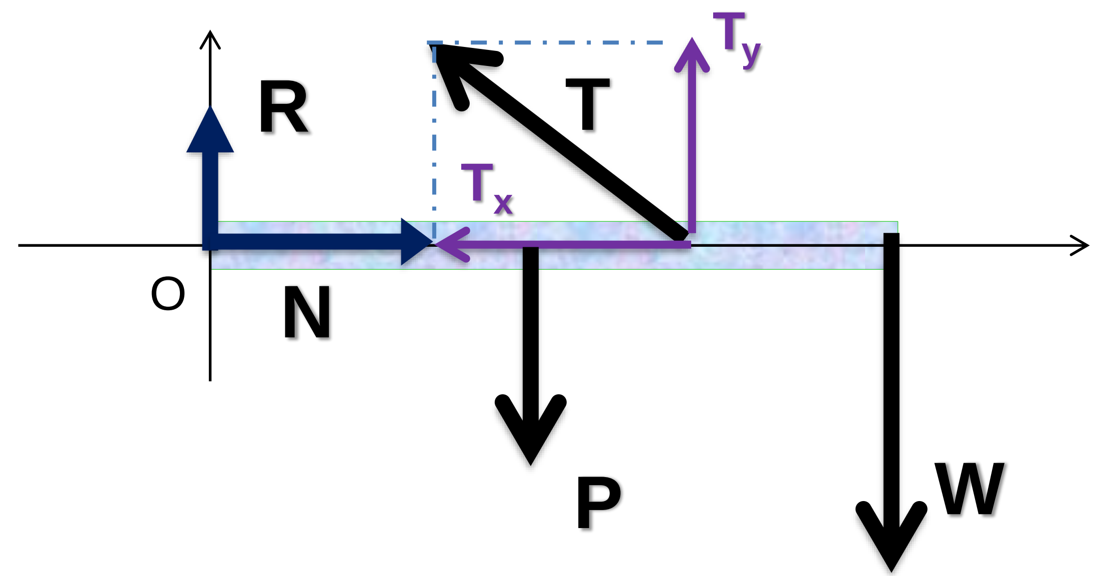
Examine el diagrama que se muestra en la figura. La viga uniforme de 600 N está sujeta a un gozne en el punto *P*. Calcule la tensión en la cuerda y las componentes de la fuerza de reacción que ejerce el gozne sobre la viga.





Las fuerzas sobre la viga se indican en la figura. La fuerza ejercida por el gozne se representa mediante sus componentes, *N* y *R*.

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \qquad \sum \vec{\tau}_{ext} = 0$$



$$\sum F_x = N - F_T cos\theta = 0$$

$$\sum F_y = F_T\, sen\theta + R - P - W = 0$$

$$\sum \tau_z = T \,\mathrm{sen}\,\theta \left(\frac{3}{4}L\right) - WL - \left(\frac{L}{2}\right)P = 0$$

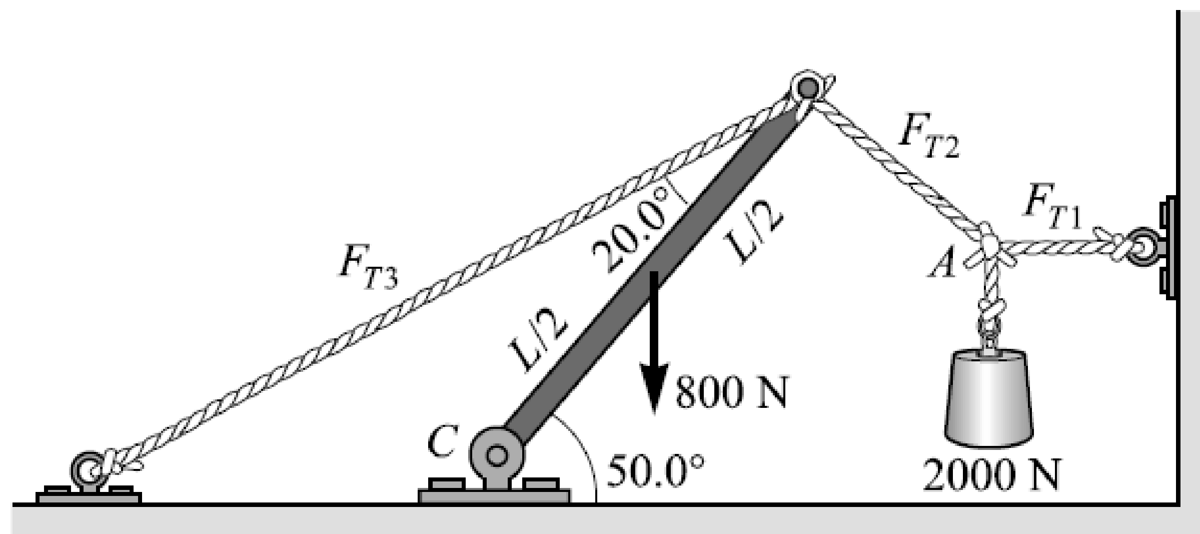
$$T = \frac{W + \left(\frac{P}{2}\right)}{\frac{3}{4}\; sen\theta} = \frac{2}{3}\;\frac{2W + P}{sen\theta}$$

(Se tomó el eje en *P* porque entonces R y N no aparecen en la ecuación de torque)

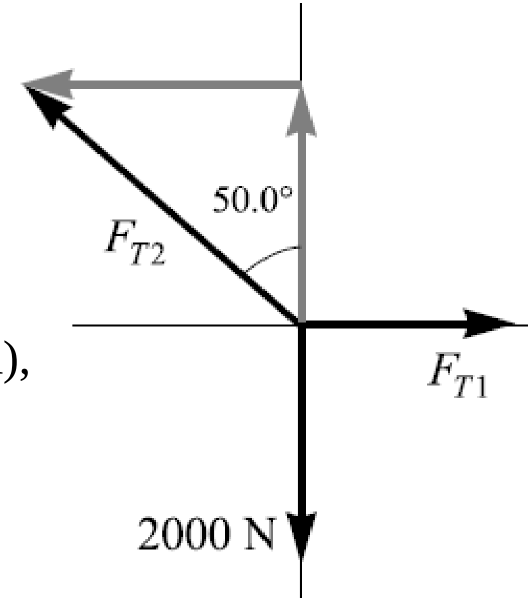
T = 2074 N.

Problema

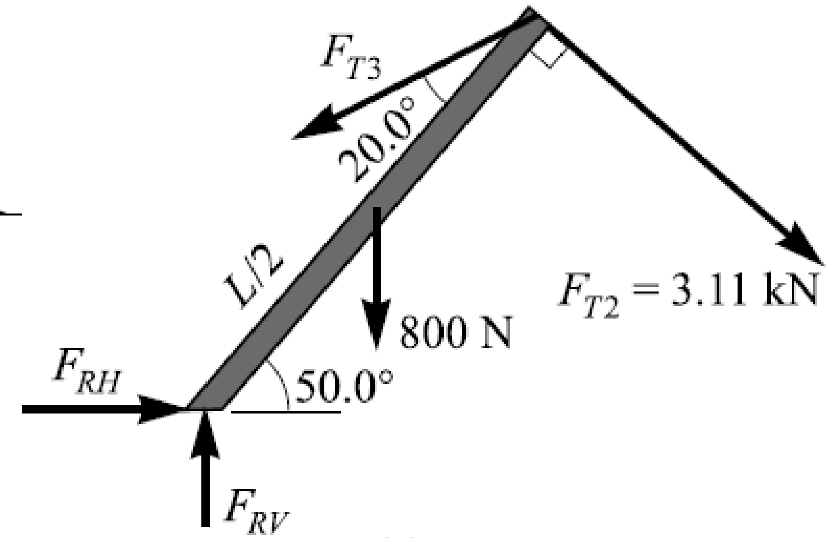
Para el diagrama de la figura, calcule F_{T1}, F_{T2} y F_{T3}. El poste es uniforme y pesa 800 N.



Sistema 1 (el punto A), y fuerzas sobre él.



(b)



(c)

Sistema 2 (el poste), y fuerzas sobre él.

$$\sum F_x = F_{T1} - F_{T2} sen\, 50 = 0$$

$$\sum F_y = F_{T2}\, cos 50 - 2000 = 0$$

$$\sum \tau_z =$$

$$= F_{T3} \times \text{sen } 20º \times L - 3110 \times L \; - 800 \times \left(\frac{L}{2}\right) \times sen 40º = 0$$

COMING SOON

PARTE I

Sólido Rígido

PARTE II

MECÁNICA: APLICACIONES

➔ **Oscilaciones mecánicas simples.**

- Oscilaciones armónicas.
- Oscilaciones libres, amortiguadas, forzadas.
- Resonancia.

➔ **Mecánica de Fluidos.**

- Introducción: fluidos ideales, conceptos básicos.