PROBLEMAS DE FÍSICA I
DINÁMICA
APLICACIONES

Grado en Ingeniería Química

Curso 2016-2017

PROBLEMAS RESUELTOS

LEYES DE NEWTON

CUARTA, QUINTA Y SEXTA EDICION SERWAY
Raymond A. Serway

Material extraído de la compilación del Ing. Erwin Quintero Gil.

Ejemplo 6.1 Que tan rápido puede girar?
Una bola de 0,5 kg. De masa esta unida al extremo de una cuerda cuya longitud es 1,5 metros. La figura 6.2 muestra como gira la bola en un círculo horizontal. Si la cuerda puede soportar una tensión máxima de 50 Newton, Cual es la velocidad máxima que la bola puede alcanzar antes de que la cuerda se rompa?

Solución Como en este caso la fuerza central es la fuerza T ejercida por la cuerda sobre la bola, de la ecuación 6.1 se obtiene

$T = m * \frac{v^2}{r}$ Despejando v

$$T = m * \frac{v^2}{r} \Rightarrow T * r = m * v^2$$

$$v^2 = \frac{T * r}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{T * r}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{T * r}{m}} = \sqrt{\frac{50\,N * 1{,}5\ m}{0{,}5\,kg}} = \sqrt{150} = 12{,}24 \frac{m}{seg}$$

v = 12,24 m/seg.

Ejercicio Calcule la tensión en la cuerda si la rapidez de la bola es 5 m/seg.

$$T = m * \frac{v^2}{r} = 0{,}5 * \frac{5^2}{1{,}5} = 0{,}5 * \frac{25}{1{,}5} = \frac{25}{3} = 8{,}33 \text{ Newton}$$

T = 8,33 Newton

Ejemplo 6.2 El péndulo cónico SERWAY
Un pequeño cuerpo de masa m esta suspendido de una cuerda de longitud L. el cuerpo gira en un círculo horizontal de radio r con rapidez constante v, como muestra la figura 6.3. (Puesto que la cuerda barre la superficie de un cono, el sistema se conoce como un péndulo cónico.) Encuentre la velocidad del cuerpo y el periodo de revolución, T_P definido como el tiempo necesario para completar una revolución.

Solución: En la figura 6.3 se muestra el diagrama de cuerpo libre para la masa m, donde la fuerza ejercida por la cuerda, T se ha descompuesto en una componente vertical, **T cos** υ y una componente
T sen υ que actúa hacia el centro de rotación. Puesto que el cuerpo no acelera en la dirección vertical, la componente vertical de T debe equilibrar el peso. Por lo tanto:

$\text{sen}\,\theta = \frac{r}{L}$ **r = L sen** υ

T_X = T sen υ

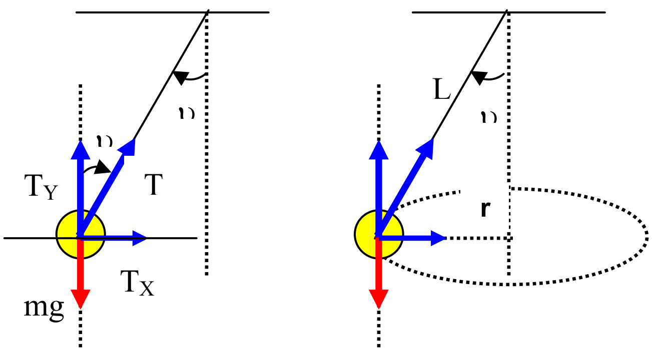
T_Y = T cos υ

$\sum F_Y = 0$

T_Y – m g = 0

$T_Y = m\,g$

T cos υ **= m g Ecuación 1**



Puesto que, en este ejemplo, la fuerza central es proporcionada por la componente **T sen** υ de la segunda ley de Newton obtenemos:

$\sum F_X = m\,a$ pero: **T_X = T sen** υ

$T_X = T \text{ sen } \upsilon = m\,a$

$T\,\text{sen}\,\theta = m\,a = m\frac{v^2}{r}$ **Ecuación 2**

Al dividir la ecuación 2 con la ecuación 1, se elimina T y la masa m.

$$\frac{T \operatorname{sen}\theta}{T \cos\theta} = \frac{m * \frac{v^2}{r}}{m * g}$$

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{v^2}{r * g}$$

$V^2 = r\ g\ \operatorname{tang}\ \upsilon$

$v = \sqrt{r * g * \operatorname{tang}\theta}$ pero: **r = L sen** υ

$$v = \sqrt{L * g * \operatorname{sen}\theta * \operatorname{tang}\theta}$$

En vista de que la bola recorre una distancia de 2 π r. (la circunferencia de la trayectoria circular) en un tiempo igual al periodo de revolución T_P (que no debe ser confundida con la fuerza T), encontramos

$$T_P = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{L\ g \operatorname{sen}\theta\ \operatorname{tang}\theta}} = \frac{2\pi r\ \left(\sqrt{L\ g \operatorname{sen}\theta\ \operatorname{tang}\theta}\right)}{\sqrt{L\ g \operatorname{sen}\theta\ \operatorname{tang}\theta} * \left(\sqrt{L\ g \operatorname{sen}\theta\ \operatorname{tang}\theta}\right)}$$

$T_P = \dfrac{2\pi r\left(\sqrt{L\ g \operatorname{sen}\theta\ \operatorname{tang}\theta}\right)}{L\ g\ \operatorname{sen}\theta\ \operatorname{tang}\theta}$ Pero $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{r}{L}$

$$T_P = \frac{2\pi r\left(\sqrt{L\ g\ \operatorname{sen}\theta\ \operatorname{tang}\theta}\right)}{L\ g\ \left(\frac{r}{L}\right) \operatorname{tang}\theta} = \frac{2\pi\ r\left(\sqrt{L\ g \operatorname{sen}\theta\ \operatorname{tang}\theta}\right)}{g\ r\ \operatorname{tang}\theta}$$

$$T_P = \frac{2\pi\ \left(\sqrt{L\ g \operatorname{sen}\theta\ \operatorname{tang}\theta}\right)}{g\ \ \operatorname{tang}\theta} = 2\pi\sqrt{\frac{L\ g \operatorname{sen}\theta\ \operatorname{tang}\theta}{(g)^2\ \ (\operatorname{tang}\theta)^2}}$$

$$T_P = 2\pi\sqrt{\frac{L\ \operatorname{sen}\theta}{g\ \operatorname{tang}\theta}} = 2\pi\sqrt{\frac{L \operatorname{sen}\theta}{g\ \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}}}$$

$$T_P = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\frac{g}{\cos\theta}}} = 2\pi\sqrt{\frac{L\ \cos\theta}{g}}$$

$$T_P = 2\pi\sqrt{\frac{L\ \cos\theta}{g}}$$

Si tomamos L = 1 metro υ **= 20⁰**

$$T_P = 2\pi\sqrt{\frac{L\ \cos\theta}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1 * \cos 20}{9{,}8}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}9396}{9{,}8}} = 1{,}945\ \text{segundos}$$

T_P = 1,945 segundos

Ejemplo 6.3 Cual es la rapidez máxima de un automóvil? SERWAY

Un automóvil de 1500 Kg. que se mueve sobre un camino horizontal plano recorre una curva cuyo radio es 35 metros como en la figura 6.4. Si el coeficiente de fricción estático entre las llantas y el pavimento seco es 0,5, encuentre la rapidez máxima que el automóvil puede tener para tomar la curva con éxito?

La fuerza de fricción estática dirigida hacia el centro del arco mantiene el auto moviéndose en un circulo.

Solución: En este caso, la fuerza central que permite al automóvil permanecer en su trayectoria circular es la fuerza de fricción estática. En consecuencia de la ecuación 6.1 tenemos:

$$F_R = m * \frac{v^2}{r}$$

La rapidez máxima que el automóvil puede alcanzar alrededor de la curva corresponde a la rapidez a la cual esta a punto de patinar hacia fuera. En este punto, la fuerza de fricción tiene su valor máximo.

$F_R = \mu N$

$\sum F_Y = 0$
$N - m g = 0$
$N = m g$

$F_R = \mu N = \mu m g$
$F_R = \mu m g$

$F_R = 0,5 * 1500 * 9,8$
$F_R = 7350$ Newton

$$F_R = m * \frac{v^2}{r} \quad \text{Despejando v}$$

$$F_R * r = m * v^2$$

$$v^2 = \frac{F_R * r}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F_R * r}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F_R \ r}{m}} = \sqrt{\frac{7350 \text{ N} * 35 \text{ m}}{1500 \text{ kg}}} = \sqrt{171,5} = 13,095 \frac{m}{seg}$$

v = 13,1 m/seg.

Ejercicio: En un día húmedo el auto descrito en este ejemplo empieza a deslizarse en la curva cuando la velocidad alcanza 8 m/seg. Cual es el coeficiente de fricción estático?

$\sum F_Y = 0$
$N - m g = 0$
$N = m g$

$F_R = \mu N = \mu m g$
$F_R = \mu m g$

$$F_R = m * \frac{v^2}{r}$$

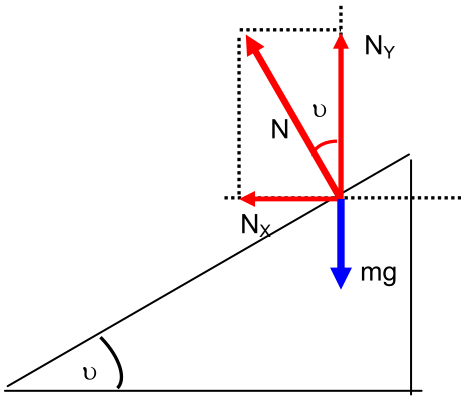
$$\mu m g = m * \frac{v^2}{r} \qquad \mu g = \frac{v^2}{r}$$

$$\mu = \frac{v^2}{r g} = \frac{(8)^2}{35 * 9,8} = \frac{64}{343} = 0,186$$

μ = 0,186

Ejemplo 6.4 La rampa de salida peraltada SERWAY
Un ingeniero desea diseñar una rampa de salida curva para un camino de peaje de manera tal que un auto no tenga que depender de la fricción para librar la curva sin patinar. Suponga que un auto ordinario recorre la curva con una velocidad de 13,4 m/seg y el radio de la curva es 50 metros. Con que ángulo debe peraltarse la curva?

Razonamiento: Sobre un camino nivelado la fuerza central debe ser suministrada por la fuerza de fricción entre el auto y el suelo. Sin embargo, si el camino esta peraltado a un ángulo υ, como en la figura 6.5, la fuerza normal N tiene una componente horizontal **N sen υ** apuntando hacia el centro de la trayectoria circular seguida por el auto. Supóngase que solo la componente **N sen υ** proporciona la fuerza central. Por tanto, el ángulo de peralte que calculemos será uno para el cual no se requiere fuerza friccionante. En otras palabras, un automóvil que se mueve a la velocidad correcta (13,4 m/seg) puede recorrer la curva incluso sobre una superficie con hielo.



$\sum F_X = m\, a_C$ pero: $\mathbf{N_X = N \text{ sen } \upsilon}$
$N_X = m\, a_C$
$N \text{ sen } \upsilon = m\, a_C$

$$N \text{ sen } \theta = m * \frac{v^2}{r}$$ **Ecuación 1**

$\sum F_Y = 0$
$\mathbf{N_Y - m\, g = 0}$ Pero: $N_Y = N \cos \upsilon$
$N_Y = m\, g$
$N \cos \upsilon = m\, g$ **Ecuación 2**

Al dividir 1 entre 2, se cancela N (normal) y la masa m

$$\frac{N \ sen\, \theta}{N \cos\, \theta} = \frac{m * \frac{v^2}{r}}{m\ g}$$

$$\frac{sen\, \theta}{\cos\, \theta} = \frac{\frac{v^2}{r}}{g}$$

$$\tan\, \theta = \frac{v^2}{r\ g}$$

$$\tan\, \theta = \frac{v^2}{r\ g} = \frac{(13{,}4)^2}{(50) * (9{,}8)} = \frac{179{,}56}{490} = 0{,}36644$$

Tan υ = 0,36644
υ = arc tan (0,36644)

υ = 20,12^0

Ejemplo 6.5 Movimiento de satélites SERWAY
Este ejemplo trata el problema de un satélite que se mueve en orbita circular alrededor de la tierra. Para comprender mejor el problema debemos advertir primero que la fuerza gravitacional entre dos partículas con masas m_1 y m_2, separadas por una distancia r, es una fuerza de atracción y tiene una magnitud

$$F = G\ \frac{m_1\ m_2}{r^2}$$

Donde G = 6,672 x 10 $^{-11}$ N m^2/kg^2 esta es la ley de gravitación de Newton que estudiaremos con mas detalle en el capitulo XIV.

Considere ahora un satélite de masa m que se mueve en una orbita circular alrededor de la tierra a velocidad constante v y a una altitud h sobre la superficie del planeta, como se muestra en la figura 6.6

a) Determine la velocidad del satélite en función de G, h, R_t (radio de la tierra) y M_t (masa de la tierra)

Solución: Puesto que la única fuerza externa sobre el satélite es la de la gravedad, la cual actúa hacia el centro de la tierra, tenemos.

$$F = G \frac{M_t \; m}{r^2}$$

De la segunda ley de Newton obtenemos:

$\sum F = m \, a_C$

$F = m \, a_C$

$$G \frac{M_t \; m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

Recordar que r = R_t (radio de la tierra) + h (altitud sobre la superficie del planeta).

Despejar v y cancelar términos semejantes

$$G \frac{M_t \; m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$\frac{G * M_t}{r} = v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{G \; M_t}{r}} = \sqrt{\frac{G \; M_t}{R_t + h}}$$ **Ecuación 1**

b) Determine el periodo de revolución del satélite T_P (el tiempo para una revolución alrededor de la tierra).

Solución: Puesto que el satélite recorre una distancia de 2 π r (la circunferencia del circulo) en un tiempo T_P

$$T_P = \frac{2 \; \pi \; r}{v}$$ **Ecuación 2**

Reemplazando la ecuación 1 en 2

$$T_P = \frac{2 \; \pi \; r}{\sqrt{\frac{G \; M_t}{r}}} = 2 \; \pi \; \sqrt{\frac{r^2}{\frac{G \; M_t}{r}}} = 2 \; \pi \; \sqrt{\frac{r^3}{G \; M_t}}$$

Problema 6.1 Edición quinta; Problema 6.1 Edición cuarta SERWAY

Un carro de juguete que se mueve con rapidez constante completa una vuelta alrededor de una pista circular (una distancia de 200 metros) en 25 seg.

a) Cual es la rapidez promedio?

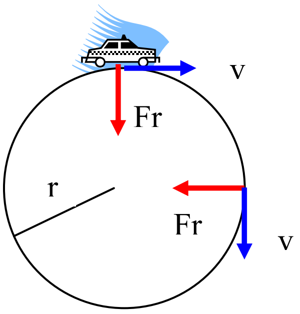
b) Si la masa del auto es de 1,5 kg. Cual es la magnitud de la fuerza central que lo mantiene en un circulo?

a) Cual es la rapidez promedio?

$$v = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{200 \text{ m}}{25 \text{ seg}} = 8 \; \frac{\text{metros}}{\text{seg}}$$

b) Si la masa del auto es de 1,5 kg. Cual es la magnitud de la fuerza central que lo mantiene en un circulo? L = 200 metros = 2 π r

Despejamos el radio $r = \frac{200}{2\ \pi} = 31{,}83 \text{ metros}$



$$F = m * \frac{v^2}{r} = 1{,}5 \text{ kg} * \frac{(8)^2 \ \frac{m^2}{seg^2}}{31{,}83 \ m} = \frac{1{,}5 * 64}{31{,}83} = \frac{96}{31{,}83} \text{ Newton}$$

F = 3,01 Newton

Problema 6.2 Edición cuarta SERWAY; Problema 6.5 Edición quinta; Problema 6.4 Edición sexta

En un ciclotrón (un tipo acelerador de partículas), un deuterón (de masa atómica 2u) alcanza una velocidad final de 10 % de la velocidad de la luz, mientras se mueve en una trayectoria circular de 0,48 metros de radio. El deuterón se mantiene en la trayectoria circular por medio de una fuerza magnética. Que magnitud de la fuerza se requiere?

$$F = m\,a_c = m \frac{v^2}{r}$$

Velocidad de la luz = $3 \text{ X } 10^8$ m/seg
Velocidad del deuterón = $3 \text{ X } 10^7$ m/seg

Masa deuterón 2u = $2 * 1{,}661 \text{ X } 10^{-27}$ kg.
Masa deuterón 2u = $3{,}322 \text{ X } 10^{-27}$ kg.

$$F = m \frac{v^2}{r} = 3{,}322 * 10^{-27} \frac{\left(3 * 10^7\right)^2}{0{,}48}$$

$$F = 3{,}322 * 10^{-27} \left(\frac{9 * 10^{14}}{0{,}48}\right)$$

$$F = 62{,}287 * 10^{-13} \text{ Newton}$$

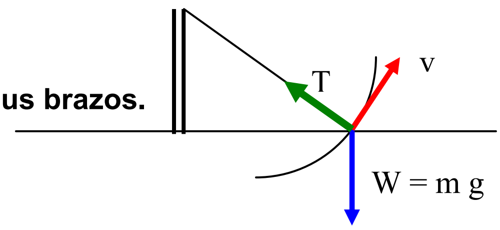
F = 6,2287 * 10^{-12} Newton

Problema 6.2 Edición quinta SERWAY

Una patinadora de hielo de 55 kg se mueve a 4 m/seg.. Cuando agarra el extremo suelto de una cuerda, el extremo opuesto esta amarrado a un poste.

Después se mueve en un circulo de 0,8 m de radio alrededor del poste.
a) Determine la fuerza ejercida por la cuerda sobre sus brazos.

b) Compare esta fuerza con su peso.



a) Determine la fuerza ejercida por la cuerda sobre sus brazos.

$$T = m * \frac{v^2}{r} = 55 * \frac{(4)^2}{0{,}8} = \frac{880}{0{,}8}$$

T = 1100 Newton

b) Compare esta fuerza con su peso.

$$\frac{T}{W} = \frac{T}{m\,g} = \frac{1100}{55 * 9{,}8} = 2{,}04$$

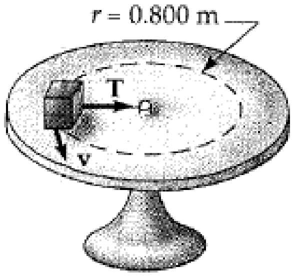
Problema 6.3 Edición quinta SERWAY

Una cuerda ligera puede soportar una carga estacionaria colgada de 25 kg. antes de romperse. Una masa de 3 kg unida a la cuerda gira en una mesa horizontal sin fricción en un circulo de 0,8 metros de radio. Cual es el rango de rapidez que puede adquirir la masa antes de romper la cuerda?

La cuerda se rompe cuando se le cuelgue una masa de 25 kg. Entonces podemos calcular la máxima tensión que soporta la cuerda antes de romperse.

T_{MAXIMA} = m * g = 25 kg * 9,8 m/seg^2 = 245 Newton.

Con la tensión máxima que soporta la cuerda antes de romperse, se calcula la máxima velocidad que puede girar la masa de 3 kg antes de romper la cuerda.



$$T_{MAXIMA} = m * \frac{v^2}{r}$$

Despejando v

$$T_{MAXIMA} * r = m * v^2$$

$$v^2 = \frac{T_{MAXIMA} * r}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{T_{MAXIMA} * r}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{T_{MAXIMA} * r}{m}} = \sqrt{\frac{245\ N * 0{,}8\ m}{3\ kg}} = \sqrt{65{,}33} = 8{,}08 \frac{m}{seg}$$

v < 8,08 m/seg. La velocidad de la masa de 3 kg, no puede alcanzar la velocidad de 8,08 m/seg por que se rompe la cuerda.

Problema 6.4 Edición quinta; Problema 6.35 Edición cuarta SERWAY; Problema 6.3 Edición sexta

En el modelo de Bohr del átomo de hidrogeno, la rapidez del electrón es aproximadamente 2,2 * 10^6 m/seg. Encuentre:

a) La fuerza que actúa sobre el electrón cuando este gira en una orbita circular de 0,53 * 10^{-10} metros de radio

b) la aceleración centrípeta del electrón.

Masa = 9,11 * 10^{-31} Kg. V = 2,2 * 10^6 m/seg. r = 0,53 * 10^{-10} metros

$$F = m * \frac{v^2}{r} = 9{,}11 * 10^{-31} * \frac{\left(2{,}2 * 10^6\right)^2}{0{,}53 * 10^{-10}}$$

$$F = 9{,}11 * 10^{-31} * \frac{\left(4{,}84 * 10^{12}\right)}{0{,}53 * 10^{-10}} = \frac{44{,}092 * 10^{-19}}{0{,}53 * 10^{-10}}$$

F = 83,192 * 10^{-9} Newton

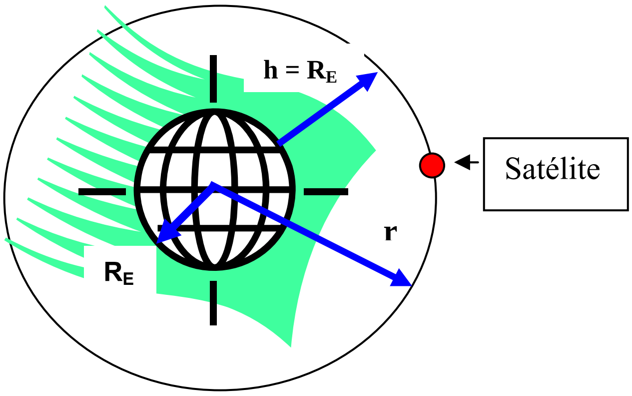
b) la aceleración centrípeta del electrón.

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(2{,}2 * 10^6\right)^2}{0{,}53 * 10^{-10}} = \frac{4{,}84 * 10^{12}}{0{,}53 * 10^{-10}}$$

a = 9,132 * 10^{22} m/seg^2

Problema 6.6 Edición quinta SERWAY. Problema 6.6 Edición cuarta SERWAY
Un satélite de 300 kg. de masa se encuentra en una orbita circular alrededor de la tierra a una altitud igual al radio medio de la tierra (Véase el ejemplo 6.6). Encuentre:
a) La rapidez orbital del satélite
b) El periodo de su revolución
c) La fuerza gravitacional que actúa sobre el?

Datos: R_E = radio de la tierra = $6{,}37 * 10^6$ metros.
h = La distancia entre el satélite y la superficie de la tierra, en este problema es igual a R_E



$r = R_E + h$ pero: $h = R_E$

$r = R_E + R_E = 2\ R_E$

$\mathbf{r = 2\ R_E}$

$\sum F_Y = m\ a$ como el satélite se mantiene en orbita circular alrededor de la tierra. La fuerza de la gravedad hará las veces de fuerza centrípeta.

$$\frac{G * M_E * m}{r^2} = m\ a$$

Ordenando la ecuación

$$m * \frac{G * M_E}{r^2} = m * a$$

m * g = m * a

De lo anterior se deduce que: $g = \frac{G * M_E}{r^2}$

$$m * \frac{G * M_E}{r^2} = m * a$$

$$m * \frac{G * M_E}{r^2} = m * \frac{V^2}{r}$$

Se cancela la masa **m** y **r**

$\frac{G * M_E}{r} = V^2$ pero: $\mathbf{r = 2\ R_E}$

Reemplazando r =2 R_E

$$\frac{G * M_E}{2 R_E} = V^2$$

Multiplicamos por R_E

$$\frac{G * M_E}{2 R_E} * \frac{R_E}{R_E} = V^2$$

Ordenando la ecuación

$$\frac{G * M_E}{(R_E)^2} * \frac{R_E}{2} = V^2$$

Pero: $g = \frac{G * M_E}{r^2}$

Reemplazando g (gravedad) en la ecuación, tenemos:

$$g * \frac{R_E}{2} = V^2 \qquad V = \sqrt{g * \frac{R_E}{2}}$$

$$V = \sqrt{g * \frac{R_E}{2}} = \sqrt{9,8 * \frac{6,37 * 10^6}{2}} = \sqrt{9,8 * 3,185 * 10^6} = \sqrt{31,213 * 10^6} = 5,58685 * 10^3 \frac{m}{seg}$$

V = 5586,85 m/seg.

b) El periodo de su revolución (satelite)
Para calcular el periodo, sabemos que la rapidez promedio de una orbita circular del satélite es:

$$v = \frac{\text{longitud de la orbita del satelite}}{\text{periodo}} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(2R_E)}{T} = \frac{4\pi R_E}{T}$$

Despejamos el periodo

$$T = \frac{4\pi R_E}{v} = \frac{4 * 3,14 * 6,37 * 10^6}{5586,85} = \frac{80047780,81}{5586,85} = 14327,89 \text{ seg.}$$

$$T = 14327,89 \text{ seg} * \frac{1 \text{ minuto}}{60 \text{ seg}} = 238,79 \text{ minutos}$$

T = 238,79 minutos

c) La fuerza gravitacional que actúa sobre el?

$F_R = \dfrac{G * M_E * m}{r^2}$ pero: **r =2 R_E**

$$F_R = \frac{G * M_E * m}{(2R_E)^2} = m * \frac{G M_E}{4(R_E)^2} = \frac{m}{4} * \frac{G M_E}{(R_E)^2}$$

Pero: $g = \dfrac{G * M_E}{(R_E)^2}$ Reemplazando la gravedad en la ecuación anterior tenemos:

$$F_R = \frac{m}{4} * \frac{G M_E}{(R_E)^2} = \frac{m}{4} * g$$

$$F_R = \frac{m}{4} * g = \frac{300}{4} * 9,8 = 735 \text{ Newton}$$

F_R = 735 Newton

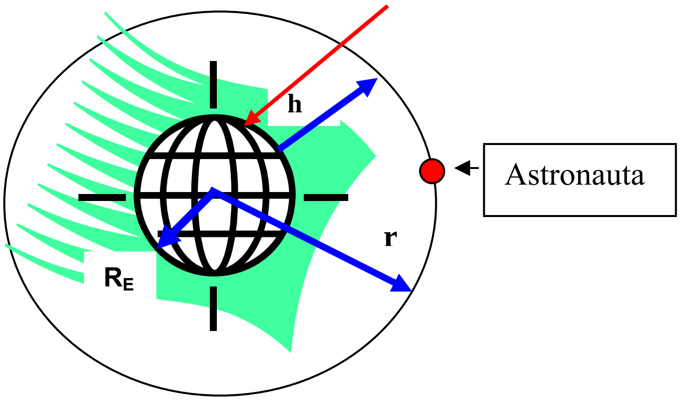
Problema 6.7 Edición quinta;
Mientras dos astronautas del Apolo estaban en la superficie de la Luna, un tercer astronauta daba vueltas a su alrededor. Suponga que la orbita es circular y se encuentra a 100 km sobre la superficie de la luna. Si la masa y el radio de la luna son $7,4 \times 10^{22}$ kg $1,7 \times 10^6$ m, respectivamente, determine:
a) La aceleración del astronauta en orbita.
b) Su rapidez orbital
c) El periodo de la orbita.

Datos:
Datos: R_E = radio de la luna = $1,7 \times 10^6$ metros.
h = La distancia entre el satélite y la superficie de la tierra.

H = 100 km = $0,1 \times 10^6$ m
r = R_E + h = $1,7 \times 10^6$ m + $0,1 \times 10^6$ m

r = $1,8 \times 10^6$ m

Luna



$\sum F_Y = m\ a$ como el astronauta se mantiene en orbita circular alrededor de la luna. La fuerza de la gravedad hará las veces de fuerza centrípeta.

m = masa del astronauta
M_L = masa de la luna = $7{,}4 \times 10^{22}$ kg
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$
$r = 1{,}8 \times 10^6$ m

$\sum F_Y = m\ a$

$$\frac{G * M_L * m}{r^2} = m\ a$$

Ordenando la ecuación anterior

$$m * \frac{G * M_L}{r^2} = m * a$$

Cancelando **m** (masa del astronauta) a ambos lados de la ecuación

$$\frac{G * M_L}{r^2} = a$$

$$a = \frac{G * M_L}{r^2} = \frac{\left(6{,}67 \text{ X } 10^{-11}\right) * \left(7{,}4 \text{ X } 10^{22}\right)}{\left(1{,}8 X 10^{6}\right)^2} = \frac{4{,}938 \text{ x } 10^{12}}{\left(1{,}8 \text{ x } 10^{6}\right)^2} = \frac{4{,}9358 \text{ X } 10^{12}}{3{,}24 \text{ X } 10^{12}} = 1{,}52 \ \frac{m}{seg^2}$$

$a = 1{,}52$ m/seg^2

b) Su rapidez orbital

$$a = \frac{v^2}{r}$$

Despejamos la velocidad (rapidez)
$V^2 = a * r$

$$v = \sqrt{a * r} = \sqrt{1{,}52 * 1{,}8 \text{ X } 10^6} = \sqrt{2736000}$$

v = 1654,08 m/seg.

c) El periodo de la orbita.

$$v = \frac{2 \pi\ r}{T}$$

Despejando el periodo en la ecuación

$$T = \frac{2 * \pi * r}{v} = \frac{2\ \pi\ 1{,}8\ X\ 10^{6}}{1654{,}08} = \frac{11309733{,}55}{1654{,}08}$$

T = 6837,47 segundos

Problema 6.8 Edición quinta; Problema 6.12 Edición cuarta SERWAY
La velocidad de la punta de la manecilla de los minutos en el reloj de un pueblo es 1,75 * 10 $^{-3}$ m/seg.

a) Cual es la velocidad de la punta de la manecilla de los segundos de la misma longitud?
b) Cual es la aceleración centrípeta de la punta del segundero?

(Tiempo del minutero) = tiempo en seg. Que demora en dar una vuelta completa el minutero al reloj
(Tiempo del minutero) = 60 minutos = **3600 seg.**

(Tiempo del segundero) = tiempo en seg. Que demora en dar una vuelta completa el segundero al reloj
(Tiempo del segundero) = 60 seg.

Velocidad del minutero = 1,75 * 10 $^{-3}$ m/seg.

Radio del minutero = radio del segundero
(Velocidad del minutero) * (tiempo del minutero) = (Velocidad del segundero) * (tiempo del segundero)

$$\text{velocidad}_{\text{segundero}} = \frac{\text{velocidad}_{\text{minutero}} * \text{tiempo}_{\text{minutero}}}{\text{tiempo}_{\text{segundero}}} = \frac{1{,}75*10^{-3} * 3600}{60} = 105*10^{-3}\ \frac{m}{seg}$$

Velocidad del segundero = 0,105 m/seg.

b) Cual es la aceleración centrípeta de la punta del segundero?

$$v = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{2\pi\ r}{t}$$

Despejamos el radio.
V * t = 2 π r

$$r = \frac{v*t}{2\pi} = \frac{0{,}105 * 60}{2*\pi} = 1\ \text{metro}$$

$$\text{aceleracion}_{\text{centripeta}} = \frac{(\text{velocidad})^2}{\text{radio}} = \frac{0{,}105^2}{1} = 0{,}011\frac{m}{seg^2}$$

$$\text{aceleracion}_{\text{centripeta}} = \frac{(\text{velocidad})^2}{\text{radio}} = \frac{(v)^2}{\frac{v\ t}{2\ \pi}} = \frac{2\ \pi (v)^2}{v\ t}$$

$$\text{aceleracion}_{\text{centripeta}} = \frac{2\ \pi\, v}{t} = \frac{2\ \pi\ 0{,}105}{60} = 0{,}011\ \frac{m}{seg^2}$$

Problema 6.9 Edición quinta; Problema 6.13 Edición cuarta SERWAY
Una moneda situada a 30 cm del centro de una mesa giratoria horizontal que esta en rotación se desliza cuando su velocidad es 50 cm/seg.

a) Que origina la fuerza central cuando la moneda esta estacionaria en relación con la mesa giratoria?

b) Cual es el coeficiente de fricción estático entre la moneda y la mesa giratoria?

$\sum F_Y = 0$

$N - m g = 0$

$N = m g$

$F_R = \mu N = \mu m g$

$F_R = \mu m g$

$$F_R = m * \frac{v^2}{r}$$

$$\mu m g = m * \frac{v^2}{r} \qquad \mu g = \frac{v^2}{r}$$

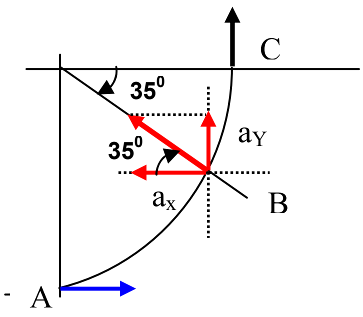
$$\mu = \frac{v^2}{r g} = \frac{(50)^2}{30 * 9{,}8} = \frac{2500}{29400} = 0{,}085$$

$\mu = 0{,}085$

Problema 6.12 Edición quinta; Problema 6.19 Edición cuarta SERWAY; Problema 6.10 Edición sexta SERWAY

Un automóvil que viaja inicialmente hacia el ESTE vira hacia el NORTE en una trayectoria circular con rapidez uniforme como se muestra en la figura p6-12. La longitud del arco ABC es 235 metros y el carro completa la vuelta en 36 seg.

a) Cual es la aceleración cuando el carro se encuentra en B localizado a un ángulo de 35^0. Exprese su respuesta en función de los vectores unitarios i y j.



Determine

b) la rapidez promedio del automóvil

c) Su aceleración promedio durante el intervalo de 36 seg.

$$v = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{235 \text{ metros}}{36 \text{ seg}} = 6{,}527 \ \frac{m}{seg}$$

Longitud del arco total = $2 \pi r$

Longitud de un cuarto de cuadrante = $2 \pi r/ 4 = \pi r/ 2$

2 * long. De un cuarto de cuadrante = πr

$$r = \frac{2 * \text{long. de un cuarto de cuadrante}}{\pi} = \frac{2 * 235}{3{,}14} = 149{,}6 \text{ metros}$$

a) Cual es la aceleración

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(6{,}527)^2}{149{,}6} = \frac{42{,}601}{149{,}6} = 0{,}28476 \ \frac{m}{seg^2}$$

a_x = - a sen 35 i = - 0,28476 sen35 i = - 0,28476 * ‘0,5735 i = - 0,163 i

a_y = - a cos 35 j = - 0,28476 sen35 j = - 0,28476 * ‘0,8191 j = - 0,233 j

c) Su aceleración promedio

$V_F = V_0 + at$

$V_F - V_0 = at$

$$a = \frac{V_f - V_0}{t} = \frac{6{,}53\,j - 6{,}53\,i}{36}$$

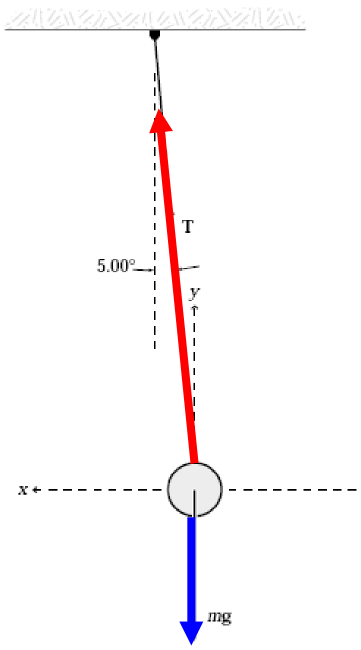
$$a = \frac{6{,}53\,j}{36} - \frac{6{,}53\,i}{36} = -0{,}181\,i + 0{,}181\,j \;\frac{m}{seg^2}$$

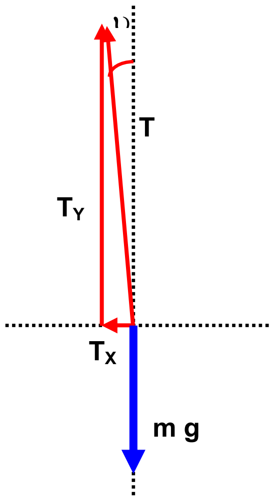
Problema 6.13 Edición quinta; Problema 6.37 Edición Cuarta SERWAY; Problema 6.9 Edición sexta

Considere un péndulo cónico con una plomada de 80 kg. en un alambre de 10 metros formando un ángulo de $\upsilon = 5^0$ con la vertical (figura 6.13). Determine

a) Las componentes vertical y horizontal de la fuerza ejercida por el alambre en el péndulo.

b) La aceleración radial de la plomada.





$\sum F_Y = 0$

$\mathbf{T_Y - m\,g = 0}$

$T_Y = m\,g = 80 * 9{,}8 = 784$ Newton

$\mathbf{T_Y = 784}$ **Newton**

$\mathbf{T_Y = T \cos \upsilon}$

$$T = \frac{T_Y}{\cos\theta} = \frac{784}{\cos 5} = 787 \text{ Newton}$$

$T_X = T \text{ sen } \upsilon$

$T_X = 787 \text{ sen } 5$

$\mathbf{T_X = 68{,}59}$ **Newton**

b) La aceleración radial de la plomada.

$\sum F_X = m\,a_C$

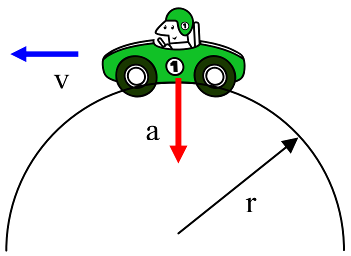
pero: $\mathbf{T_X = 68{,}59}$ **Newton**

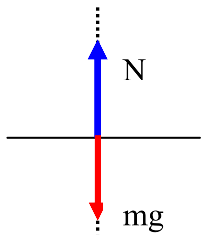
$T_X = m\ a_C$

$$a_C = \frac{T_X}{m} = \frac{68{,}59}{80} = 0{,}857 \ \frac{m}{seg^2}$$

Problema 6.14 Edición quinta; Problema 6.14 Edición Cuarta SERWAY
Un automóvil que viaja sobre un camino recto a 9 m/seg pasa sobre un montecillo en el camino. El montículo puede considerarse como un arco de un círculo de 11 metros de radio.
a) Cual es el peso aparente de una mujer de 600 N en el carro cuando pasa sobre el montecillo?

b) Cual debe ser la rapidez del carro sobre el montecillo si ella no tiene peso en ese momento? (Es decir, su peso aparente es cero).





m = 600/g = 600/9,8 = 61,22 kg

a) Cual es el peso aparente de una mujer de 600 N en el carro cuando pasa sobre el montecillo?

$\sum F_Y = m\ a$
m g – N = m a

$$m\,g - N = m * \frac{v^2}{r}$$

$$m\,g - m * \frac{v^2}{r} = N$$

$$N = 600 - 61{,}22 * \frac{9^2}{11} = 600 - 450{,}8 = 149{,}19 \text{ Newton}$$

b) Cual debe ser la rapidez del carro sobre el montecillo si ella no tiene peso en ese momento? (Es decir, su peso aparente es cero).

$\sum F_Y = m\ a$

0

m g – N = m a

$$m\,g = m * \frac{v^2}{r}$$

$$g = \frac{v^2}{r}$$

$V^2 = g * r$

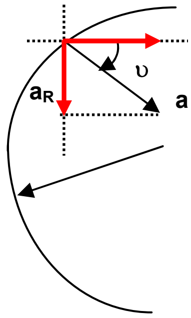
$$v = \sqrt{g * r} = \sqrt{9{,}8 * 11} = \sqrt{107.8}$$

V = 10,38 m/seg.

Problema 6.16 Edición quinta; Problema 6.16 Edición Cuarta SERWAY
Un halcón vuela en un arco horizontal de 12 metros de radio a una rapidez constante de 4 m/seg.
a) Encuentre su aceleración centrípeta

b) El halcón continúa volando a lo largo del mismo arco horizontal pero aumenta su rapidez a la proporción de 1,2 m/seg². Encuentre la aceleración (magnitud y dirección) bajo estas condiciones.

v = 4 m/seg.   r = 11 metros
a_r = Aceleración centrípeta
a_T = Aceleración tangencial = 1,2 m/seg²



$a^2 = a_r + a_T$

$$a = \sqrt{(a_r)^2 * (a_T)^2} = \sqrt{(1,33)^2 + (1,2)^2} = \sqrt{1,768 + 1,44} = \sqrt{3,208}$$

a = 1,791 m/seg²

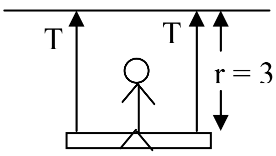
$$tg\ \theta = \frac{a_r}{a_T} = \frac{1,33}{1,2} = 1,108$$

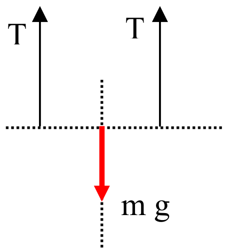
υ = arc tg 1,108
υ = 47,94⁰

Problema 6.17 Edición quinta; Problema 6.17 Edición Cuarta SERWAY
Un niño de 40 kg se mece en un columpio soportado por dos cadenas, cada una de 3 metros de largo. Si la tensión en cada cadena en el punto mas bajo es de 350 newton, encuentre:
a) La velocidad del niño en el punto mas bajo
b) la fuerza del asiento sobre el niño en ese mismo punto. Ignore la masa del asiento.

a) La velocidad del niño en el punto mas bajo

m = 40 kg.   r = 3 metros





$\sum F_Y = m\ a$
2 T - m g = m a

$$2T - mg = m * \frac{v^2}{r}$$

$$r(2T - mg) = m * V^2$$

2 T r – m g r = m V²

$$V^2 = \frac{2Tr - mgr}{m}$$

$$V = \sqrt{\frac{2Tr - mgr}{m}} = \sqrt{\frac{2 * 350 * 3 - (40 * 9,8 * 3)}{40}} = \sqrt{\frac{2100 - 1176}{40}} = \sqrt{\frac{924}{40}}$$

V = 4,8 m/seg.

b) La fuerza del asiento sobre el niño en ese mismo punto. (Ignore la masa del asiento).

$\sum F_Y = m\ a_Y$
m g – N = m a

$$N - mg = m * \frac{v^2}{r}$$

$$N = mg + m * \frac{v^2}{r} = m\left(g + \frac{V^2}{r}\right)$$

$$N = m\left(g + \frac{V^2}{r}\right) = 40 * \left(9,8 + \frac{(4,8)^2}{3}\right) = 40 * (9,8 + 7,68)$$

N = 40 * (17,48)

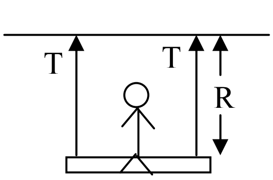
N = 700 Newton

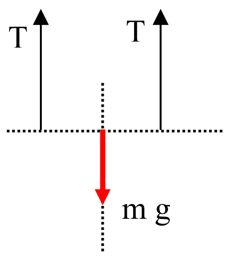
Problema 6.18 Edición quinta; Problema 6.17A Edición Cuarta SERWAY

Un niño de masa m se mece en un columpio soportado por dos cadenas, cada una de larga R. Si la tensión en cada cadena en el punto mas bajo es T, encuentre:

a) La rapidez del niño en el punto mas bajo

b) La fuerza del asiento sobre el niño en ese mismo punto. (Ignore la masa del asiento).





$\sum F_Y = m\,a$

2 T - m g = m a

$$2T - mg = m * \frac{v^2}{R}$$

$$R(2T - mg) = m * V^2$$

$2TR - mgR = m\,V^2$

$$V^2 = \frac{2TR - mgR}{m}$$

$$V = \sqrt{\frac{2TR - mgR}{m}} = \sqrt{\frac{2TR}{m} - \frac{mgR}{m}} = \sqrt{\frac{2TR}{m} - gR}$$

$$V = = \sqrt{R\left(\frac{2T}{m} - g\right)}$$

b) La fuerza del asiento sobre el niño en ese mismo punto. (Ignore la masa del asiento).

$\sum F_Y = m\,a_Y$

m g – N = m a

$$N - mg = m * \frac{v^2}{R}$$

$$N = mg + m * \frac{v^2}{R} = m\left(g + \frac{V^2}{R}\right)$$

Pero: $V^2 = \frac{2TR - mgR}{m}$

$$N = \left(\frac{R m g + m \left(V^2 \right)}{R} \right) = \left(\frac{R m g + m * \left(\frac{2 T R - m g R}{m} \right)}{R} \right)$$

$$N = \left(\frac{R m g + \left(2 T R - m g R \right)}{R} \right) = \frac{R m g + 2 T R - R m g}{R}$$

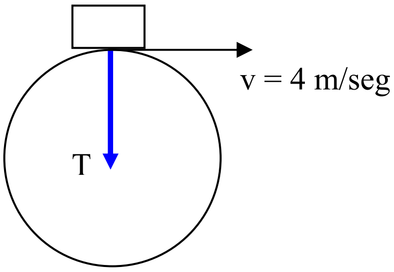
$$N = \frac{2 T R}{R} = 2 T$$

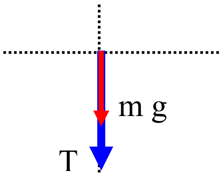
N = 2 T

Problema 6.20 Edición quinta; Problema 6.18 Edición Cuarta SERWAY

Un objeto de 0,4 kg se balancea en una trayectoria circular vertical unida a una cuerda de 0,5 m de largo.

Si su rapidez es 4 m/seg. Cual es la tensión en la cuerda cuando el objeto esta en el punto mas alto del circulo ?





$\sum F_Y = m\ a$

T + m g = m a

$$T + m g = m * \frac{v^2}{R}$$

$$T = m * \frac{v^2}{R} - m g = 0{,}4 * \left(\frac{(4)^2}{0{,}5} \right) - 0{,}4 * 9{,}8$$

T = 12,8 – 3,92

T = 8,88 Newton

Problema 6.21 Edición quinta SERWAY

Un carro de montaña rusa tiene una masa de 500 kg. cuando esta totalmente lleno de pasajeros (fig p 6 - 21).

a) Si el vehiculo tiene una rapidez de 20 m/seg. en el punto A. Cual es la fuerza ejercida por la pista sobre el vehiculo en este punto?

b) Cual es la rapidez máxima que el vehiculo puede alcanzar en B y continuar sobre la pista.

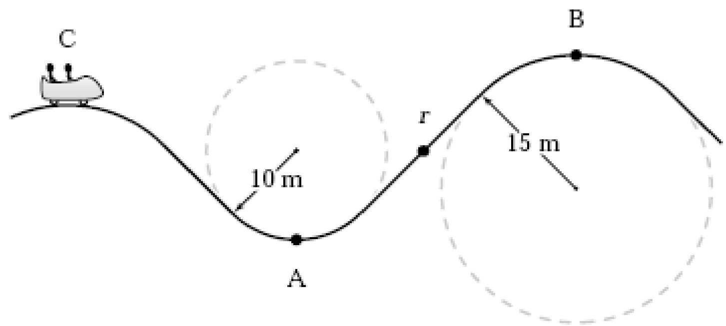
Punto A

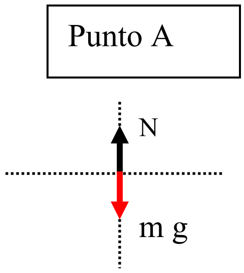
$\sum F_Y = m\ a$

N - m g = m a

$$N - m g = m * \frac{v^2}{R}$$

$$N = m g + m * \frac{v^2}{R}$$





$$N = m\,g + m * \frac{v^2}{R} = 500 * 9{,}8 + 500 * \frac{(20)^2}{10}$$

$$N = 4900 + 20000$$

N = 24900 Newton

b) Cual es la rapidez máxima que el vehiculo puede alcanzar en B y continuar sobre la pista.

Punto B Cuando el auto esta en la parte superior, la pista no ejerce fuerza sobre el vehiculo, es decir la normal en el punto máximo superior es cero.

$\sum F_Y = m\,a$

$\mathbf{m\,g} = m\,a$

$$m\,g = m * \frac{v^2}{R}$$

se cancela la masa.

$$g = \frac{v^2}{R}$$

$V^2 = g * r$

$$v = \sqrt{g * r} = \sqrt{9{,}8 * 15} = \sqrt{147}$$

V = 12,12 m/seg.

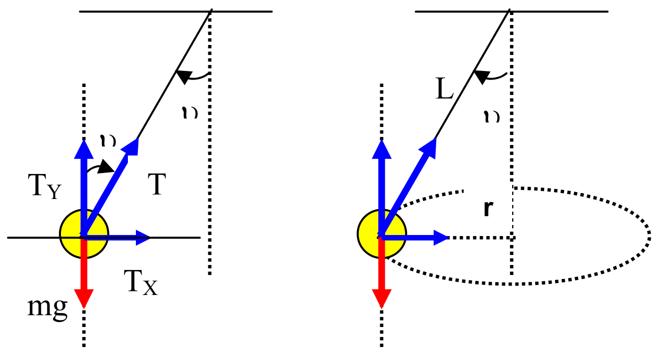
Cuando la normal es cero, la velocidad es máxima.

Problema 6.25 Edición quinta; Problema 6.25 Edición Cuarta SERWAY

Un objeto de 0,5 kg esta suspendido del techo de un vagón acelerado, como se muestra en la figura p 6 -13. Si a = 3 m/seg^2, encuentre:

a) El ángulo que la cuerda forma con la vertical.

b) La tensión de la cuerda?



$\text{sen}\,\theta = \frac{r}{L}$ $\qquad \mathbf{r = L\ sen\ \upsilon}$

$\mathbf{T_X = T\ sen\ \upsilon}$

$\mathbf{T_Y = T\ cos\ \upsilon}$

$\sum F_Y = 0$

$\mathbf{T_Y - m\,g = 0}$

$T_Y = m\,g$

$\mathbf{T\ cos\ \upsilon = m\,g}$ **Ecuación 1**

Puesto que, en este ejemplo, la fuerza central es proporcionada por la componente **T sen υ** de la segunda ley de Newton obtenemos:

$\sum F_X = m\ a_X$ pero: $\mathbf{T_X = T\ sen\ \upsilon}$
$T_X = T\ sen\ \upsilon = m\ a_X$

T sen υ = m a_X Ecuación 2

Al dividir la ecuación 2 con la ecuación 1, se elimina T y la masa m.

$$\frac{T\ sen\ \theta}{T\cos\theta} = \frac{m * a_X}{m * g}$$

$$tg\ \theta = \frac{a_X}{g} = \frac{3}{9,8} = 0,3061$$

υ = arc tg (0,3061)

$\upsilon = 17,02^0$

b) La tensión de la cuerda?

T sen υ = m a_X Ecuación 2
T sen (17,02) = 0,5 * 3
0,2927 T = 1,5

T = 5,12 Newton

Problema 6.30 Edición quinta SERWAY
Un paracaidista de 80 kg de masa salta desde una aeronave que viaja lentamente y alcanza una rapidez terminal de 50 m/seg.

a) Cual es la aceleración de la paracaidista cuando su rapidez es de 30 m/seg.

Cual es la fuerza de arrastre ejercida por la paracaidista cuando su rapidez es:
b) 50 m/seg.
c) 30 m/seg.

$\sum F_Y = 0$
m g – R = 0

donde R = fuerza resistiva

$$R = \frac{D\ \gamma\ A\ (V_T)^2}{2}$$

γ = Densidad del aire
A = Area de la sección transversal del objeto que cae medida en un plano perpendicular a su movimiento.
V_T = velocidad o rapidez terminal

m g – R = 0
m g = R

$$m\ g = R = \frac{D\ \gamma\ A\ (V_T)^2}{2}$$

$$\frac{m\ g}{(V_T)^2} = \frac{D\ \gamma\ A}{2}$$

$$\frac{80 * 9,8}{(50)^2} = \frac{D\ \gamma\ A}{2}$$

$$\frac{D\ \gamma\ A}{2} = \frac{784}{2500} = 0,3136$$

$$\frac{m\,g}{(V_T)^2} = \frac{D\ \gamma\ A}{2} = 0,3136$$

a) Cual es la aceleración de la paracaidista cuando su rapidez es de 30 m/seg.

$\sum F_Y = m\ a$

$m\ g\ - R = m\ a$

Despejando la aceleración

$$a = \frac{m\,g\ -\ R}{m} = g\ - \frac{R}{m}$$

Pero: $R = \frac{D\,\gamma\,A\,(V_T)^2}{2}$

Reemplazando en la ecuación de aceleración tenemos:

$$a = \frac{m\,g\ -\ R}{m} = g\ - \frac{D\ \gamma\ A}{2} * \frac{(V_T)^2}{m}$$

Pero: $\frac{D\ \gamma\ A}{2} = 0,3136$ g = 9,8 m/seg^2 V_T = 30 m/seg m = 80 kg.

$$a = g\ - \frac{D\ \gamma\ A}{2} * \frac{(V_T)^2}{m} = 9,8\ - (0,3136) * \frac{(30)^2}{80}$$

a = 9,8 - 3,528

a = 6,27 m/seg.

Cual es la fuerza de arrastre ejercida por la paracaidista cuando su rapidez es:
b) 50 m/seg. **(Observe que es la velocidad terminal alcanzada por el paracaidista)**

$\sum F_Y = 0$

m g – R = 0

m g = R

R = 80 * 9,8 = 784 Newton

Cual es la fuerza de arrastre ejercida por la paracaidista cuando su rapidez es:
c) 30 m/seg.

$$R = \left(\frac{D\,\gamma\,A}{2}\right) * (V_T)^2$$

Pero: $\frac{D\ \gamma\ A}{2} = 0,3136$ Reemplazando en la ecuación

$$R = \left(\frac{D\,\gamma\,A}{2}\right) * (V_T)^2 = 0,3136 * (30)^2$$

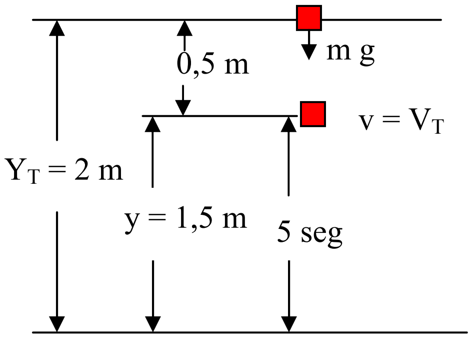
R = 282,24 Newton

Problema 6.31 Edición quinta SERWAY; Problema 6.30 Edición cuarta SERWAY

Un pedazo pequeño de material de empaque de estirofoam se deja caer desde una altura de 2 metros sobre el suelo. Hasta que alcanza rapidez terminal, la magnitud de su aceleración esta dada por

a = g – bv. Después de caer 0,5 metros, el estirofoam alcanza su rapidez terminal y tarda 5 seg. adicionales en llegar al suelo.

a) Cual es el valor de constante b?
b) Cual es la aceleración en t = 0
c) Cual es la aceleración cuando la rapidez es 0,15 m/seg.



a) Cual es el valor de constante b?

El estirofoam para una altura de 1,5 m, se demora 5 seg en llegar al suelo. Hallamos la velocidad con que llega al suelo.

$$v = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{1,5}{5}\frac{m}{seg} = 0,3\ \frac{m}{seg}$$

Pero $v = V_T$ (VELOCIDAD TERMINAL)

Cuando el material estirofoam alcanza la velocidad terminal, se dice que la aceleración en ese punto es cero.

$$\boldsymbol{\cancel{a}^{\,0} = g - bv}$$

bv = g despejamos la constante b

$$b = \frac{g}{v} = \frac{9,8}{0,3}\frac{\frac{m}{seg^2}}{\frac{m}{seg}} = 32,66\ \frac{1}{seg}$$

b) Cual es la aceleración en t = 0

$\sum F_Y = m\,a$

$\cancel{m}\, g = \cancel{m}\, a$

$a = g = 9,8\ m/seg^2$

c) Cual es la aceleración cuando la rapidez es 0,15 m/seg.

a = g – bv

a = 9,8 - 32,66 * 0,15

a = 9,8 - 4,9

a = 4,9 m/seg²

Problema 6.32 Edición quinta SERWAY

a) Calcule la rapidez terminal de una esfera de madera (densidad 0,83 g/cm^3) cayendo a través del aire si tiene 8 cm. de radio.

b) A partir de que altitud un objeto en caída libre puede alcanzar esta rapidez en ausencia de resistencia de aire?

radio = 8 cm = 0,08 metros

Area = $\pi\, r^2$

A = 3,14 * 0,08^2

A = 2,01 * 10^{-2} m^2

$$\text{volumen esfera} = \frac{4}{3}\,\pi\, r^3 = \frac{4}{3} * 3,14 * (0,08)^3$$

$$\text{volumen esfera} = 2{,}1446 * 10^{-3}\ \text{m}^3$$

$$densidad\ (\delta) = 0{,}83\ \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} * \frac{1\,\text{kg}}{1000\,\text{gr}} * \frac{(100\,\text{cm})^3}{(1\,\text{m})^3} = 830\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\delta = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} \Rightarrow \quad \text{masa} = \delta * \text{volumen}$$

$$\text{masa} = \delta * \text{volumen}$$

m = 830 kg/m^3 * 2,1446 * 10 $^{-3}$ m^3

m = 1,78 kg.

$\sum F_Y = 0$

m g – R = 0

m g = R PERO: $R = \left(\frac{D \gamma A}{2}\right) * (V_T)^2$

$$m * g = \left(\frac{D \gamma A}{2}\right) * (V_T)^2$$

$$2\,m * g = (D\ \gamma\ A) * (V_T)^2$$

Pero: D = 0,5 por ser un objeto esférico.

Se despeja la velocidad (rapidez terminal)

$\frac{2\,m\,g}{(D\ \gamma\ A)} = (V_T)^2$ pero γ = densidad del aire = 1,2 kg/m^3

$$V_T = \sqrt{\frac{2\ m\ g}{D\ \gamma\ A}} = \sqrt{\frac{2 * 1{,}78 * 9{,}8}{0{,}5 * 1{,}2 * 2{,}01 * 10^{-2}}} = \sqrt{\frac{34{,}888}{0{,}01206}} = \sqrt{2892{,}868}$$

V_T = 53,78 m/seg.

b) A partir de que altitud un objeto en caída libre puede alcanzar esta rapidez en ausencia de resistencia de aire?

$$\mathbf{(V_T)^2 = (\cancelto{0}{V})^2 + 2\,g\,h}$$

$(V_T)^2 = 2\,g\,h$

$$h = \frac{(V_T)^2}{2\ g} = \frac{53{,}78^2}{2 * 9{,}8} = \frac{2892{,}288}{19{,}6} = 147{,}56 \ \ \text{m/seg.}$$

h = 147,56 m/seg.

Problema 6.33 Edición quinta SERWAY

Calcule la fuerza requerida para jalar una bola de cobre de 2 cm de radio hacia arriba a través de un fluido a una rapidez constante de 9 cm/seg. Considere la fuerza de arrastre como proporcional a la rapidez con una constante de proporcionalidad de 0,95 kg/seg. Ignore la fuerza boyante.

Datos:

r = 2 cm = 0,02 m

v = 9 cm/seg = 0,09 m/seg.

Densidad del cobre = 8,92 * 10 ^{3} kg/m^3

R = k v pero: k = 0,95

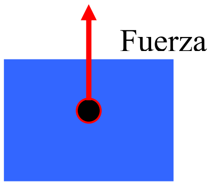
R = 0,95 kg/seg * 0,09 m/seg = 0,0855 Newton

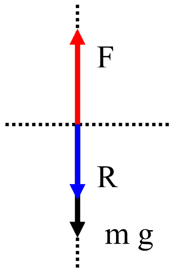
$$\text{volumen esfera cobre} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} * 3{,}14 * (0{,}02)^3$$

$$\text{volumen esfera} = 3{,}351 * 10^{-5}\ m^3$$

$$\delta\ \text{cobre} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} \Rightarrow \text{masa} = \delta * \text{volumen}$$

$$\text{masa} = \delta * \text{volumen}$$





masa del cobre = 8,92 * 10^{3} kg/m^3 * 3,351 * 10^{-5} m^3
masa del cobre = 0,2989 kg

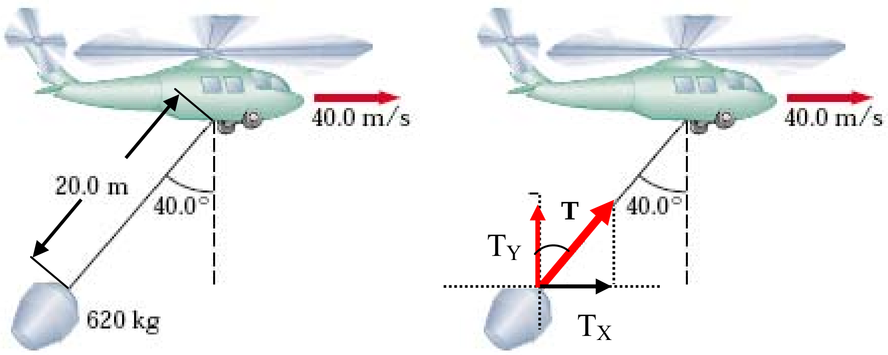
$\sum F_Y = 0$ (velocidad constante, la aceleración es cero)
F – R – m g = 0
F = R + m g

F = 0,0855 newton + 9,8 * 0,2989

F = 0,0855 + 2,929

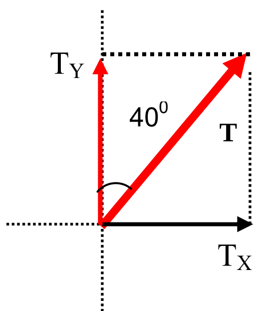
F = 3,01 Newton

Problema 6.34 Edición quinta SERWAY; Problema 6.32 Edición cuarta SERWAY
Un helicóptero contra incendios transporta un recipiente de 620 kg en el extreme de un cable de 20 metros de largo, como se ilustra en la figura p6-34. Cuando el helicóptero vuela hacia un incendio a una rapidez constante de 40 m/seg, el cable forma un ángulo de 40^0 respecto de la vertical. El recipiente presenta un área de sección transversal de 3,8 m^2 en un plano perpendicular al aire que pasa por el. Determine el coeficiente de arrastre pero suponga que la fuerza resistiva es proporcional al cuadrado de la rapidez del recipiente.



$\sum F_Y = 0$
T_Y = T cos 40
T_X = T sen 40

T_Y – m g = 0
T cos 40 – m g = 0
T cos 40 = m g



$$T = \frac{m\,g}{\cos 40} = \frac{620 * 9{,}8}{0{,}766} = \frac{6076}{0{,}766} = 7931{,}65\ \text{Newton}$$

$\sum F_X = 0$
T_X - R = 0

T sen 40 – R = 0

R = T sen 40

Pero: T = 7931,65 Newton

R =7931,65 sen 40
R = 7931,65 * 0,6427

R = 5098,369 Newton

$$R = 5098{,}369 = \left(\frac{D\,\gamma\,A}{2}\right) * (V_T)^2$$

Despejamos D.

2 * 5098,369 = D γ A $(V_T)^2$
10196,738 = D γ A $(V_T)^2$

$$D = \frac{10196{,}738}{\gamma\,A\,(V_T)^2} = \frac{10196{,}738}{1{,}2 * 3{,}8 * (40)^2} = \frac{10196{,}738}{7296} = 1{,}397$$

Problema 6.35 Edición quinta SERWAY; Problema 6.33 Edición cuarta SERWAY
Una pequeña cuenta esférica de 3 gr de masa se suelta desde el reposo en t = 0 en una botella de champú . Se observa que la rapidez terminal, V_T = 2 cm/seg.
Determine: a) El valor de la constante b en la ecuación 6.4
b) El tiempo **t** necesario para alcanzar 0,632 V_T
c) El valor de la fuerza resistiva cuando la cuenta alcanza la rapidez terminal?

Datos: m = 3 gr = 0,003 kg.
V_T = 2 cm/seg. = 0,02 m/seg.

a) El valor de la constante b en la ecuación 6.4

La aceleración se vuelve cero cuando la fuerza resistiva R se hace igual al peso. En este punto el objeto alcanza su velocidad terminal V_T y de ahí en adelante se mueve con aceleración cero. Mayor explicación pag 156 cuarta edición.

$\sum F_Y = 0$
m g – R = 0
m g = R

R = b v ecuación 6.4 hallar el valor de b?
m g = R = b v_T

$$b = \frac{m\,g}{V_T} = \frac{0{,}003\,kg * 9{,}8\,\frac{m}{seg^2}}{0{,}02\,\frac{m}{seg}} = 1{,}47 \ \text{Newton} * \frac{seg}{m}$$

b) El tiempo **t** necesario para alcanzar 0,632 V_T
$\sum F_Y = m\,a$
m g – b V_T = m a

despejamos la aceleracion

$$a = \frac{m\,g}{m} - \frac{b}{m} V_T$$

Cancelando la m

$$a = g - \frac{b}{m} V_T \qquad \textit{aceleracion}\ (a) = \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m} V_T$$

$$dv = (g - \frac{b}{m} V_T)\, dt$$

Integrando en ambas partes de la ecuación

$$\int dv = \int g\ dt - \int \left(\frac{b}{m}\ V_T \right) dt$$

Solucionando la integral, hallamos la velocidad v

$$v = \frac{m\ g}{b} \left(1 - e^{\frac{-b\,t}{m}} \right)$$ pero $$V_T = \frac{m\ g}{b}$$

Reemplazamos V_T en la anterior ecuación

$$v = V_T \left(1 - e^{\frac{-b\,t}{m}} \right)$$

Pero V = 0,632 V_T con este dato lo reemplazamos en la anterior ecuación y hallamos el tiempo **t**

$$0{,}632\ V_T = V_T \left(1 - e^{\frac{-b\,t}{m}} \right)$$ Cancelamos V_T en ambos lados de la ecuación

$$0{,}632 = \left(1 - e^{\frac{-b\,t}{m}} \right)$$ ordenando la ecuación

$$e^{\left(\frac{-b\,t}{m}\right)} = 1 - 0{,}632$$

$$e^{\left(\frac{-b\,t}{m}\right)} = 0{,}368$$

Aplicando logaritmos a ambos lados de la ecuación

$$\ln \left(e^{\frac{-b\,t}{m}} \right) = \ln (0{,}368)$$

Solucionando logaritmos tenemos

$$\left(\frac{-b\,t}{m} \right) * \ln e = -0{,}999672$$ **Pero ln e = 1**

$$\left(\frac{-b\,t}{m} \right) = -0{,}999672$$

Por fin despejemos el tiempo t

- b t = - 0,999672 * m cancelando el signo negativo.

b t = 0,999672 * m

$$t = \frac{0{,}999672 \ * \ m}{b} = \frac{0{,}999672 \ * \ 0{,}003 \, kg}{1{,}47 \, newton * \frac{seg}{m}} = \frac{0{,}00299}{1{,}47} seg$$

t = 2,04 * 10^{-3} SEGUNDOS

c) El valor de la fuerza resistiva cuando la cuenta alcanza la rapidez terminal?

R = b v

$$R = 1{,}47 \, newton * \frac{seg}{m} \ * \ 0{,}02 \frac{m}{seg} = 0{,}0294 \, Newton$$

R= 0,0294 Newton

Problema 6.36 Edición quinta SERWAY

La masa de automóvil deportivo es de 1200 kg. La forma del carro es tal que el coeficiente de arrastre aerodinámico es de 0,25 y el área frontal es de 2,2 m^2 despreciando todas las otras fuentes de fricción

Calcule la aceleración inicial del carro si, después de viajar a 100 km/h se pone en neutral y se deja ir en punto muerto.

Datos:

γ = densidad del aire = 1,2 kg/m^3 masa = 1200kg. D = coeficiente de arrastre dinámico = 0,25

area (A) = 2,2 m^2 v = 100 km/h

$$v = 100 \frac{km}{hora} \ * \ \frac{1000 \, m}{1 \, km} \ * \ \frac{1 \ hora}{3600 \ seg} = 27{,}777 \ \frac{m}{seg}$$

$$R = \left(\frac{D \, \gamma \, A}{2} \right) * (V)^2$$

$$R = \left(\frac{0{,}25 \ * \ 1{,}2 \ \frac{kg}{m^3} \ * \ 2{,}2 \, m^2}{2} \right) * \left(27{,}777 \ \frac{m}{seg} \right)^2$$

$$R = \left(\frac{0{,}66 \ \frac{kg}{m}}{2} \right) * 771{,}561 \ \frac{m2}{seg^2} = 0{,}33 \ \frac{kg}{m} \ * \ 771{,}561 \frac{m^2}{seg^2}$$

$$R = 254{,}615 \ \ newton$$

Calcule la aceleración inicial del carro si, después de viajar a 100 km/h se pone en neutral y se deja ir en punto muerto.

$\sum F_Y = m \, a$

$- R = m \, a$

el signo negativo, es por que al colocar en neutro el auto va a perder velocidad hasta detenerse, es decir su aceleración es negativa.

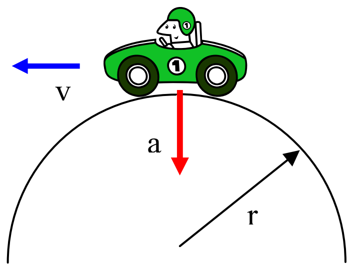
$$a = \frac{- R}{m} = \frac{- 27{,}777 \ \ newton}{1200 \, kg} = - 0{,}21 \frac{m}{seg^2}$$

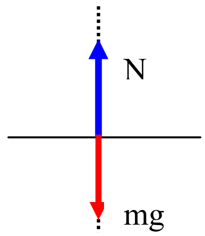
Problema 6.46 Edición quinta SERWAY; Problema 6.47 Edición Cuarta

Un automóvil de 1800 kg pasa sobre un montículo en un camino que sigue el arco de un círculo de radio de 42 m, como se muestra en la figura p6-46.

a) Que fuerza debe ejercer el camino sobre el carro para que este pase el punto más alto del montículo si viaja a 16 m/seg.

b) Cual es la rapidez máxima que el carro puede alcanzar cuando pasa por el punto más alto antes de perder contacto con el camino.





m = 600/g = 600/9,8 = 61,22 kg

a) Que fuerza debe ejercer el camino sobre el carro para que este pase el punto mas alto del montículo si viaja a 16 m/seg.

$\sum F_Y = m\, a_Y$

m g – N = m a_Y

$$m\,g - N = m * \frac{v^2}{r}$$

$$m\,g - m * \frac{v^2}{r} = N$$

$$N = 1800 * 9{,}8 - 1800 * \frac{16^2}{42} = 17640 - 10971{,}42 = 6668{,}57 \text{ Newton}$$

N = 6668,57 Newton

b) Cual es la rapidez máxima que el carro puede alcanzar cuando pasa por el punto mas alto antes de perder contacto con el camino.

Cuando el auto pasa por el punto mas alto, la fuerza N = 0

$\sum F_Y = m\, a_Y$

m g – $\cancelto{0}{N}$ = m a_Y

$$m\,g = m * \frac{v^2}{r}$$

$$g = \frac{v^2}{r}$$

$$V = \sqrt{g * r} = \sqrt{9{,}8 * 42} = \sqrt{411{,}6}$$

V = 20,28 m/seg.

Problema 6.47 Edición quinta Serway; Problema 6.47A cuarta edición Serway

Un automóvil de masa **m** pasa sobre un montículo en un camino que sigue el arco de un circulo de radio R, como se muestra en la figura p6.46.

a) que fuerza debe ejercer el camino sobre el carro para que este pase el punto mas alto del montículo si viaja a una rapidez v?

b) Cual es la rapidez máxima que el carro puede alcanzar cuando pasa por el punto mas alto antes de perder contacto con el camino?

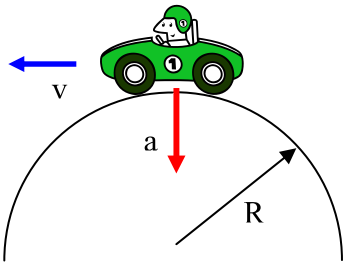
a) que fuerza debe ejercer el camino sobre el carro para que este pase el punto mas alto del montículo si viaja a una rapidez v?

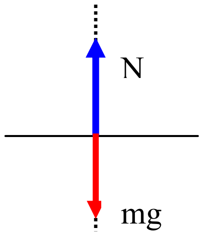
$\sum F_Y = m\, a_Y$ La fuerza que ejerce el camino sobre el carro, se llama normal **N**

m g – N = m a_Y

$$m\,g - N = m * \frac{v^2}{R}$$

$$m\,g - m * \frac{v^2}{R} = N$$





m = 600/g = 600/9,8 = 61,22 kg

b) Cual es la rapidez máxima que el carro puede alcanzar cuando pasa por el punto mas alto antes de perder contacto con el camino?

Cuando el auto pasa por el punto mas alto, el camino no ejerce fuerza sobre el carro. Por lo tanto la fuerza N = 0

$\sum F_Y = m\, a_Y$

$\mathbf{m\,g} - \cancelto{0}{\mathbf{N}} = m\, a_Y$

$$m\,g = m * \frac{v^2}{r}$$

$$g = \frac{v^2}{r}$$

$$V = \sqrt{g * r}$$

Problema 6.48 Edición quinta SERWAY; Problema 6.4 Edición Cuarta

En un modelo del átomo de hidrogeno el electrón en orbita alrededor del protón experimenta una fuerza atractiva de aproximadamente 8,20 x 10^{-8} Newton. Si el radio de la orbita es 5,3 x 10^{-11} metros.

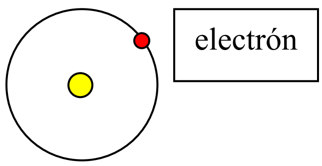
Cuantas revoluciones realiza el electrón cada segundo? (Este numero de revoluciones por unidad de tiempo se llama **frecuencia** del movimiento). Véase la segunda de forros para datos adicionales.

DATOS:

r = 5,3 x 10^{-11} metros. F = 8,20 x 10^{-8} Newton masa del electrón = 9 11 X 10^{-31} Kg.

$$F = m * \frac{v^2}{r}$$

$$F * r = m * V^2$$



$$V^2 = \frac{F\, r}{m}$$

$$V = \sqrt{\frac{F\, r}{m}} = \sqrt{\frac{\left(8,2 * 10^{-8}\right) * \left(5,3 * 10^{-11}\right)}{9,11 * 10^{-31}}} = \sqrt{\frac{43,46 * 10^{-19}}{9,11 * 10^{-31}}}$$

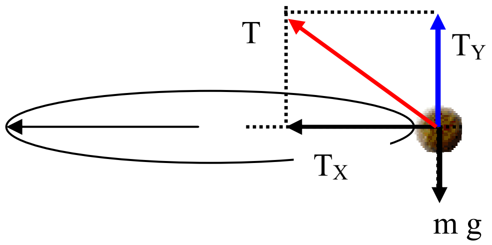
$$V = \sqrt{4,77 * 10^{12}} = 2184032,967 \frac{m}{seg}$$

$$V = 2184032{,}967 \frac{m}{seg} * \frac{1 \text{ revolucion}}{2 \pi r \ m} = \frac{2184032{,}967}{2 * 3{,}14 * 5{,}3 * 10^{-11}} \frac{\text{revoluciones}}{seg}$$

V = 6,55 * 10^{15} rev/seg.

Problema 6.54 Edición quinta SERWAY

Una cuerda bajo una tensión de 50 N se usa para hacer girar una roca en un círculo horizontal de 2,5 m de radio a una rapidez de 20,4 m/seg. La cuerda se jala hacia adentro y la rapidez de la roca aumenta. Cuando la cuerda tiene 1 metro de longitud y la rapidez de la roca es de 51 m/seg. la cuerda se revienta. ¿Cuál es la fuerza de rompimiento (en newton) de la cuerda?



Datos: T_X = 50 newton r = 2,5 metros v = 20,4 m/seg

$\sum F_X = m \, a_X$

$T_X = m \, a_X$ pero: $a_X = \frac{v^2}{r}$

$$T_X = m * \frac{v^2}{r}$$

$$T_X * r = m * v^2$$

Hallamos la masa de la roca

$$m = \frac{T_X * r}{v^2} = \frac{50 * 2{,}5}{(20{,}4)^2} = 0{,}3 \text{ kg}$$

m = 0,3 kg.

$\sum F_Y = 0$

$T_Y - m \, g = 0$

$T_Y = m \, g$

$T_Y = 9{,}8 * 0{,}3$

T_Y = 2,94 newton

Hallamos por Pitágoras la resultante T.

$$T = \sqrt{(T_X)^2 + (T_Y)^2}$$

$$T = \sqrt{(50)^2 + (2{,}94)^2} = \sqrt{2500 + 8{,}6436} = \sqrt{2508{,}6436}$$

T = 50 Newton

Cuando la cuerda tiene 1 metro de longitud y la rapidez de la roca es de 51 m/seg. la cuerda se revienta. ¿Cuál es la fuerza de rompimiento (en newton) de la cuerda?

Datos: r = 1 metro v = 51 m/seg **m = 0,3 kg.**

$\sum F_X = m\ a_X$

$T_X = m\ a_X$ pero: $a_X = \dfrac{v^2}{r}$

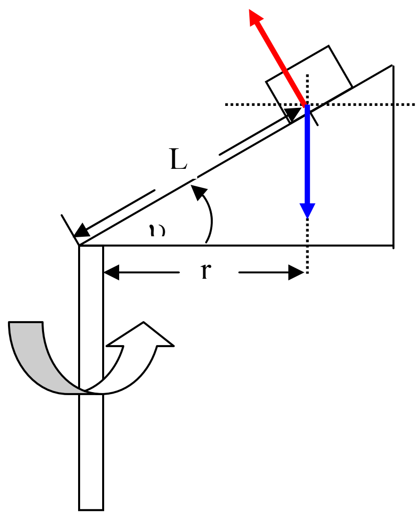
$$T_X = m * \frac{v^2}{r} = 0{,}3 * \frac{(51)^2}{1} = 0{,}3 * 2601 = 780{,}3 \text{ Newton}$$

T_X = 780,3 Newton

Problema 6.55 Edición quinta SERWAY

El juguete de un niño esta compuesto de una pequeña cuña que tiene un ángulo agudo υ (Fig. p6.55) El lado de la pendiente de la cuña no presenta fricción y una masa **m** sobre ella permanece a una altura constante si la cuña gira a cierta rapidez constante. Se hace girar la cuña al rotar una barra que esta unida firmemente a ella en un extremo. Demuestre que, cuando la masa **m** asciende por la cuña una distancia **L**, la rapidez de la masa debe ser:

$$v = (g\ L\ \text{sen}\ \theta)^{1/2}$$



$$\cos\theta = \frac{r}{L}$$

r = L cos υ Ecuación 1

$\sum F_X = m\ a_X$

$N_X = N$ sen υ

$N_X = m\ a_X$

N sen υ = m a_X

$$N\ \text{sen}\ \theta = m * \frac{v^2}{r} \quad \textbf{Ecuación 2}$$

Reemplazando la ecuación 1 en la ecuación 2

$$N\ \text{sen}\ \theta = m * \frac{v^2}{L\ \cos\theta} \quad \textbf{Ecuación 3}$$

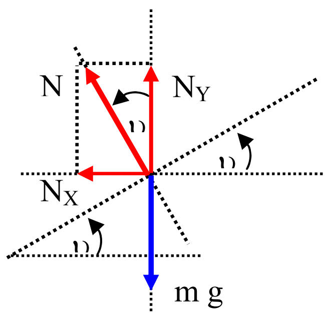
$\sum F_Y = 0$

$N_Y = N$ cos υ

$N_Y - m\ g = 0$

$N_Y = m\ g$

N cos υ = m g Ecuación 4



Dividiendo las ecuaciones 3 y 4

$$\frac{N\ \text{sen}\ \theta}{N\ \cos\theta} = \frac{m * \dfrac{(v)^2}{L\ \cos\theta}}{m\ g}$$

$$\frac{N\ \text{sen}\ \theta}{N\ \cos\theta} = \frac{m * (v)^2}{m\ g\ L\ \cos\theta}$$

Se cancela cos υ, N, m

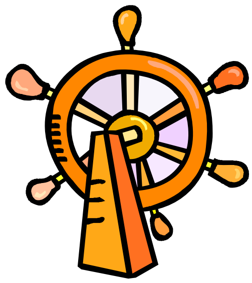
$$\text{sen}\ \theta = \frac{(v)^2}{g\ L}$$

V^2 = g L sen υ

Despejando v

$$v = (g \; L \; sen \, \theta)^{1/2}$$

Problema 6.59 Edición quinta SERWAY; Problema 6.51 cuarta edición serway



d = 18 metros
r = 9 metros

La figura p6.59 muestra una rueda de la fortuna que gira cuatro veces cada minuto y tiene un diámetro de 18 metros.

a)Cual es la aceleración centrípeta de un pasajero? Que fuerza ejerce el asiento sobre un pasajero de 40 kg.

b) En el punto mas bajo del viaje

c) En el punto mas alto

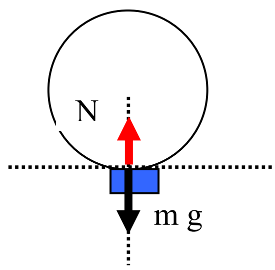
d) Que fuerza (magnitud y dirección) ejerce el asiento sobre un viajero cuando este se encuentra a la mitad entre los puntos mas alto y mas bajo?

a) Cual es la aceleración centrípeta de un pasajero? Que fuerza ejerce el asiento sobre un pasajero de 40 kg.

$$\text{Periodo}\,(T) = \frac{\text{tiempo}}{\text{numero de vueltas}} = \frac{60 \;\; seg}{4} = 15 \;\; seg$$

$$v = \frac{2 \;\pi\; r}{T} = \frac{2 \,*\, 3{,}14 \,*\, 9 \;\; m}{15 \;\; seg}$$

V = 3,76 m/seg.



$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(3{,}76)^2}{9} = 1{,}57 \frac{m}{seg^2}$$

a_r = 1,57 m/seg^2

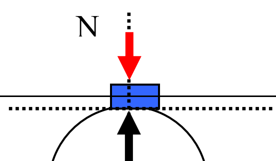
b) Que fuerza ejerce el asiento sobre un pasajero de 40 kg. b) En el punto mas bajo del viaje

La fuerza que ejerce el asiento sobre el pasajero, se llama normal N
$\sum F_Y = m \, a_r$
$N – m \, g = m \, a_r$

$N = m \, g + m \, a_r$
N = 40 * 9,8 + 40 * 1,57
N = 392 + 62,8
N = 454,8 Newton

c) En el punto mas alto

$\sum F_Y = m \, a_r$



$m\, g - N = m\, a_r$

$\mathbf{N = m\, g - m\, a_r}$

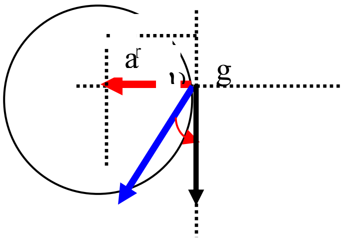
N = 40 * 9,8 - 40 * 1,57
N = 392 - 62,8
N = 329,2 Newton

d) Que fuerza (magnitud y dirección) ejerce el asiento sobre un viajero cuando este se encuentra a la mitad entre los puntos mas alto y mas bajo?

$$a = \sqrt{(a_r)^2 + (g)^2}$$

$$a = \sqrt{1{,}57^2 + (9{,}8)^2}$$

$a = 9{,}92\ m/seg^2$



F = m * a
F = 40 kg * $9{,}92\ m/seg^2$
F = 397 Newton

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME
PROBLEMAS ADICIONALES

Problema 1.
Un automóvil da 60 vueltas a una circunferencia de 200 m de radio empleando 20 minutos calcular: a) Periodo; b) frecuencia; c) Velocidad angular; d) Velocidad tangencial o lineal.
R. a) 20 s; b) 0.05 hz.; c) 0.314 rad/s; d) 62.8 m/s.

Datos del problema:
n = 60 vueltas

$$t = 20 \min * \frac{60\ seg}{1 \min} = 1200\ seg$$

R = 200 metros

Periodo

$$T = \frac{t}{n} = \frac{1200}{60} = 20\ seg$$

frecuencia

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20} = 0{,}05\ vueltas/seg$$

f = 0,05 Hertz

Velocidad angular;
W = 2 * π * f
W = 2 * 3,14 * 0,05
W = 0,314 rad/seg.

Velocidad tangencial o lineal.
V = W * R
V = 0,314 * 200
V = 62,8 m/seg.

Problema 2.
Un carro cuyas ruedas tiene 80 cm de diámetro viaja a 90 Km/h. Hallar: a) Velocidad angular de cada rueda; b) Frecuencia y periodo de cada rueda; c) Cuántas vueltas da cada rueda si el carro recorre 10 Km. R: a) 62.5 rad /s; b) 9.94 hz.; c) 0.1 s; d) 3978.77

Datos del problema:

$$V = 90 \frac{km}{hora} * \frac{1000\ metros}{1\ km} * \frac{1\ hora}{3600\ seg} = 25 \frac{metros}{seg.}$$

$$D = 80\ cm * \frac{1\ metro}{100\ cm} = 0{,}8\ metros$$

D = 2 * R

$$R = \frac{D}{2} = \frac{0{,}8}{2} = 0{,}4\ metros$$

a) Velocidad angular de cada rueda
V = W * R

$$W = \frac{V}{R} = \frac{25}{0{,}4} = 62{,}5 \frac{rad}{seg}$$

b) Frecuencia y periodo de cada rueda
W = 2 * π * f

$$f = \frac{W}{2 * \pi} = \frac{62{,}5}{2 * 3{,}14} = 9{,}94\ Hertz$$

f = 9,94 Hertz

Periodo

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{9{,}94} = 0{,}1\ seg$$

T = 0,1 seg.

c) Cuántas vueltas da cada rueda si el carro recorre 10 Km.

La longitud de la rueda es (L):
L = 2 * π * R
L = 2 * 3,14 * 0,4
L = 2,5132 metros
Longitud recorrida por el auto = 10000 metros

$$numero\ vueltas = \frac{longitud\ recorrida}{longitud\ de\ la\ rueda} = \frac{10000\ metros}{2{,}5132\ metros} = 3978{,}87$$

Problema 3.
Calcular la velocidad con que se mueven los cuerpos que están en la superficie de la tierra, *sabiendo* que su periodo es de 24 horas y el radio 6400 Km. R: 1675.516 Km/h.

Datos del problema
T = 24 horas
R = 6400 Km.

$$W = \frac{2 * \pi}{T} = \frac{6{,}28}{24} = 0{,}2617 \frac{rad}{hora}$$

V = W * R

V = 0,2617 * 6400

V = 1675,516 Km/hora

Problema 4.
Una rueda tiene 3 metros de diámetro y realiza 40 vueltas en 8 s.
Calcular: a) periodo; b) frecuencia;
c) velocidad angular; d) velocidad lineal; e) Aceleración centrípeta.

Datos del problema
D = 3 metros
D = 2 * R

$$R = \frac{D}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5 \text{ metros}$$

n = 40 vueltas
t = 8 seg.

Periodo

$$T = \frac{t}{n} = \frac{8}{40} = 0{,}2 \text{ seg}$$

frecuencia

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}2} = 5 \text{ vueltas}/\text{seg}$$

f = 5 Hertz

c) Velocidad angular;
W = 2 * π * f
W = 2 * 3,14 * 5

W = 31,4 rad/seg.

Velocidad tangencial o lineal.
V = W * R
V = 31,4 * 1,5

V = 47,12 m/seg.

Aceleración centrípeta

$$A_C = \frac{V^2}{R} = \frac{\left(47{,}12 \frac{m}{seg}\right)^2}{1{,}5 \text{ m}} = 1480{,}19 \frac{m}{seg^2}$$

Problema 5.
Calcular el período, la frecuencia y la velocidad angular de cada una de las tres manecillas del reloj.

Manecilla del horario:
Se demora en dar una vuelta 12 horas
n = 1 vuelta

$$t = 12 \text{ horas} * \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ hora}} * \frac{60 \text{ seg}}{1 \text{ min}} = 43200 \text{ seg}$$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{43200}{1} = 43200 \text{ seg}$$

frecuencia

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{43200} = 2{,}31 * 10^{-5} \text{ vueltas}/\text{seg}$$

f = 2,31 * 10^{-5} Hertz

Velocidad angular;

W = 2 * π * f

W = 2 * 3,14 * 2,31 * 10^{-5}

W = 1,45 * 10^{-4} rad/seg.

Manecilla del minutero:

Se demora en dar una vuelta 60 minutos

n = 1 vuelta

$$t = 60 \text{ minutos } * \frac{60 \text{ seg}}{1 \min} = 3600 \text{ seg}$$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{3600}{1} = 3600 \text{ seg}$$

frecuencia minutero

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3600} = 2{,}77 * 10^{-4} \text{ vueltas}/\text{seg}$$

f = 2,77 * 10^{-4} Hertz

Velocidad angular minutero

W = 2 * π * f

W = 2 * 3,14 * 2,77 * 10^{-4}

W = 1,74 * 10^{-3} rad/seg.

Manecilla del segundero:

Se demora en dar una vuelta 60 segundos

n = 1 vuelta

t = 60 seg.

$$T = \frac{t}{n} = 60 \text{ seg}$$

frecuencia

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{60} = 1{,}66 * 10^{-2} \text{ vueltas}/\text{seg}$$

f = 1,66 * 10^{-2} Hertz

Velocidad angular segundero

W = 2 * π * f

W = 2 * 3,14 * 1,66 * 10^{-2}

W = 0,1043 rad/seg.

Problema 6.

Una polea en rotación tiene una velocidad angular de 10 rad/s y un radio de 5 cm. Calcular: a) frecuencia; b) periodo; c) velocidad lineal de un punto extremo; d) aceleración centrípeta. R. A) 1,59 HZ. B) 0,6 seg. c) 50 cm/ seg. d) 5 m/seg^2

Datos del problema

W = 10 rad/seg

R = 5 cm

Frecuencia
W = 2 * π * f

$$f = \frac{W}{2*\pi} = \frac{10}{2*3,14} = 1,59 \text{ Hertz}$$

f = 1,59 Hertz

Periodo

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1,59} = 0,628 \text{ seg}$$

T = 0,628 seg.

Velocidad tangencial o lineal.
V = W * R
V = 10 * 5
V = 50 cm/seg.

Aceleración centrípeta

$$A_C = \frac{V^2}{R} = \frac{\left(50 \frac{cm}{seg}\right)^2}{5 \text{ cm}} = 500 \frac{cm}{seg^2}$$

A_C = 500 cm/ seg^2

Problema 7.
Una piedra de 2 Kg. se amarra al extremo de una cuerda de 60 cm de largo y se le hace girar a razón de 120 vueltas en 0.2 minutos. Hallar: a) Aceleración centrípeta; b) velocidad angular; c) velocidad tangencial o lineal. R: a) 62.83 rad/s; b) 37.7 m/s; c) 2368.7 m/s^2.

Datos del problema
R = 60 cm = 0,6 metros

$$t = 0,2 \min * \frac{60 \text{ seg}}{1 \min} = 12 \text{ seg}$$

n = 120 vueltas

periodo

$$T = \frac{t}{n} = \frac{12}{120} = 0,1 \text{ seg}$$

Velocidad angular

$$W = \frac{2*\pi}{T} = \frac{6,28}{0,1} = 62,831 \frac{rad}{seg}$$

Velocidad lineal
V = W * R
V = 62,831 * 0,6
V = 37,69 m/seg.

Aceleración centrípeta

$$A_C = \frac{V^2}{R} = \frac{\left(37,69 \frac{m}{seg}\right)^2}{0,6 \text{ m}} = 2367,56 \frac{m}{seg^2}$$

A_C = 2367,56 m/ seg^2

Problema 8.
Una rueda que realiza un M.C.U tiene un periodo de 0.2 segundos y un radio de 8 cm. Calcular su frecuencia, velocidad centrípeta, su velocidad angular, y su aceleración centrípeta. R: 5Hz; 251.3 cm/s; 31.4 rad/s; 78.96 5m/s2.

Datos del problema
T = 0,2 seg.
R = 8 cm = 0,08 metros

Calcular su frecuencia

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,2} = 5 \ \text{vueltas}/\text{seg}$$

f = 5 Hertz

Velocidad angular;
W = 2 * π * f
W = 2 * 3,14 * 5
W = 31,4 rad/seg.

Velocidad lineal
V = W * R
V = 31,4 * 0,08
V = 2,512 m/seg.

Aceleración centrípeta

$$A_C = \frac{V^2}{R} = \frac{\left(2,512 \frac{m}{seg}\right)^2}{0,08 \, m} = 78,87 \frac{m}{seg^2}$$

A_C = 78,87 m/ seg^2

Problema 9.
La frecuencia de una rueda es de 8 hz. y su aceleración centrípeta 15,5m/s^2. Hallar: T; Vc; w; Radio y la distancia que recorre en 0.5 minutos. R: 0.125 s; 0.006 m; 0.3 m/s; 50.26 rad/s; 9m.

Datos del problema:
f = 8 hertz
A_C = 15,5 m/ seg^2

Periodo

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8} = 0,125 \ \text{seg}$$

T = 0,125 seg.

Velocidad angular;
W = 2 * π * f
W = 2 * 3,14 * 8

W = 50,26 rad/seg.

Hallar el radio

$$A_C = W^2 * R$$

$$R = \frac{A_C}{W^2} = \frac{15,5}{(50,26)^2} = 6,136 * 10^{-3} \text{ metros}$$

Velocidad tangencial o lineal.
$V = W * R$

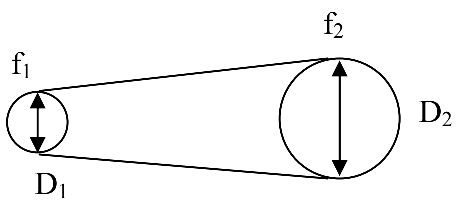
$V = 50,26 * 6,136 * 10^{-3}$

$V = 0,3$ m/seg.

Problema 10.
Dos poleas de 6 y 15 cm de radio respectivamente, giran conectadas por una banda. Si la frecuencia de la polea de menor radio es 20 vueltas/seg; a) Cuál será la frecuencia de la mayor; b) Cuál es la velocidad angular, lineal y aceleración centrípeta de cada polea. R: a) 8 hz.; b) 125.7 rad/s, 50.3 rad/s, 7.54 m/s, 947.5 m/seg^2, 379 m/seg^2.

Datos del problema:

$R_1 = 6$ cm = 0,06 metros
$R_2 = 15$ cm = 0,15 Metros
$f_1 = 20$ vueltas/seg;



$$\boxed{f_1 * D_1 = f_2 * D_2}$$

$$f_1 * R_1 = f_2 * R_2$$

Despejamos f_2

$$f_2 = \frac{f_1 * R_1}{R_2} = \frac{20 * 0,06}{0,15} = 8 \frac{\text{vueltas}}{\text{seg}}$$

$f_2 = 8$ Hertz.

Cual es la velocidad angular ?
Polea pequeña $f_1 = 20$ vueltas/seg
$W_1 = 2 * \pi * f_1$
$W_1 = 2 * 3,14 * 20$
$W_1 = 125,66$ rad/seg.

Polea grande $f_2 = 8$ vueltas/seg
$W_2 = 2 * \pi * f_2$
$W_2 = 2 * 3,14 * 8$
$W_2 = 50,26$ rad/seg.

Cual es la Velocidad lineal
Polea pequeña $W_1 = 125,66$ rad/seg.
$V_1 = W_1 * R_1$
$V_1 = 125,66 * 0,06$
$V_1 = 7,539$ m/seg.

Polea grande $W_2 = 50,26$ rad/seg.
$V_2 = W_2 * R_2$
$V_2 = 50,26 * 0,15$
$V_2 = 7,539$ m/seg.

Cual es la aceleración centrípeta?

Polea pequeña R_1 = 0,06 metros

$$A_{C1} = \frac{V_1^2}{R_1} = \frac{\left(7{,}539 \frac{m}{seg}\right)^2}{0{,}06\ m} = 947{,}275 \frac{m}{seg^2}$$

A_{C1} = 947,275 m/ seg^2

Polea grande R_2 = 0,15 metros

$$A_{C2} = \frac{V_2^2}{R_2} = \frac{\left(7{,}539 \frac{m}{seg}\right)^2}{0{,}15\ m} = 378{,}91 \frac{m}{seg^2}$$

A_{C2} = 378,91 m/ seg^2

Problema 11.

La frecuencia de un motor es de 1800 r.p.m y su eje tiene un diámetro de 6 cm. Si transmite su movimiento por medio de una banda o correa a una pica pasto de 72 cm de diámetro, a) cuál es la frecuencia de la pica pasto. b) Cuál es la velocidad lineal y angular del eje. R: a) 150 r.p.m. b) 188.5 rad/s ; 11.3 m/s.

Datos del problema:

$$D_1 = 6\ cm * \frac{1\ metro}{100\ cm} = 0{,}06\ metros$$

$D_1 = 2 * R_1$

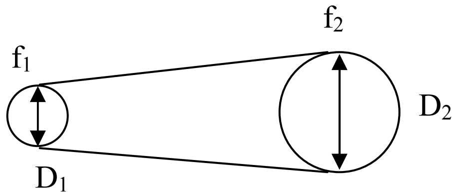
$$R_1 = \frac{D_1}{2} = \frac{0{,}06}{2} = 0{,}03\ metros$$

$$D_2 = 72\ cm * \frac{1\ metro}{100\ cm} = 0{,}72\ metros$$

$D_2 = 2 * R_2$

$$R_2 = \frac{D_2}{2} = \frac{0{,}72}{2} = 0{,}36\ metros$$

f_1 = 1800 vueltas/seg;



$$\boxed{f_1 * D_1 = f_2 * D_2}$$

$$f_1 * R_1 = f_2 * R_2$$

Despejamos f_2

$$f_2 = \frac{f_1 * R_1}{R_2} = \frac{1800 * 0{,}03}{0{,}36} = 150 \frac{vueltas}{seg}$$

f_2 = 150 Hertz.

Cual es la velocidad angular ?

Polea pequeña f_1 = 1800 vueltas/seg
$W_1 = 2 * \pi * f_1$
$W_1 = 2 * 3{,}14 * 1800$
$W_1 = 11309{,}73$ rad/seg.

Polea grande f_2 = 150 vueltas/seg
$W_2 = 2 * \pi * f_2$
$W_2 = 2 * 3{,}14 * 150$
$W_2 = 942{,}47$ rad/seg.

Cual es la Velocidad lineal
Polea pequeña $W_1 = 11309{,}73$ rad/seg.

$V_1 = W_1 * R_1$
$V_1 = 11309{,}73 * 0{,}03$
$V_1 = 339{,}29$ m/seg.

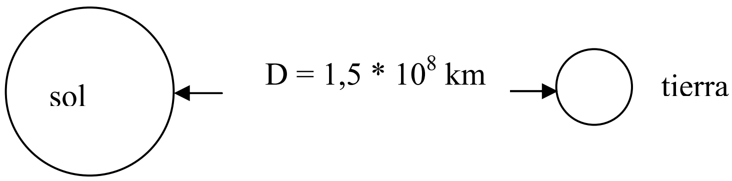
Polea grande $W_2 = 942{,}47$ rad/seg.
$V_2 = W_2 * R_2$

$V_2 = 942{,}47 * 0{,}36$

$V_2 = 339{,}29$ m/seg.

Problema 12.
La distancia tierra sol es 1.5 * 10 8 Km. Hallar la velocidad de la tierra alrededor del sol. R: 107.518 Km/h.

Datos del problema:
D = distancia de la tierra al sol.



La tierra demora 365 días para dar una vuelta al sol.

$$t = 365 \text{ dias} * \frac{24 \text{ horas}}{1 \text{ dia}} = 8760 \text{ horas}$$

Periodo

$$T = \frac{t}{n} = \frac{8760}{1} = 8760 \text{ horas}$$

Velocidad angular

$$W = \frac{2 * \pi}{T} = \frac{6{,}28}{8760} = 7{,}172 * 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{hora}}$$

Velocidad lineal
$V = W * R$
$V = W$ * distancia tierra al sol
$V = 7{,}172 * 10^{-4} * 1{,}5 * 10^{8}$

V = 107588,78 Km/hora.

Problema 13.
Un ciclista viaja a 36 Km/h y sus ruedas tiene una frecuencia de 5 Hz. Hallar: a) Radio de cada rueda, b) Velocidad angular de cada rueda. R: 314.2 m/s2, 0.32 m, 31.4 rad/s.

Datos del problema:

$$V = 36 \ \frac{km}{hora} * \frac{1000\ m}{1\ km} * \frac{1\ hora}{3600\ seg}$$

V = 10 m/seg

f = 5 hertz

Velocidad angular
W = 2 * π * f
W = 2 * 3,14 * 5
W = 31,4 vueltas/seg

Radio de cada rueda
V = W * R

Despejamos el radio

$$R = \frac{V}{W} = \frac{10\ m/seg}{31,4\ vueltas/seg} = 0,3184\ m$$

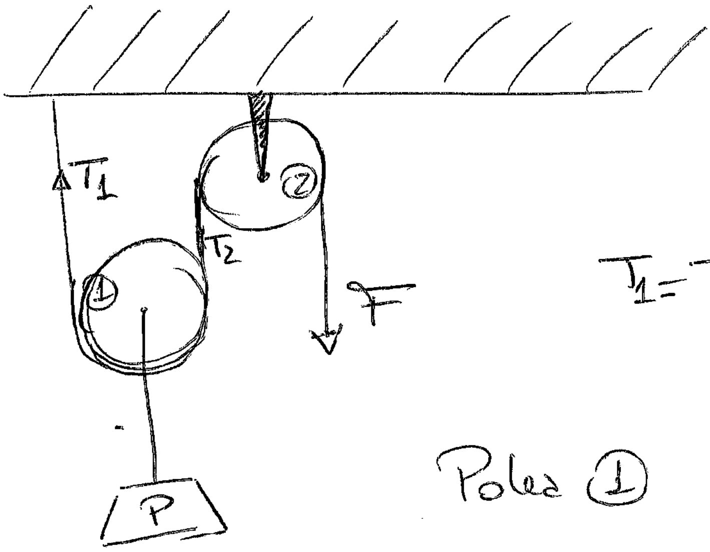
R = 0,3184 metros

Aceleración centrípeta

$$A_C = \frac{V^2}{R} = \frac{\left(10\ \frac{m}{seg}\right)^2}{0,3184\ m} = 314,07\ \frac{m}{seg^2}$$

A_C = 314,07 m/ seg^2

Problema 6



$T_1 = T_2 = F$

Polea ①

$$\sum F_y = T_1 + T_2 - P = m_1 a$$

$P = m \cdot g$

$$2T - P = 2F - P = \frac{P}{g} a$$

$$\boxed{F = \frac{P}{2} \frac{(a+g)}{g}}$$

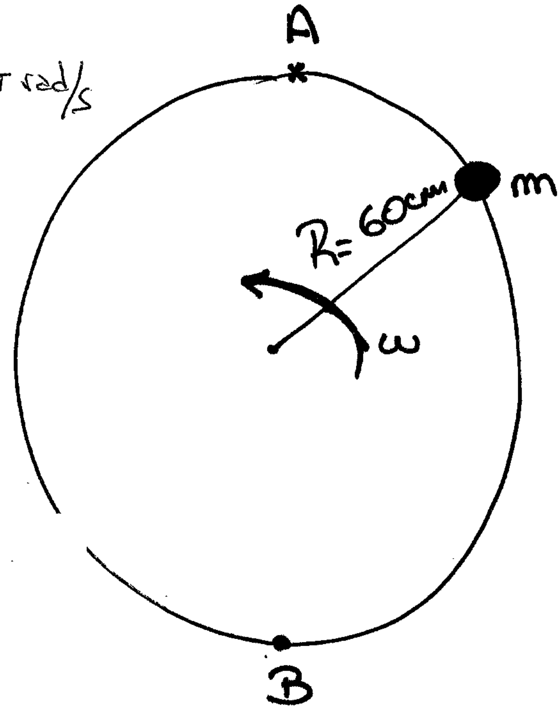
Problemas Movimiento Circular

1) Una bola de 1 kg de masa describe una trayectoria circular en un plano vertical, atada a una cuerda de 60 cm de longitud.

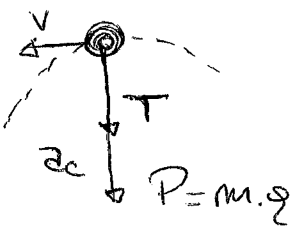
La bola gira ~~como~~ a 60 r.p.m.

Calcular la tensión de la cuerda en dos puntos A y B de la trayectoria.

$$\omega = 60 \times \frac{2\pi}{60} = 2\pi \text{ rad/s}$$



A)

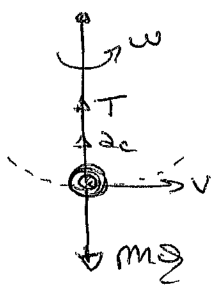


$$\sum F_y = T + P = m a_c$$

$$T = m(a_c - g) = (\omega^2 R - g)\, m$$

$$\boxed{T_A = 13{,}9 N}$$

B)



$$\sum F_y = T - mg = m a_c$$

$$\boxed{T = m(\omega^2 R + g)}$$

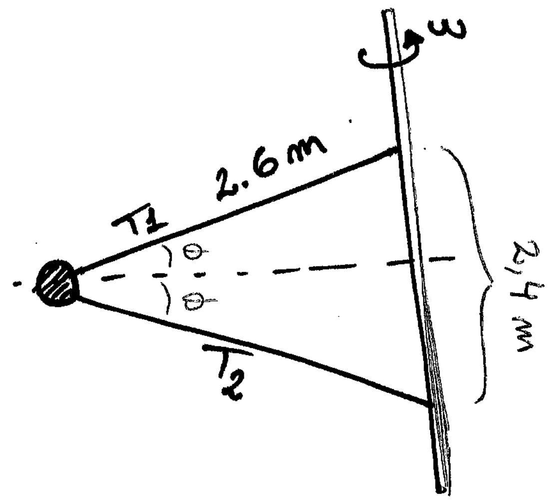
$$\boxed{T_B = 33{,}5 N}$$

2) Una bola de $m = 8\,kg$ está sujeta a una barra vertical mediante dos cuerdas.

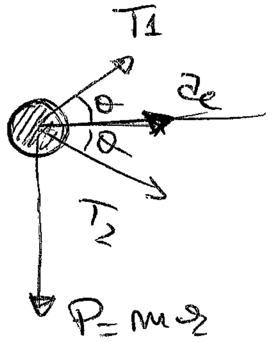
La bola gira alrededor de la ~~cuerda~~ barra con velocidad angular ω.

A) Cuánto debe valer ω para que la tensión de la cuerda superior sea $T_1 = 250\,N$?

B) Cuánto vale, en ese caso, la tensión T_2?



A)



$R = 2.6\cos\theta$

$\omega =$

$$\sum F_x = T_{1x} + T_{2x} = m\,a_c$$

$$T_1\cos\theta + T_2\cos\theta = m\omega^2 R \quad (i)$$

$$\sum F_y = T_1\,\text{sen}\,\theta - T_2\,\text{sen}\,\theta = mg \quad (ii)$$

de (i) y (ii) $\Rightarrow$ $\left\{ \begin{array}{l} (T_1 + T_2)\; m\,\omega^2\, 2.6 \dfrac{\cancel{\cos\theta}}{\cancel{\cos\theta}} \\ T_1 - T_2 = \dfrac{mg}{\text{sen}\,\theta} \end{array} \right.$

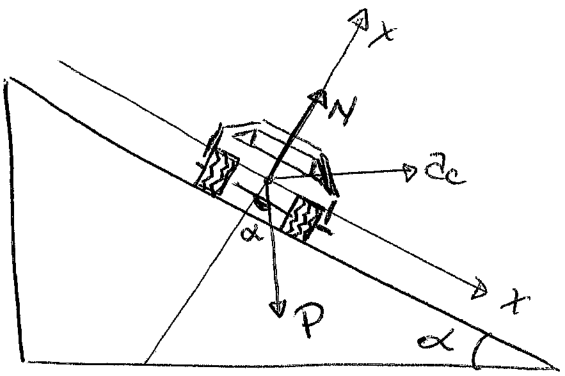
$T_1 = 250\,N$

$$\boxed{\omega = 3{,}98\ rad/s}$$

B) $T_2 = 80{,}1\,N$

Peralte

Sin Rozamiento.



$$\sum F_x = P \operatorname{sen}\alpha = m a_x$$

$$\sum F_y = N - P\cos\alpha = 0$$

$$mg \operatorname{sen}\alpha = m a_x \Rightarrow a_x = g \operatorname{sen}\alpha$$

$$a_x = a_c \cos\alpha = \omega^2 R \cos\alpha = \frac{V^2}{R}\cos\alpha$$

$$g \operatorname{sen}\alpha = \frac{V^2}{R}\cos\alpha \Rightarrow \boxed{tg\,\alpha = \frac{V^2}{gR}}$$

1. $tg\,\alpha$ es llamado el PERALTE de la curva.

2. No depende de m.

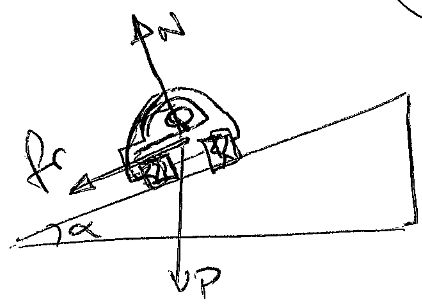
Si la curva tiene Radio R = 100 m, y la velocidad máxima permitida es de 80 km/h, hallar el peralte.

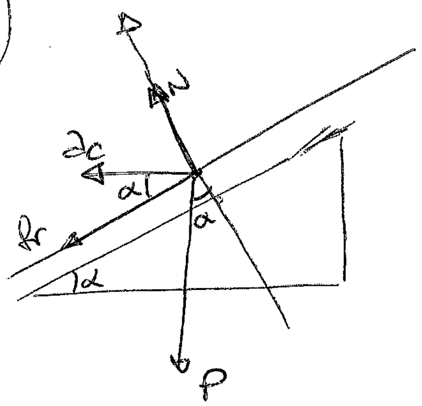
$$tg\,\alpha = \frac{(22{,}\hat{2}\ m/s)^2}{9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 100\,m} = 0{,}50$$

$$\boxed{\alpha = 26{,}6°}$$

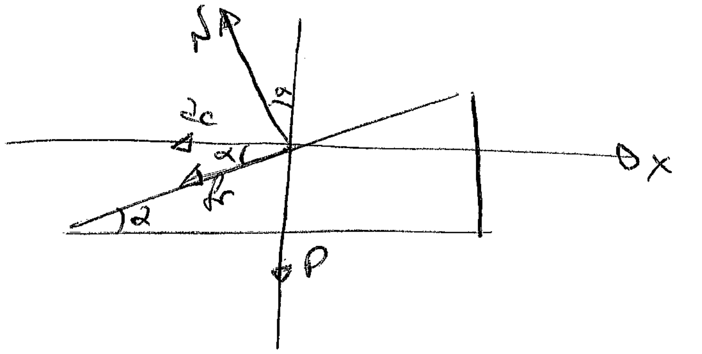
PERALTE

$\text{Tg}\,\alpha$





$$a_c = \frac{v^2}{R}$$



$$\sum F_x = fr\cos\alpha + N\,\text{sen}\,\alpha = m\,a_c$$

$$\sum F_y = N\cos\alpha - P - fr\,\text{sen}\,\alpha = 0$$

$$\begin{cases} fr\cos\alpha + N\,\text{sen}\,\alpha = m\dfrac{v^2}{R} \\ N\cos\alpha - P - fr\,\text{sen}\,\alpha = \cancel{m\dfrac{v^2}{R}}\ 0 \end{cases}$$

$$N\cos\alpha = P + fr\,\text{sen}\,\alpha$$

$$\begin{cases} \mu N\cos\alpha + N\,\text{sen}\,\alpha = m\dfrac{v^2}{R} \\ N\cos\alpha - \mu N\,\text{sen}\,\alpha = mg \end{cases}$$

$$N\,\text{sen}\,\alpha + \mu N\cos\alpha = \frac{m v^2}{R}$$

$$N\cos\alpha - \mu N\,\text{sen}\,\alpha = mg$$

N

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\operatorname{sen}\alpha} = \frac{V^2}{gR}$$

$$\cos\alpha\, V^2 - \mu V^2 \operatorname{sen}\alpha = gR\operatorname{sen}\alpha + \mu g R\cos\alpha$$

$$\cos\alpha\left(V^2 - \mu g R\right) = \operatorname{sen}\alpha\left(gR + \mu V^2\right)$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{V^2 - \mu g R}{gR + \mu V^2}$$

ó $$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\left(V^2/Rg\right) - \mu}{1 + \mu\left(\frac{V^2}{Rg}\right)} = \frac{\phi - \mu}{1 + \mu\phi}$$

$$\phi = \frac{V^2}{Rg}$$

$$\boxed{\operatorname{tg}\alpha = \frac{\phi - \mu}{1 + \mu\phi} = \text{Peralte}}$$