

**Trabajo Académicamente Dirigido**

Curso 2005 - 2006

# **Espectroscopia de Transformada de Fourier**



**Departamento de Física Aplicada**

Realizado por Jesús Cortés Rodicio  
Dirigido por Sebastián Jarabo Lallana



## ÍNDICE

	Página
I. Introducción.....	1
II. Fundamentos teóricos de la espectroscopia mediante Transformada de Fourier .....	3
1. Teoría Básica.....	3
2. Ventajas de la espectroscopia por Transformada de Fourier .....	7
3. Limitaciones de la espectroscopia por Transformada de Fourier.....	8
III. Montaje experimental y reconstrucción del perfil.....	9
1. Instalación experimental. Determinación de la velocidad del motor .....	9
2. Métodos de reconstrucción del perfil espectral.....	12
2.1. Método completo.....	12
2.2. Método simplificado .....	13
2.3. Método híbrido.....	14
2.4. Simulaciones.. .....	14
3. Posibles mejoras al cálculo de la TF .....	15
3.1. Apodización .....	15
3.2. Problemas debido al muestreo.....	18
3.3. Integración numérica por el método Simpson.....	19
3.4. Suavizado de curvas .....	20
3.5. Corrección la señal de fondo.....	20
4. Software desarrollado.....	21
IV. Aplicación a filtros ópticos.....	23
1. Filtro de 1nm de anchura.....	24
2. Filtro de 3nm de anchura.....	25
3. Filtro de 10nm de anchura.....	28
V. Otras medidas realizadas .....	31
1. Láser He-Ne .....	31
2. Láser de Nd-YAG doblado (532 nm).....	32
3. Lámpara espectral de Cesio.....	33
4. Espectro de fluorescencia del rubí.....	35
VI. Conclusiones.....	39
VII. Bibliografía.....	41



# **I Introducción**

El objetivo de este Trabajo Académicamente Dirigido (TAD) es la de familiarizarse y profundizar en los diferentes aspectos que comprende la espectroscopia mediante transformada de Fourier, analizando y discutiendo los resultados obtenidos en el mismo. La obtención de resultados concretos no es el fin último de este trabajo, sino las conclusiones del porqué de esos resultados.

Aunque el uso en espectroscopia del interferómetro de Michelson ya fue indicado por el propio Michelson con anterioridad, la primera aplicación espectroscópica data de 1911, por Rubens and Wood, principalmente porque ya disponían de detector. No obstante, el problema de calcular la transformada inversa llevaba a realizar únicamente un análisis cualitativo de los interferogramas, a partir de sus características. De hecho, si se conoce información parcial del espectro óptico (número de líneas, forma aproximada del perfil, etc) es relativamente fácil determinar longitudes de onda de emisión y anchuras a partir de medidas globales sobre el interferograma.

El empleo de esta técnica espectroscópica se relanzó en los años 50 y 60 [1, 2, 3], aunque la herramienta definitiva que permitió utilizar esta espectroscopia es el algoritmo de transformada rápida de Fourier (FFT) desarrollado por Cooley and Tukey en 1965 [4]. A partir de entonces, la aplicación a diferentes campos se multiplica y así hasta nuestros días. De hecho, en la actualidad, los espectrómetros por transformada de Fourier son una herramienta básica en campos como la Química Analítica y en Astronomía. [5]. Evidentemente, los interferómetros de Michelson han sufrido modificaciones técnicas [6] (en el propio interferómetro, en la detección, en la captura de datos, etc) fundamentales para llevar a cabo una espectroscopia fiable. Normalmente, se adapta el interferómetro, los filtros, la cadena de detección, el algoritmo numérico, etc a cada aplicación concreta.

La base teórica de esta técnica se encuentra en libros de texto [7], aunque no se tratan los detalles de su aplicación. Aunque resulta difícil encontrar libros que profundicen en estos aspectos (son bastante antiguos), sí es fácil encontrar información en internet debido a la amplia utilización de esta espectroscopia [8].

Siguiendo estas directrices se abordará, en primer lugar, un desarrollo teórico que explique los fundamentos en los que se basa la espectroscopia por Transformada de

Fourier haciendo especial hincapié en las limitaciones de esta técnica. Se comentará cómo el tiempo de medida nos limita la resolución y se explicará cómo mejorar este problema mediante una técnica de apodización. Además, también se discutirá brevemente el problema de “aliasing”, debido al número finito de puntos de medida (muestreo de la señal).

En el capítulo II se tratará de describir el montaje experimental realizado y los posibles problemas que puede presentar. Asimismo, se describirá el programa de análisis desarrollado para este TAD, programa que permite tanto la obtención de medidas como el análisis de las mismas para obtener el espectro problema.

En el capítulo III se muestra una aplicación concreta del montaje en la determinación de los perfiles de transmisión de algunos filtros ópticos comerciales diseñados para la línea de 632.8 nm del He-Ne con diferentes anchuras espectrales (1 nm, 3 nm y 10 nm, concretamente). Estos resultados se compararán con medidas realizadas con un espectrofotómetro comercial y con los resultados de datos de simulación cuando ésta sea relevante.

Finalmente, por completitud del trabajo, se muestran los resultados obtenidos en la medida de otras fuentes: Fluorescencia del rubí ( $\text{Cr}^{3+}$ ), lámpara espectral de Cesio, láser Nd-YAG doblado...y se discutirán con mayor profundidad las limitaciones que tiene la técnica de medida.

## II Fundamentos teóricos de la espectroscopia mediante Transformada de Fourier

### 1.- Teoría básica

Un montaje básico para poder desarrollar una aplicación de espectroscopia por transformada de Fourier consta de una fuente de luz, cuyo haz es introducido en un interferómetro de Michelson (Fig. II-1). Éste ha sido preparado de forma que uno de sus espejos se puede desplazar a velocidad constante  $v$  con ayuda de un motor.

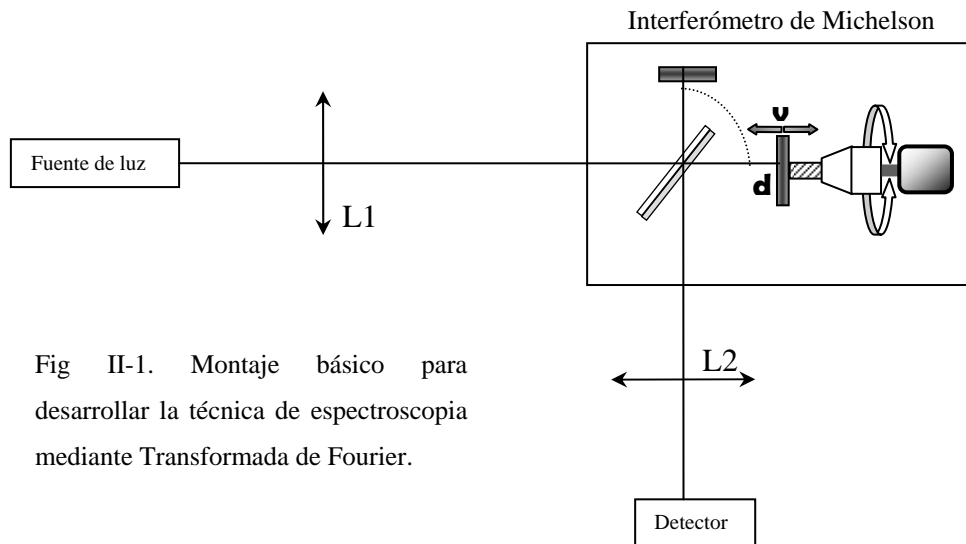


Fig II-1. Montaje básico para desarrollar la técnica de espectroscopia mediante Transformada de Fourier.

Supongamos que la fuente de luz presenta un perfil prácticamente monocromático (p.e. un láser de He-Ne) de frecuencia óptica  $\omega_0$  e intensidad  $I_0$  y que en  $t = 0$  ambos espejos están situados de forma que quedan igualados los caminos ópticos (orden cero). Desde el momento en que el motor se pone en funcionamiento, la diferencia de caminos ópticos entre los dos haces que interfieren varía según la expresión

$$\Delta(t) = 2vt \quad (I-1)$$

Si consideramos que el interferómetro es ideal, la intensidad a la salida del mismo dependerá de la diferencia de caminos ópticos y, por tanto, variará temporalmente según la expresión (I-2). Nótese que, como la diferencia de caminos ópticos es independiente de la dirección de desplazamiento del espejo, la función  $I(t)$  será simétrica respecto a la posición del orden cero.

$$I(t) = \frac{I_o}{2} [1 + \cos(k\Delta(t))] \quad (I-2)$$

Esta expresión la podemos desarrollar, aproximando el índice de refracción del aire a 1,

$$I(t) = \frac{I_o}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{2v}{c} \omega_o t\right) \right] \quad (I-3)$$

y si, finalmente, se modifica esta expresión según

$$I'(t) = \frac{I(t)}{\langle I(t) \rangle} - 1 \quad (I-4)$$

es decir, se utiliza la componente AC de la señal I(t), resulta que

$$I'(t) = \cos\left(\frac{2v}{c} \omega_o t\right) \quad (I-5)$$

donde  $\omega_o$  es la frecuencia óptica que proporciona la fuente y v es la velocidad de desplazamiento del espejo móvil. Se consigue así una función periódica en el tiempo con periodo

$$T = \frac{\lambda_o}{2v} \quad (I-6)$$

donde  $\lambda_o$  es la longitud de onda de la fuente. Así, midiendo el periodo de la señal AC de salida del interferómetro se puede determinar la longitud de onda del láser si se conoce previamente la velocidad del espejo v. Ahora bien, cualquier imprecisión en la determinación de la velocidad del espejo o bien en el camino recorrido por éste (por errores en el alineamiento) afectará directamente en el valor de  $\lambda_o$ .

Este desarrollo se puede generalizar para el caso de una fuente de luz policromática y caótica con perfil espectral  $I_n(\omega)$ . En este caso, a la salida del interferómetro la intensidad I(t) resulta

$$I(t) = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} d\omega I_n(\omega) \left[ 1 + \cos\left(\frac{2v\omega}{c} t\right) \right] \quad (I-7)$$

y si se considera que el perfil espectral está normalizado a área unidad,

$$\int_0^{+\infty} d\omega I_n(\omega) = 1 \quad (I-8)$$

se obtiene, finalmente, que

$$I'(t) = \int_0^{+\infty} d\omega I_n(\omega) \cos\left(\frac{2v\omega}{c} t\right) \quad (I-9)$$



que no es más que la transformada coseno de Fourier (en adelante, TF) del perfil espectral de la fuente. Nótese de nuevo que la función  $I'(t)$  será simétrica respecto al orden cero, de forma que sólo será necesario tomar medidas para tiempos positivos o negativos, es decir, sólo se tendrá que desplazar el espejo en un único sentido a partir del orden cero. No obstante, conviene verificar esta propiedad de simetría del interferograma en las medidas reales.

A la vista de la expresión anterior y basándonos en las propiedades de la transformada de Fourier (teorema de translación de la TF), para un perfil espectral centrado en  $\omega_0$  siempre se obtendrá el producto de dos funciones. La primera de ellas es una función coseno que varía rápidamente (batidos) y lleva información de la posición del centro del perfil espectral  $\omega_0$ . La segunda función será la TF del perfil espectral, el cual varía más lentamente (envolvente). Además, las anchuras del perfil espectral y de su TF son siempre inversamente proporcionales entre sí.

Por ejemplo, si la fuente presenta una línea espectral sin ensanchamiento,

$$I_n(\omega) = \delta(\omega - \omega_0) \quad (I-10)$$

el interferograma será

$$I'(t) = \cos\left(\frac{2\nu}{c} \omega_0 t\right) \quad (I-11)$$

ya que la transformada de una función delta es la función unidad. Esto es, lógicamente, el mismo resultado que obtuvimos anteriormente.

En el caso de que la línea espectral tenga ensanchamiento gaussiano, entonces:

$$I_n(\omega_0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\delta\omega} \exp\left[-\left(\frac{\omega - \omega_0}{\delta\omega}\right)^2\right] \quad (I-12)$$

y el interferograma resultante será

$$I'(t) = \cos\left(\frac{2\nu}{c} \omega_0 t\right) \exp\left[-\left(\frac{\nu\delta\omega}{c} t\right)^2\right] \quad (I-13)$$

siendo  $\delta\omega$  la semianchura a 1/e del máximo. Como vemos, la respuesta temporal es el producto de dos funciones. La primera de ellas, la función coseno, varía más rápidamente (batidos) y lleva información de la posición del centro del perfil espectral  $\omega_0$ . La segunda función es otra gaussiana (ya que la TF de una gaussiana es otra gaussiana, las cuales tienen anchuras inversamente proporcionales entre sí) que varía más lentamente (envolvente). En la Fig II-2 se muestra este resultado, donde la variación temporal se ha representado en unidades del tiempo de coherencia  $t_c$ . Éste

viene dado por la semianchura a 1/e del máximo de la gaussiana transformada y resulta ser

$$\tau_c = \frac{c}{v} \frac{1}{\delta\omega} \quad (I-14)$$

Se puede, por tanto, definir la longitud de coherencia  $L_c$  del perfil espectral como

$$L_c = 2v\tau_c = \frac{2c}{\delta\omega} \quad (I-15)$$

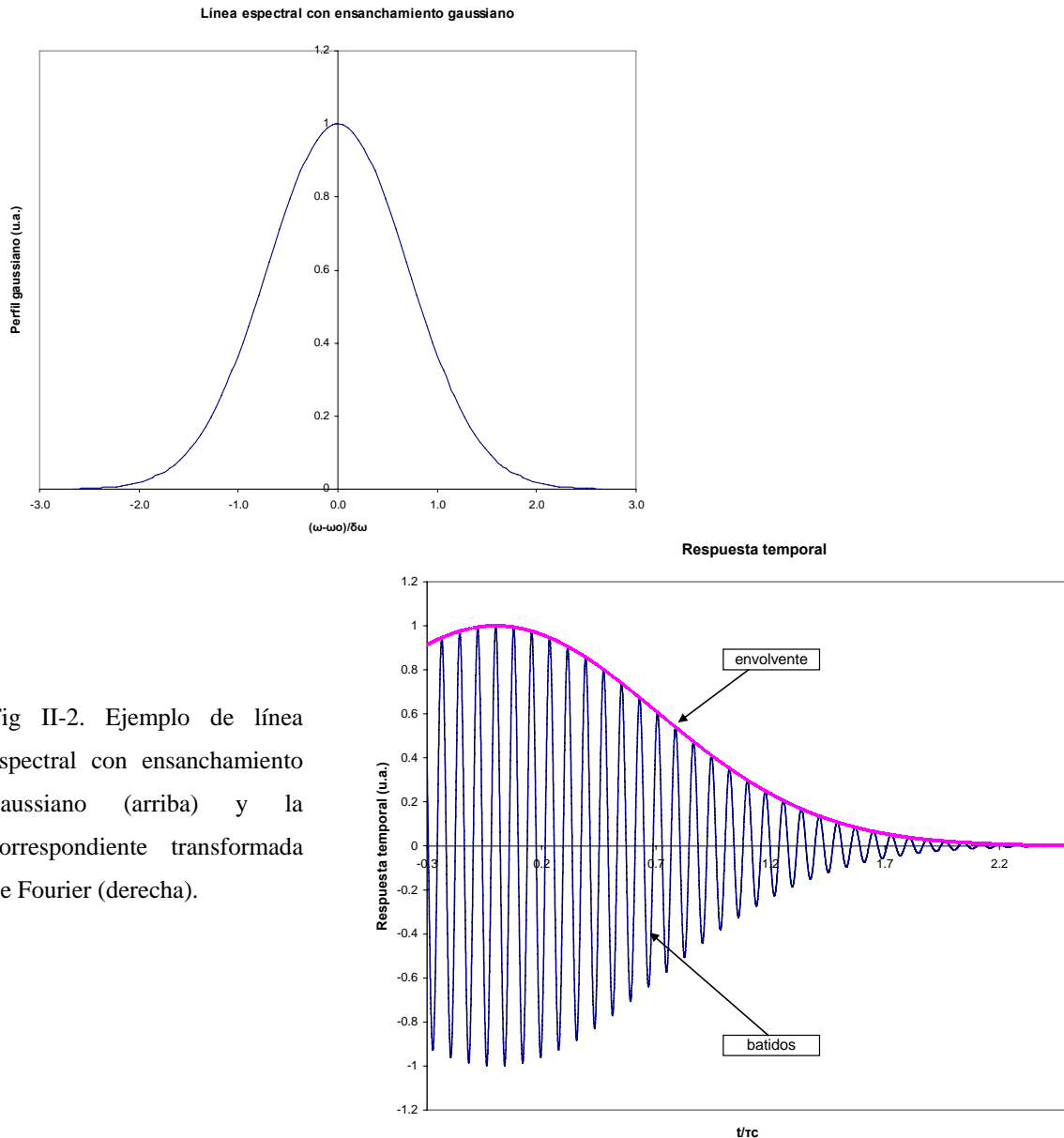


Fig II-2. Ejemplo de línea espectral con ensanchamiento gaussiano (arriba) y la correspondiente transformada de Fourier (derecha).

Es posible, por tanto, determinar dicho perfil midiendo esta función temporal y aplicándole la transformada coseno de Fourier inversa (en adelante,  $TF^{-1}$ ), es decir:

$$I_n(\omega) = \frac{2v}{\pi c} \int_{-\infty}^{+\infty} dt I'(t) \cos\left(\frac{2v\omega}{c} t\right) \quad (I-16)$$

o bien,

$$I_n(\omega) = \frac{4\nu}{\pi c} \int_0^{+\infty} dt I'(t) \cos\left(\frac{2\nu\omega}{c} t\right) \quad (I-17)$$

ya que el integrando es una función par. Por otra parte, una vez obtenido el perfil espectral  $I_n(\omega)$  normalizado a área unidad siempre se puede renormalizar para que represente la intensidad espectral realizando una medida de la intensidad total que emite la fuente. Por este motivo, los resultados que se mostrarán en este trabajo se han tomado sin tener en cuenta la constante de normalización utilizando, entonces, unidades arbitrarias.

## 2.- Ventajas de la espectroscopia por Transformada de Fourier

La técnica de espectroscopia por TF presenta una serie de características que la hacen más adecuada en algunas aplicaciones en las que otras técnicas tendrían problemas.

Permite, por ejemplo, medir la longitud de onda de forma absoluta sin necesidad de hacer medidas de referencia o calibrados en  $\lambda$  como ocurre con otras técnicas (monocromador, interferómetro Fabry-Perot...). En esta propiedad reside el éxito de la técnica no como espectrómetro, sino como medidor de longitudes de onda.

Además, a diferencia de otros montajes, no utiliza elementos dispersores para determinar el espectro (redes de difracción, prismas, etc) por lo que, en principio, al detector le llega una cantidad de luz mucho mayor, consiguiendo una relación señal-ruido superior (ventaja multiplex). Por este motivo, resulta muy útil a la hora de medir espectros de fuentes débiles, por ejemplo, en astronomía.

Finalmente, con un Michelson ideal no existe, en principio, el problema de otras técnicas como el interferómetro de Fabry-Perot del intervalo espectral libre. Es por ello que, de una sola medida con el Michelson se podría determinar el espectro completo de la fuente.

### **3.- Limitaciones de la espectroscopia por Transformada de Fourier**

Como se ha visto, con esta técnica espectroscópica se podría reconstruir el perfil espectral a partir de la medida de la intensidad en función del tiempo. Esto no presentaría limitaciones a priori, siempre que se conociera el interferograma completo. Así pues, cualquier causa en el proceso de medida que impida conocer el interferograma completo modificará el perfil reconstruido limitando, por tanto, la resolución y el intervalo espectral libre del resultado.

Esta técnica de medida se verá siempre afectada por dos efectos inherentes al proceso de medida. Por una parte, el tiempo de medida no puede ser infinito y, además, no se puede tomar un continuo de medidas (muestreo). Se puede entender cualitativamente que estos efectos influyan fuertemente en el proceso de reconstrucción.

Supongamos que se ha medido el interferograma correspondiente a un perfil gaussiano. Si el tiempo de medida es muy inferior al tiempo de coherencia de la fuente, no tendremos suficiente información de la envolvente como para poder reconstruir el perfil espectral. Además, si el intervalo de tiempo entre dos medidas consecutivas es mayor que el periodo de los batidos, jamás se podrá determinar con precisión la frecuencia central del perfil.

Además de estos efectos, la medida siempre se verá afectada por cualquier variación temporal de la intensidad de la fuente de luz o en la detección, ya sea por vibraciones mecánicas, por el proceso electrónico de filtrado de la señal, etc. Esto repercutirá directamente en el interferograma y, por tanto, en el correspondiente perfil reconstruido.

### **III Montaje experimental y reconstrucción del perfil**

#### **1.- Instalación experimental. Determinación de la velocidad del motor.**

Un esquema del montaje preparado para la realización de este TAD se muestra en la figura III-1. En ésta se distinguen los diferentes elementos utilizados a lo largo del trabajo:

- Fuente de luz. Para el alineamiento del montaje se utilizó un láser de He-Ne, mientras que como fuente problema se emplearon diferentes tipos: lámpara incandescente, lámpara de Cesio, láser de Nd-YAG doblado, etc.
- L1: Lente convergente que permite colimar el haz de luz a la entrada del interferómetro.
- Interferómetro de Michelson: formado por una lámina divisora, una lámina compensadora y dos espejos planos y ortogonales, uno de los cuales tiene asociado un motor que lo desplaza a velocidad constante.
- L2: El objetivo de esta lente convergente es la de concentrar el haz de interferencia sobre el detector. Cambiando la posición de esta lente se puede hacer variar la señal sobre el detector, teniendo cuidado de que éste no llegue a saturarse.
- Filtros: Los filtros que han sido objeto de estudio se han colocado entre la lente L2 y el diafragma del detector. En otras medidas realizadas (fluorescencia del rubí) se han utilizado filtros no para obtener su perfil de transmisión sino para seleccionar parte del espectro que llegaba al detector, eliminando el bombeo residual.

Justo antes del detector se coloca un diafragma de 1mm de diámetro que permite seleccionar sólo la parte central de los anillos de interferencia. Así, se evitan variaciones angulares de la señal, consiguiendo que el sistema sea menos sensible a los posibles problemas de alineamiento. Lógicamente, conlleva pérdidas en la cantidad de luz que llega al detector.

En principio, con la colocación del diafragma no sería necesario colimar el haz con la lente L1. Sin embargo, esta lente se mantendrá ya que así se aprovecha al máximo la luz disponible y se pueden tomar, por tanto, medidas más largas del interferograma. Se consigue así más información de la envolvente y, en consecuencia, del perfil espectral.

Una vez detectada la señal, se le hace pasar por un filtro electrónico. Un filtro pasa-banda sería adecuado ya que así se puede eliminar el fondo y medir directamente la señal en AC (se eliminan las frecuencias bajas) y, además, se puede eliminar el posible ruido existente (eliminando frecuencias altas). En particular, se utilizó como frecuencia de corte inferior 0.1Hz. La elección de esta frecuencia fue importante pues se sabía, a priori, que la frecuencia de los batidos serían del orden de 2.7 ó 2.8Hz. Si el filtro utilizado cortase la señal a partir de una frecuencia cercana a la de los batidos se modificaría el interferograma.

Esta señal filtrada es introducida en un amplificador y que fue ajustado para que la tensión de fondo final fuese lo menor posible. Además, anular el fondo también es necesario para no saturar el amplificador. Se realizaron unas medidas comprobando que el mejor voltaje de fondo conseguido estaba en torno a 15 mV. Por este motivo y, viendo cómo afecta el voltaje de fondo en la reconstrucción de los espectros (capítulo II-3), será necesario eliminar numéricamente la señal de fondo del interferograma medido.

Finalmente, el voltaje es introducido en la tarjeta de adquisición de datos Pico ADC200 (20 MHz, 8 bits) y, de aquí, al PC para su posterior tratamiento. La tarjeta ADC200 nos va a limitar el tiempo de medida a 100s por lo que no se podrán medir envolventes más largas. Esto, en principio, no sería un problema si la velocidad del motor fuese algo más elevada.

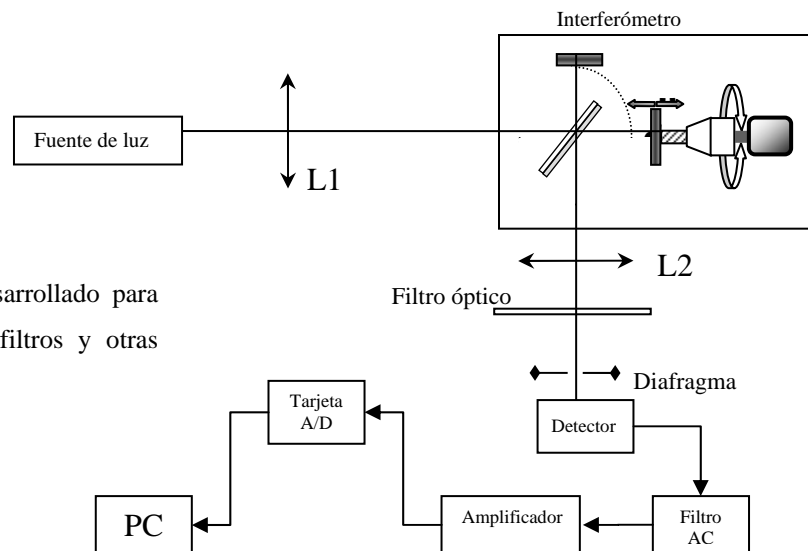


Fig III-1. Montaje desarrollado para la caracterización de filtros y otras medidas realizadas.

Este montaje presenta dos problemas que pueden afectar de manera determinante a la obtención de resultados. El primero de ellos reside en el desplazamiento del espejo móvil. Se presupone que este movimiento se produce de manera continua y sin saltos bruscos que puedan afectar al interferograma. La aparición de estas irregularidades (ya sea por falta de continuidad en la velocidad del motor, por vibraciones de la mesa de trabajo, etc) afecta de manera drástica al cálculo del espectro problema. Además, existe un error asociado a la medida de la velocidad del motor que repercute en la determinación de la longitud de onda central del espectro. Por ejemplo, un error del 1% en la velocidad del espejo supone un error superior a 6 nm en la medida de la longitud de onda del láser de He-Ne. El montaje podría ser mejorado simplemente utilizando otro tipo de desplazamiento, por ejemplo, usando un piezoeléctrico. Con este tipo de desplazamiento se pueden conseguir velocidades de hasta 4mm/s por lo que los 100s de medida que proporciona la tarjeta ADC200 serían más que suficientes para cualquier medida (con el motor empleado se conseguían desplazamientos de unas 80micras en 100s). Además, se podría controlar la velocidad del espejo mediante una fuente de tensión en rampa con lo que se garantiza un movimiento prácticamente uniforme.

El otro problema fundamental reside en el alineamiento del montaje. Una falta de paralelismo entre los haces que producen la interferencia afecta a la calidad del interferograma de salida. Este efecto puede ser una fuente de error irreparable en los espectros que resulten del análisis de las medidas.

### **Determinación de la velocidad del motor**

Para determinar la velocidad del motor se colocó el espejo móvil en las cercanías de la posición de orden cero. Se midió la posición inicial y se dejó funcionar durante 75 minutos, anotando entonces la posición final. El motor mueve un tornillo micrométrico que tiene una precisión de 5 $\mu$ m. Así

$$\left. \begin{array}{l} x_i = 27,000mm \\ x_f = 23,248 \pm 0,005mm \\ t = 4500 \pm 1s \end{array} \right\} v = 0,8338 \pm 0,0011 \mu m / s \quad (III-1)$$

donde el error en la velocidad de ha obtenido siguiendo la expresión

$$\varepsilon_v = \sqrt{\varepsilon_{\Delta x}^2 + \varepsilon_t^2}$$

$$\varepsilon_v = \text{error relativo en la velocidad} \quad (III-2)$$

$$\varepsilon_t = \text{error relativo en el tiempo} = 0.2 \text{ por mil}$$

$$\varepsilon_{\Delta x} = \text{error relativo en la distancia recorrida} = 1,3 \text{ por mil}$$

Vemos que, aun a pesar de mantener el motor funcionando durante bastante tiempo para minimizar los errores en la medida de  $v$ , el error asociado es del 1,32%, por lo que tendremos un error en la determinación de la longitud de onda central de los espectros de He-Ne ligeramente inferior a 0,9 nm.

## 2.- Métodos de reconstrucción del perfil espectral

En esta sección se describirán de manera somera los tres métodos desarrollados para la reconstrucción del perfil espectral y se expondrán algunos resultados de simulación que den cuenta del correcto funcionamiento del programa. Se considerará que el intervalo temporal entre dos medidas consecutivas es suficientemente pequeño para evitar los problemas de muestreo, y que el tiempo de medida es suficientemente largo para evitar los problemas de limitación del tiempo de medida.

### 2.1.- Método completo

Este método consiste en aplicar el método general de la Transformada de Fourier inversa a todo el interferograma, obteniendo directamente el perfil espectral de la fuente problema. Para ello, se puede adaptar la ecuación (I-11) para hacer cálculo numérico de la forma

$$I_n(\omega) \approx \frac{2v}{\pi c} \Delta t \sum_k I'(t_k) \cos\left(\frac{2v\omega_m}{c} t_k\right) \quad (III-3)$$

siendo  $t$  el tiempo transcurrido entre dos medidas consecutivas. Este método resulta útil en los casos en los que no se disponga de ninguna información acerca del perfil espectral de la fuente. Sin embargo, el tiempo de cálculo requerido resulta elevado en comparación con el método simplificado. Existen algoritmos que pueden reducir notablemente el tiempo de cálculo (Fast Fourier Transform, FFT). Sin embargo, no es el



fin último de este TAD ni el desarrollo ni el empleo de un algoritmo óptimo que realice transformadas de Fourier.

## 2.2.- Método simplificado

Resulta que, aunque no se conozca el perfil espectral de la fuente, muchas veces se dispone de alguna información parcial. Por ejemplo, si el perfil espectral corresponde a una línea espectral con una cierta anchura, ya sea porque corresponde a una línea de emisión o porque corresponde a una fuente policromática filtrada. En este caso, y en virtud del teorema de la traslación de la TF, se pueden tratar de forma separada los batidos y la envolvente del interferograma normalizado, de acuerdo a lo tratado en la introducción teórica.

En primer lugar se procede a calcular los ceros del interferograma y, por tanto, el número de periodos existente entre dos tiempos concretos. Se puede así determinar la frecuencia central del perfil espectral según dice la ecuación (I-6). Nótese que no es necesario conocer los tiempos concretos en los que se producen cada uno de los ceros del interferograma.

A continuación se calculan numéricamente los valores máximos y mínimos del interferograma y generar así la envolvente del mismo. Nótese que este método asigna siempre valores positivos a las envolventes, es decir, funciona bien trabajando , por ejemplo, con exponenciales, gaussianas...Sin embargo surgirán problemas en el momento en que sepamos que la envolvente toma valores negativos (p.e. la transformada de Fourier de una función rectángulo), pues el algoritmo calculará el módulo de la envolvente. Si se diese este caso, deberemos aportar al programa información adicional (signo de la envolvente) ya que sino, el espectro reconstruido no se corresponderá al real.

Aplicando la TF inversa a esta envolvente se consigue determinar el perfil espectral en función de la variable  $\omega$ , es decir, se pierde la información de la frecuencia central del perfil:

$$I_n(\omega - \omega_o) \approx \frac{2v}{\pi c} \Delta t_{env} \sum_j I'_{env}(t_j) \cos\left(\frac{2v\omega_m}{c} t_j\right) \quad (III-4)$$

donde  $t_{env}$  es la separación temporal entre dos puntos consecutivos de la envolvente. Con este método se consigue evitar el ruido que existe entre los máximos de los batidos y se consigue menor tiempo de cálculo ya que hay muchos menos puntos para calcular

la transformada de Fourier inversa (los puntos de la envolvente vienen siendo 20 ó 30 veces menos que si tenemos en cuenta el interferograma completo).

### 2.3.- Método híbrido

Finalmente, se ha desarrollado un tercer método mezcla de los dos anteriores consistente en tomar el interferograma, calcular los puntos de la envolvente e interpolar una función coseno entre puntos consecutivos de ésta. Se aplica la transformada de Fourier a todos los puntos calculados de esta manera, de la misma forma que se hace en el método completo. Así se consigue eliminar el ruido existente en los batidos aunque aumenta de manera notable el tiempo de cálculo del programa.

### 2.4.- Simulaciones

Los algoritmos desarrollados fueron evaluados y comprobados para determinar el buen funcionamiento del programa. Así, podremos saber que las desviaciones de los resultados respecto a lo esperado son debidas a errores del proceso de medida y no al método de cálculo.

A continuación se realizará una comparación de los tres métodos. Para ello se ha realizado una simulación (Fig. III-2) del interferograma que resultaría de un perfil lorentziano centrado en  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ .

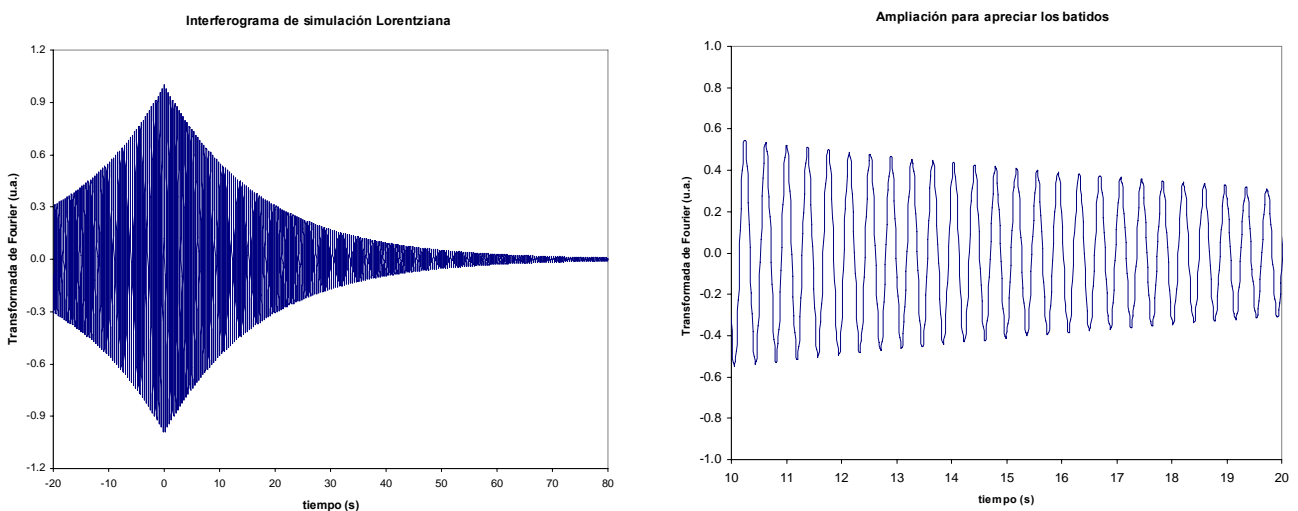


Fig III-2. Interferograma implementado para desarrollar la simulación de un espectro lorentziano (izquierda) y un detalle de los batidos (derecha)

Al ejecutar el programa con cada uno de los tres métodos se recupera el perfil espectral como muestra la figura III-3:

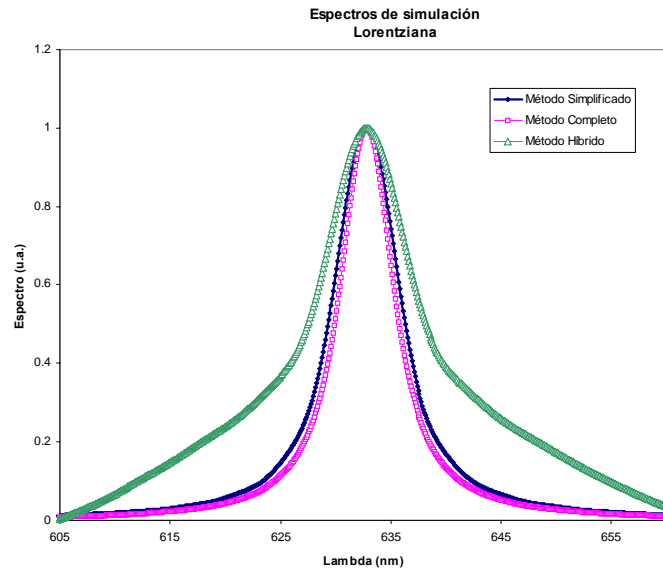


Fig III-3. Resultado de aplicar los tres métodos de reconstrucción al interferograma de simulación

Se aprecia que, tanto el método simplificado como el completo dan un resultado muy similar mientras que el método híbrido se desvía notablemente de la tendencia anterior. No obstante, resulta importante fijarse en que los tres métodos coinciden en la determinación de la longitud de onda central del espectro.

### 3.- Posibles mejoras al cálculo de la TF

En el programa desarrollado se han incluido, además, una serie de opciones que permiten mejorar los resultados. Estas opciones son las de apodización, integración numérica por el método Simpson y suavizado de curvas (interferogramas y/o envolventes) que disminuye el ruido existente. A continuación se describirán cada una de estas opciones y se evaluarán mediante la realización de simulaciones.

#### 3.1.- Apodización

Se ha visto anteriormente que una de las limitaciones de la espectroscopia por TF reside en el hecho de no poder tomar interferogramas durante un tiempo infinito. Este efecto se puede entender como el producto de dos funciones: El interferograma infinito multiplicado por una función rectángulo. Como consecuencia de ello, el perfil

reconstruido es el producto de convolución entre el perfil espectral real y la función TF de la función rectángulo, es decir, la función seno partido por arco (sinc). Si, por ejemplo, consideramos un perfil espectral monocromático centrado en  $\lambda_0$  es decir,  $(\lambda - \lambda_0)$  obtendremos que la reconstrucción del interferograma es

$$I(\Delta\omega) = \frac{2\nu}{\pi c} T_{med} \operatorname{sinc} \left( \frac{2\nu}{c} \Delta\omega T_{med} \right) \quad (III-5)$$

donde  $\lambda = \lambda_0$ , ya que la transformada de una función delta es la función unidad. La función sinc es una función par que alcanza su máximo en  $\Delta\omega = 0$ . Por ello, sabemos que el tiempo de medida no va a producir errores en la determinación de la frecuencia central del haz problema. Sin embargo, la resolución espectral que nos proporciona la espectrocopia por TF vendrá dada por la anchura de la función sinc y, por tanto, por el tiempo de medida.

Si nos fijamos únicamente en el máximo principal de la función sinc, la anchura a 1/e del máximo es de 1,4 . Siendo más exigentes podemos tomar un valor de 2 ya que el primer cero de la función se encuentra en  $\Delta\omega = \frac{c}{2\nu T_{med}}$ . Con esta consideración se obtiene una relación para la resolución espectral de la forma

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2\nu T_{med}} \quad (III-6)$$

siendo  $T_{med}$  el tiempo de duración del interferograma. Por ejemplo, midiendo el láser de helio-neón durante 100 s (máximo tiempo de la tarjeta de adquisición) se conseguiría una resolución de 2,4 nm. Vemos que la resolución mejora conforme aumenta el tiempo de medida. También se puede relacionar la resolución con el número de batidos a cada lado del orden cero  $N_{bat}$  usando la ecuación I-6

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0}{N_{bat}} \quad (III-7)$$

Sin embargo, se debería considerar una situación más realista en la que se tengan en cuenta los máximos y mínimos secundarios que, además toman valores negativos. Como los máximos secundarios toman valores bastante elevados, se debería determinar la resolución del método considerando que la anchura de la función sinc alcanza hasta un determinado cero de la función (es decir  $\pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ ). Como estos máximos decaen lentamente habría que elegir un cero suficientemente alejado, por ejemplo  $9\pi$  resultando una anchura de  $18\pi$ . En este caso, la resolución ha empeorado en un factor 9, es decir,

$$\Delta\lambda = \frac{9\lambda_0^2}{2\nu T_{med}} = \frac{9\lambda_0}{N_{bat}} \quad (III-8)$$

Una forma de disminuir los efectos del tiempo finito de medida consiste en multiplicar el interferograma por una función triangular que vale 1 en  $t=0$  y 0 en los extremos del intervalo de medida. De esta forma, al realizar el cálculo de  $I_n(\omega - \omega_0)$  se debe tener en cuenta la siguiente expresión (para el método simplificado)

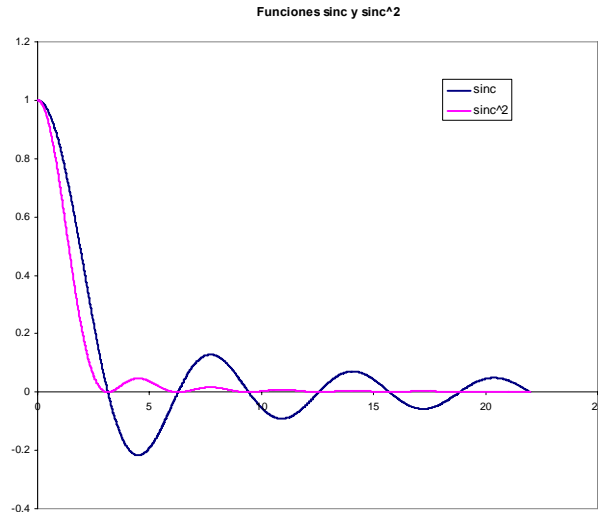
$$I_n(\omega - \omega_0) \approx \frac{2\nu}{\pi c} \Delta t_{env} \sum_j I'_{env}(t_j) \cos\left(\frac{2\nu\omega_m}{c} t_j\right) \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{|t|}{T_{med}}\right)}_{\text{Factor de apodizado}} \quad (III-9)$$

Al realizar la TF se consigue el producto de convolución entre el espectro real y la TF de la función triángulo, es decir, la función  $\text{sinc}^2$

$$I(\Delta\omega) = \frac{\nu}{\pi c} T_{med} \text{sinc}^2\left(\frac{\nu}{c} \Delta\omega T_{med}\right) \quad (III-10)$$

La mejora es notable, pues esta función no toma valores negativos y los máximos laterales son menores y decrecen más rápidamente que en el caso de la función  $\text{sinc}$  (Fig. III-4):

Fig III-4. Comparación entre las curvas  $\text{sinc}$  y  $\text{sinc}^2$  para evaluar los efectos del tiempo de medida finito.



Se puede estudiar la resolución del método con esta mejora de forma similar ha lo hecho hasta ahora. Si tenemos en cuenta los máximos secundarios de la función vemos que éstos toman valores mucho menores. Debemos determinar la resolución considerando que a anchura de la función  $\text{sinc}^2$  alcanza hasta un determinado cero de la función y, como los máximos decaen más rápidamente que antes, se podría elegir un cero relativamente cercano al origen, por ejemplo 6 . Con esta elección, la anchura sería de 12 y la resolución sería

$$\Delta\lambda_{ap} = \frac{3\lambda_0^2}{\nu T_{med}} = \frac{6\lambda_0}{N_{bat}} \quad (III-11)$$

Comparando que la ecuación (III-8) vemos que la resolución ha mejorado en un factor 1,5 cuando apodizamos. Si nos restringimos a considerar que la anchura de la función es debida únicamente al máximo principal (i.e. anchura de 2 ), entonces la resolución vendría dada por

$$\Delta\lambda_{ap} = \frac{\lambda_o^2}{vT_{med}} = \frac{2\lambda_o}{N_{bat}} \quad (III-12)$$

Por ejemplo, midiendo el láser de helio-neón durante 100 s (máximo tiempo de la tarjeta de adquisición) se conseguiría una resolución de 4,8 nm.

No obstante, la ventaja principal del apodizado consiste en que, prácticamente, los máximos secundarios de la función sinc son eliminados, ya que éstos podrían inducirnos a errores en la apreciación de las líneas de emisión. A modo de ilustración, se ha realizado una simulación para visualizar el efecto de la apodización. Se ha utilizado de nuevo el interferograma de simulación de un perfil lorentziano ejecutando únicamente el método simplificado (Fig. III-5). Nótese cómo disminuye claramente el rizado característico de la función sinc.

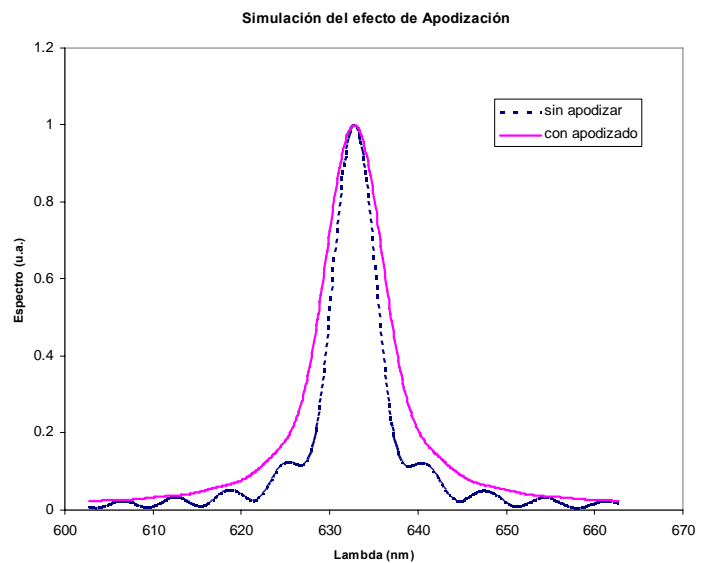


Fig III-5. Resultado de aplicar el método simplificado de reconstrucción a la simulación de lorentzianas teniendo en cuenta el efecto de la apodización.

### 3.2.- Problemas debido al muestreo

Como ya se ha comentado, no se puede conocer la función I(t) de forma instantánea sino que se toman medidas discretas (muestreo). Se puede, por tanto considerar que el interferograma está multiplicado por una función peine de muestreo. Como consecuencia, el perfil reconstruido es el producto de convolución entre el perfil

espectral real y la función TF de la función peine, que no es más que otra función peine de muestreo de frecuencia inversa a la inicial. Así, el espectro reconstruido se repetirá con una frecuencia que resulta inversamente proporcional a la frecuencia de muestreo. Este efecto se conoce por “aliasing”. Dicho de otro modo, esta repetición del espectro reconstruido nos limita el intervalo espectral libre de esta técnica espectroscópica.

Sin embargo, se ha comprobado en este trabajo que el efecto de aliasing es, a todos los efectos, despreciable ya que la frecuencia de muestreo es lo suficientemente elevada (incluso cuando se trabaja con envolventes) como para que los espectros de reconstrucción no se afecten unos a otros. Concretamente, el intervalo espectral libre viene dado por la expresión  $\Delta\lambda = \lambda_0^2 / (2v\Delta t)$ , que para nuestro motor y midiendo el láser de helio-neón, resulta que  $\Delta\lambda = 240 \text{ nm} / \Delta t$  (en segundos). Basta tomar un tiempo entre medidas de 0,1 s para que el intervalo espectral libre sea muy superior a lo que se necesita.

### 3.3.- Integración numérica por método Simpson de orden 3

Esta opción permite el cálculo numérico de la integral mediante el método Simpson de orden 3. Según este método, el valor del dato *i*-ésimo tiene asociado un peso  $p_i$  que es 1 en todos los casos excepto:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_N = 17/48 \\ p_2 &= p_{N-1} = 59/48 \\ p_3 &= p_{N-2} = 43/48 \\ p_4 &= p_{N-3} = 49/48 \end{aligned} \tag{III-13}$$

Según esto, la expresión para el método simplificado (para los otros métodos es análogo) se modifica quedando

$$I_n(\omega - \omega_0) \approx \frac{2v}{\pi c} \Delta t_{env} \sum_j p_j I'_{env}(t_j) \cos\left(\frac{2v\omega_m}{c} t_j\right) \cdot \left(1 - \frac{|t|}{T_{med}}\right) \tag{III-14}$$

Cabe comentar que esta opción no resulta determinante en el cálculo del espectro (a diferencia del apodizado o el suavizado que se describirá a continuación) ya que el número de puntos *N* para calcular la integral es suficientemente grande tanto en el método completo como en el método de las envolventes.

### 3.4.- Suavizado de las curvas

La opción de suavizado permite disminuir el ruido del interferograma o la envolvente con la que se desea trabajar. Para ello toma un punto del interferograma  $I(t_i)$  y calcula el promedio de los puntos de alrededor guardando el resultado de nuevo en  $I(t_i)$ , es decir,

$$I(t_i) = \frac{I(t_{i-2}) + I(t_{i-1}) + I(t_i) + I(t_{i+1}) + I(t_{i+2})}{5} \quad (III-15)$$

Repitiendo el cálculo para cada uno de los puntos del interferograma se consigue eliminar el ruido de éste. Se vio que hacer el promedio con cinco puntos era adecuado pues se conseguía eliminar notablemente el ruido sin que disminuyese demasiado la precisión en  $t_i$ .

Esta opción resulta, a priori, interesante al aplicarla a las envolventes pues, en principio, eliminaría el rizado consecuencia de un mal ajuste del voltaje de fondo. Se evaluaron las mejoras conseguidas y se comprobó que el perfil de reconstrucción sí mejora ligeramente, aunque no resulta crucial en la consecución de resultados.

### 3.5.- Corrección de la señal de fondo

Cuando se emplea el método simplificado existe, finalmente, un último problema que a priori no debería ser tal. Según la ecuación (I-4) la función sobre la que se calcula la  $TF^{-1}$ , i.e.  $I'(t)$ , debe estar medida en AC, es decir, esta función no debe tener una componente continua cumpliendo que  $\langle I'(t) \rangle = 0$ . Pero, ¿qué ocurriría si el interferograma medido tuviese una cierta señal de fondo?

Para evaluar este efecto se realizaron una serie de simulaciones que nos permitieron determinar la importancia del mismo. En ellas se utiliza un interferograma al que añadimos un término de fondo

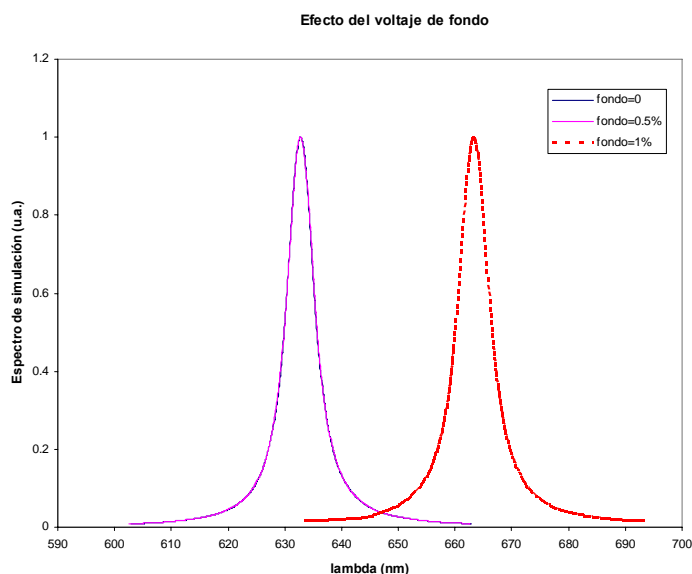
$$I''(t) = I'(t) + \text{fondo} \quad (III-16)$$

y le aplicamos el programa de reconstrucción por el método simplificado. El resultado se puede comprobar en la Fig III-6. Vemos en ella que, para una señal de fondo de un 0,5% respecto de la señal en el orden cero apenas existen diferencias en el espectro reconstruido. Sin embargo, si el fondo representa un 1% respecto al máximo las



diferencias son notables. Básicamente se mantiene la forma del espectro pero el cálculo de la longitud de onda central es incorrecto.

Fig III-6. Espectros de reconstrucción para evaluar el efecto del voltaje de fondo al utilizar el método simplificado



Para corregir este efecto no queda sino medir de forma cuidadosa el interferograma y acompañarlo de una medida del voltaje de fondo que poder añadir al programa para que lo corrija numéricamente.

Como se comprobó mediante simulaciones, si se utiliza el método completo no existe este problema ya que no es necesario calcular el periodo de los batidos.

#### 4.- Software desarrollado

Para la realización de este TAD se ha desarrollado un programa con dos funciones básicas. Por una parte, permite el control y adquisición de datos de la tarjeta Pico ADC200. Para ello se ha de introducir el tiempo de medida , el número de puntos que se desea tener en el fichero y el máximo valor de voltaje que se espera tener. Además cuenta con un cuadro de texto en el cual introducir el valor del voltaje de fondo para poderlo eliminar en el momento de grabado de datos. Esta opción resulta muy interesante, ya que, como se ha visto anteriormente, el cálculo del número de batidos para la determinación de la longitud de onda central del espectro resulta complicado si se dispone de un interferograma medido con un cierto voltaje de fondo.

Una vez que se ha registrado el interferograma se puede pasar a analizarlo con el mismo programa abriendo la ventana de análisis de datos. En ésta, lo primero que se ha

de hacer es calcular el periodo del interferograma para obtener la longitud de onda central del espectro, o bien abrir un archivo de la envolvente (útil en el caso de realizar simulaciones). En este momento se puede calcular el espectro mediante alguno de los tres posibles algoritmos implementados para la reconstrucción del perfil espectral.

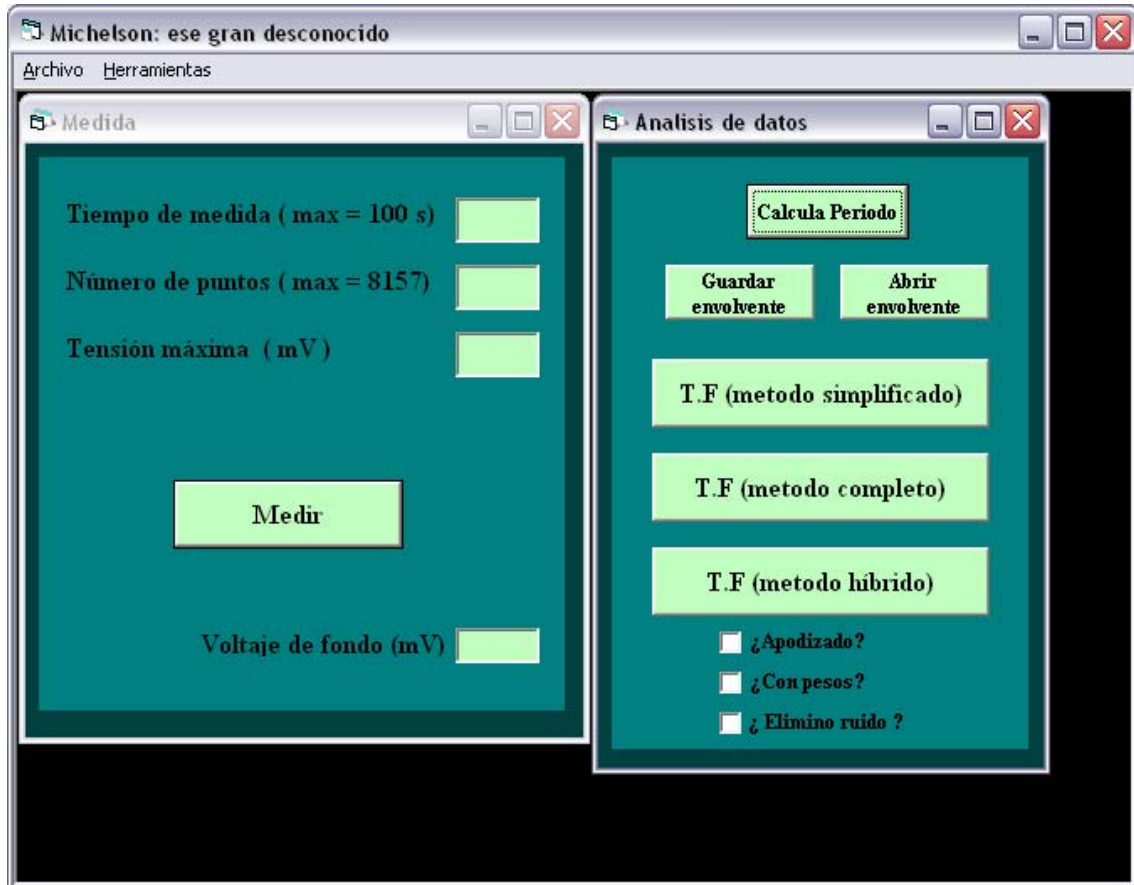


Fig III-7. Aspecto de la ventana de medida y de análisis de los datos para la reconstrucción de los perfiles

## IV Aplicación a filtros ópticos

En este apartado se muestran los resultados de la aplicación de la técnica de medida explicada hasta ahora. En particular se mide la función de transferencia de tres filtros, todos ellos centrados en torno a 632.8 nm, y con diferentes anchuras: 1nm, 3nm y 10nm. Los resultados expuestos se han conseguido ejecutando el método simplificado con las opciones de apodizado, suavizado y pesado de datos (método Simpson de integración numérica). Con el filtro de 3nm se realiza, además, una simulación que da cuenta de la validez del programa informático en detrimento del método de medida.

Antes de comenzar a exponer los resultados, se muestran las medidas realizadas sobre los filtros con un espectrofotómetro comercial con una resolución de 1 nm. Éstas medidas servirán como referencia a la hora de discutir los resultados obtenidos.

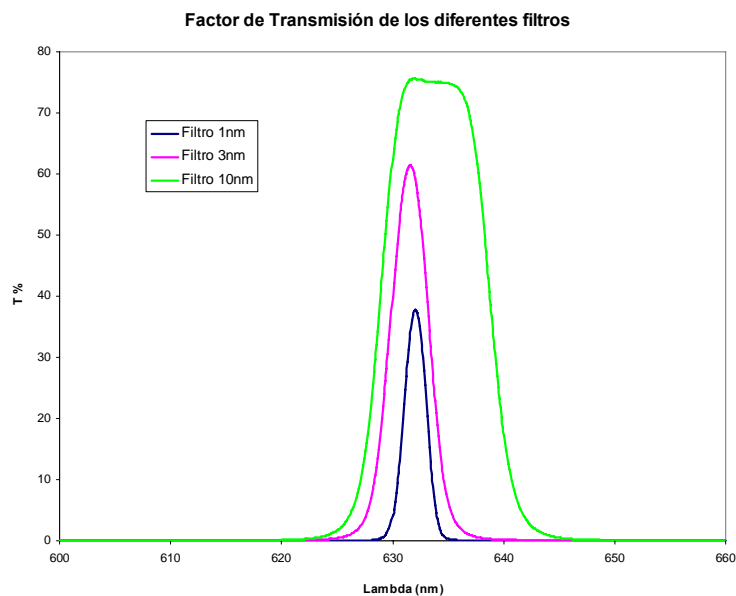


Fig IV-1. Resultados de las medias del factor de transmisión de cada uno de los filtros utilizados.

Se aprecia que, en efecto, los filtros presentan un máximo de transmisión en torno a 632nm y la anchura de éstos aumenta. Cabe destacar la forma casi cuadrada que presenta el filtro de 10nm. Es de esperar que el interferograma correspondiente se parezca ligeramente a la transformada de una función rectángulo, es decir, una función seno partido por arco, alternando ciclos de valores positivos y ciclos de valores negativos. Como la envolvente no es una función definida positiva, el método

simplificado necesitará información adicional sobre la envolvente para evitar trabajar con su módulo.

### 1.- Filtro de 1nm:

El interferograma medido se muestra en la Fig. IV-2 junto a la envolvente calculada a partir del mismo

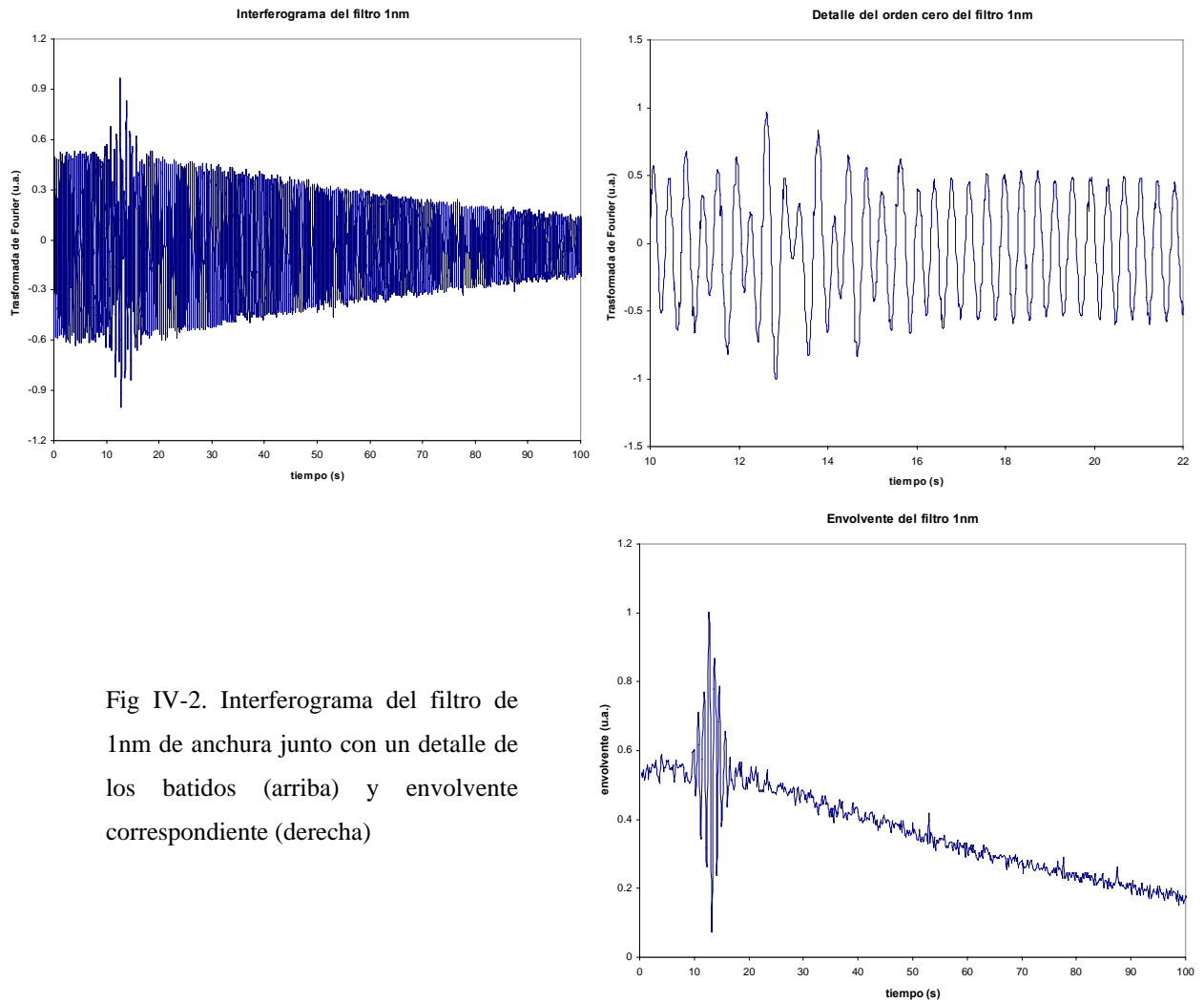
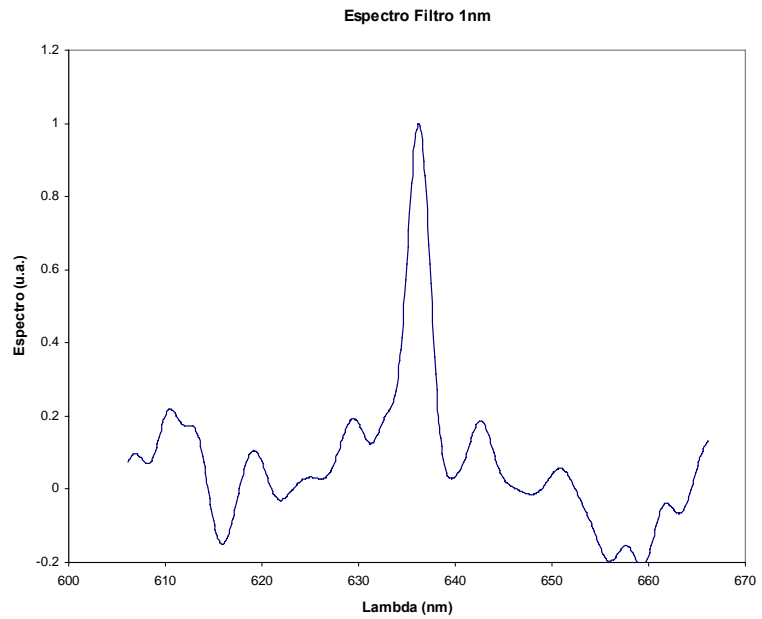


Fig IV-2. Interferograma del filtro de 1nm de anchura junto con un detalle de los batidos (arriba) y envolvente correspondiente (derecha)

Como era de esperar, éste decae lentamente pues la anchura espectral es pequeña. Llama la atención en la gráfica el rizado que aparece a lo largo de la envolvente (aun a pesar de utilizar la opción de suavizado) y las grandes oscilaciones situadas en torno a la posición del orden cero.

Si se aplica el método simplificado con apodizado y suavizado para reconstruir el espectro se obtiene la Fig IV-3:

Fig IV-3. Espectro reconstruido del haz después de atravesar el filtro de 1nm de anchura.



Se comprueba que, a pesar de utilizar todas las técnicas disponibles para minimizar los errores de la técnica, la curva obtenida dista bastante de la medida con el espectrofotómetro. No obstante, sí que se distingue un pico en torno a 636nm con una anchura del orden del 3nm, lo cual resulta un éxito pues en este caso la resolución, usando la ecuación (III-11) es de unos 14nm. Hay que recordar que, debido sólo al error en la medida de la velocidad del espejo, ya se iba a cometer un error de casi 1nm en la determinación de la longitud de onda central, por lo que el resultado se encuentra dentro de las expectativas.

## 2.- Filtro de 3nm:

En este caso, como muestra las Fig IV-4a y IV-4b, el interferograma decae más rápidamente, pues aumenta la anchura del perfil de transmisión del filtro:

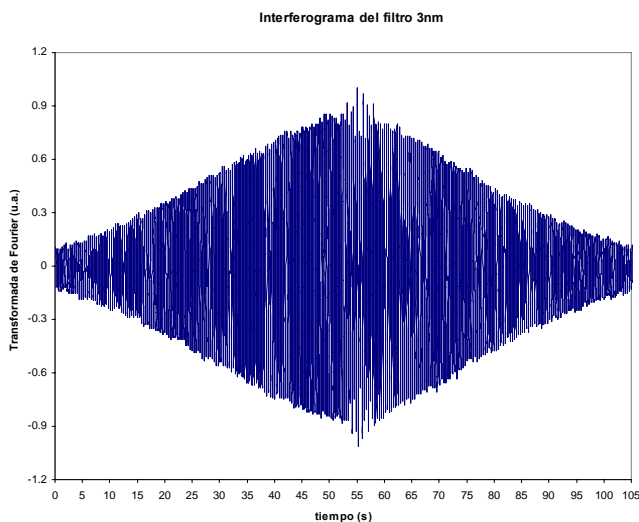
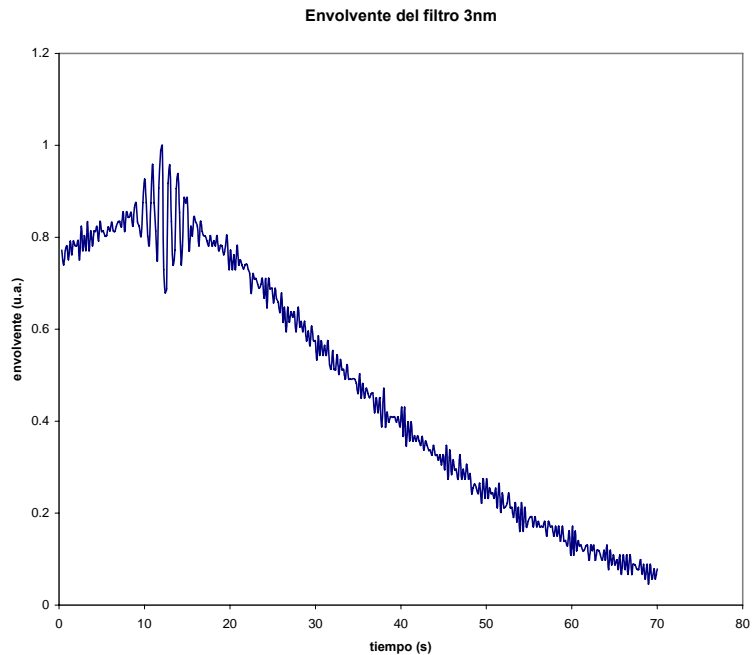


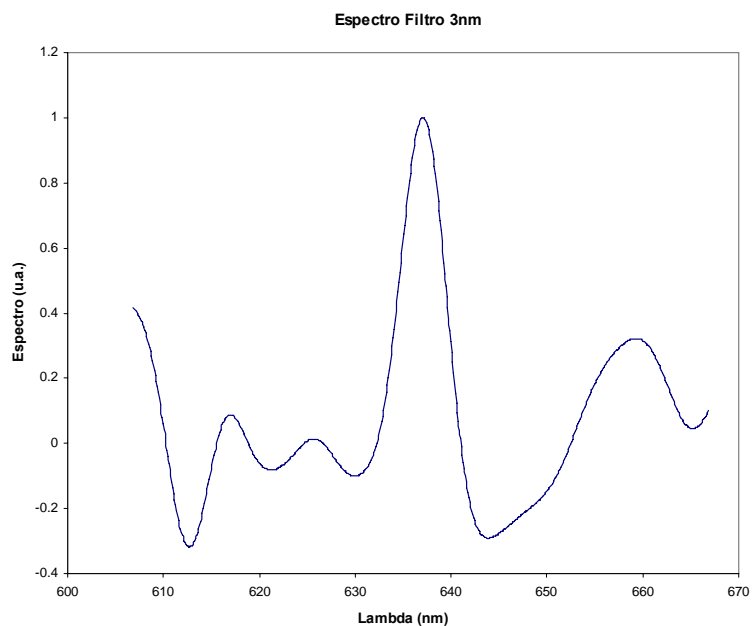
Fig IV-4a. Interferograma y medidos del filtro de 3nm de anchura espectral.

Fig IV-4b. Envoltente obtenida a partir del interferograma anterior.

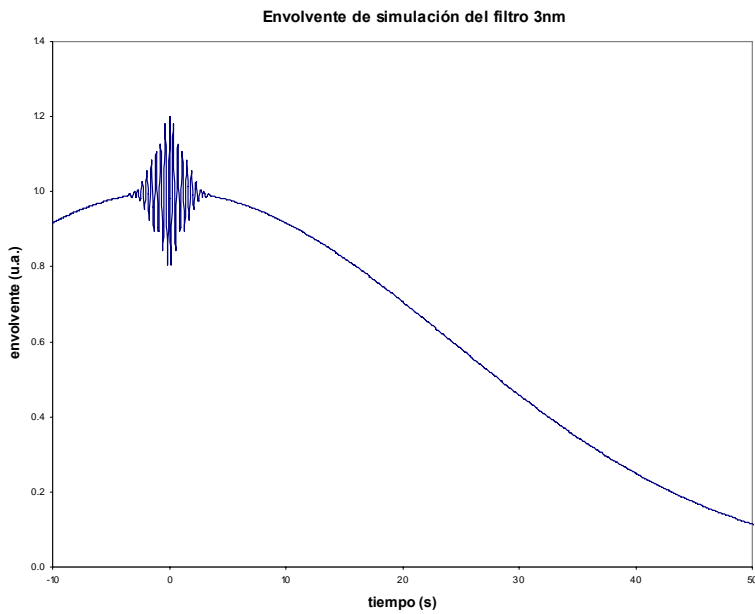


Nótese cómo el interferograma resulta, salvo ruido aleatorio, prácticamente simétrico. Por tanto sólo es necesario medir para tiempos positivos o negativos, es decir, desde la posición del orden cero sólo es necesario desplazar el espejo en un sólo sentido. La envoltente obtenida y el espectro de reconstrucción se muestran en la Fig IV-5:

Fig IV-5. Espectro reconstruido del haz después de atravesar el filtro de 3nm de anchura



De nuevo se distingue un pico centrado en 637nm y con una anchura del unos 5nm. Para comprobar que el resultado obtenido no es debido a un mal funcionamiento del programa desarrollado, se ha realizado un interferograma de simulación que se aproxime al medido experimentalmente. La envoltente correspondiente a esta simulación y el espectro reconstruido en las mismas condiciones que la medida anterior se muestran en la Fig IV-6:



Espectro de simulación del filtro 3nm

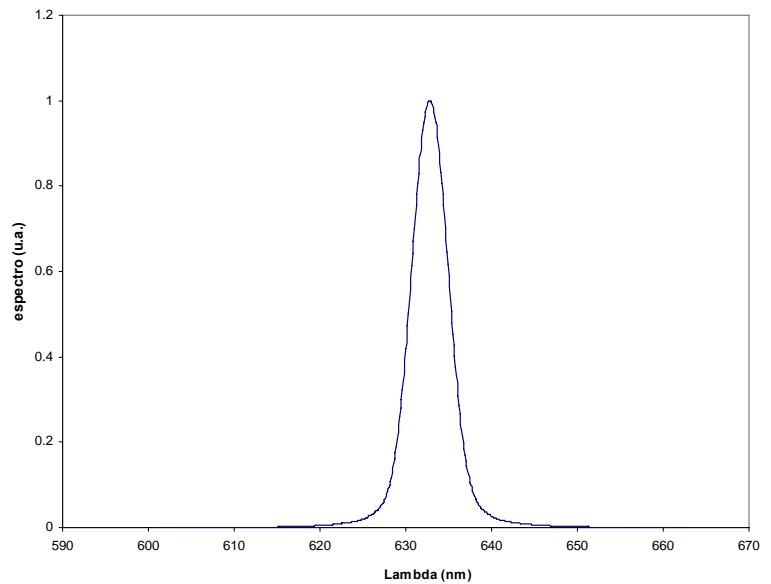


Fig IV-6. Envolvente de simulación del interferograma correspondiente al filtro de 3nm (arriba) y el espectro reconstruido a partir del mismo (derecha).

Se comprueba que el perfil resultante, además de no presentar valores negativos y variaciones bruscas, se asemeja bastante al perfil medido con el espectrofotómetro Varian: longitud de onda central en 633nm con una anchura de 5nm. Por tanto se puede afirmar que el método de cálculo es correcto y que las discrepancias existentes entre un resultado y otro es debido a las limitaciones del método de medida (tiempo de medida finito, errores de alineamiento, errores en la medida de la velocidad del espejo, ruido del detector, variaciones de la señal debido a la electrónica, etc).

### 3.- Filtro de 10nm:

Finalmente, el filtro de 10nm presenta el interferograma representado en la Fig IV-7. Se comprueba, de nuevo, que éste es prácticamente simétrico y que decae muy rápido, llegando incluso a alcanzar valores negativos en la envolvente.

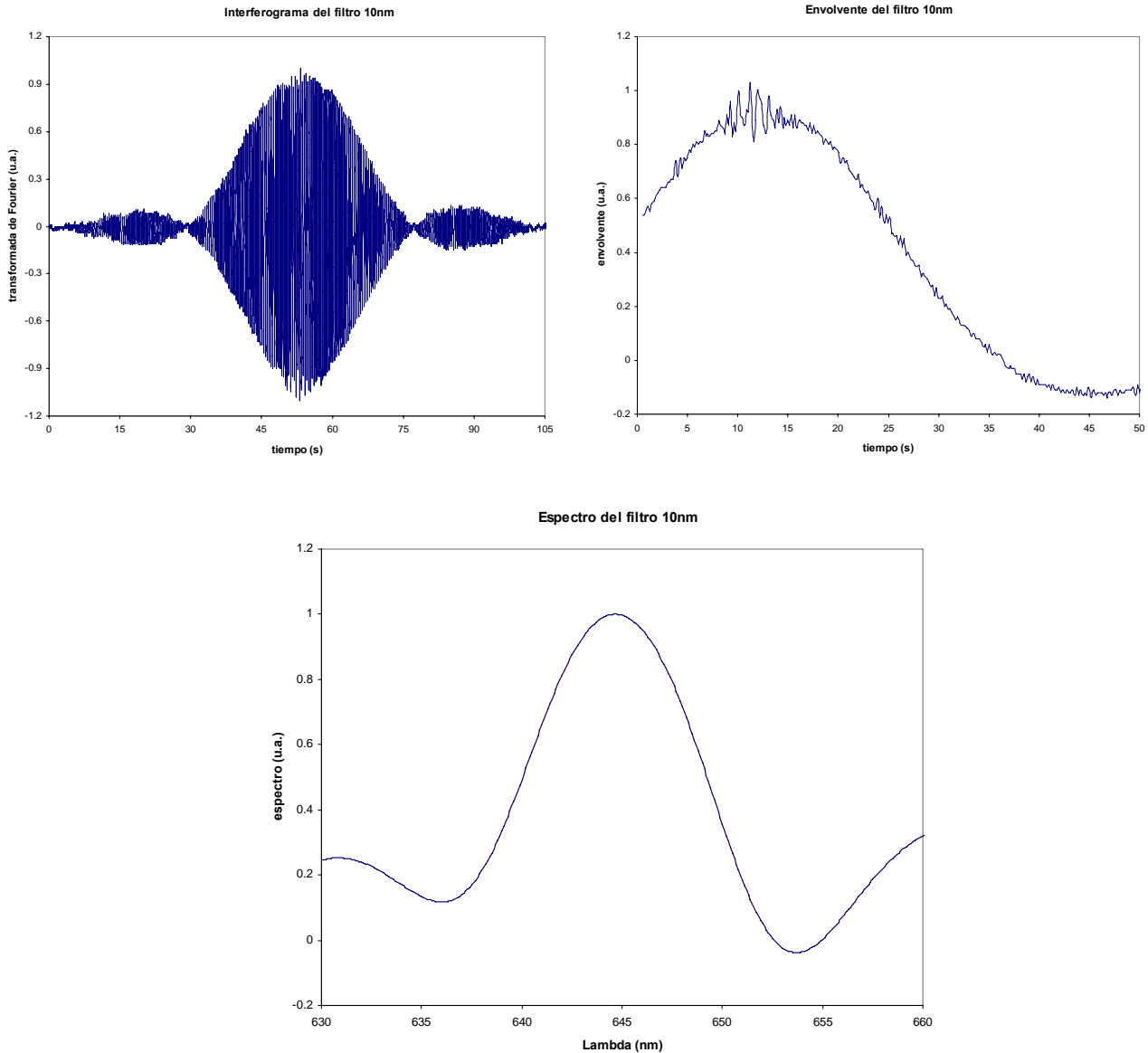


Fig IV-7. Interferograma y envolvente medidos del filtro de 10nm de anchura espectral (arriba a derecha e izquierda respectivamente) y el espectro de reconstrucción correspondiente (abajo).

En este caso el perfil presenta un pico centrado en 645nm con una anchura de unos 10nm. Para concluir debe hacerse notar que lo que se ha medido no es exactamente



la función de transferencia de los filtros, sino que se mide el espectro de emisión de una lámpara blanca a través del interferómetro y del filtro.

Vemos que, en general en todos los casos tratados hasta ahora, el interferograma se mide correctamente, obteniendo medidas que se adecúan bien a lo esperado. Sin embargo, la reconstrucción espectral no es del todo correcta no por problemas del software desarrollado (pues funciona bien con las simulaciones) sino por problemas del montaje experimental (velocidad del motor, alineamiento...).

A la vista de los resultados obtenidos comprobamos, por tanto, que el método de espectroscopia por TF puede no resultar muy adecuado para la determinación de perfiles espectrales. Esto es debido a que existen muchos efectos que dan lugar a errores y, además, éstos se manifiestan fuertemente en la forma del perfil reconstruido. No obstante, la ventaja más clara del método reside en que mide de forma absoluta la longitud de onda central del espectro, capacidad que no tiene ningún otro método (monocromadores, interferómetros Fabry-Pérot...). En efecto, con un montaje adecuado se podría medir la longitud de onda de forma muy precisa, siendo ésta la aplicación directa más utilizada de un montaje de espectroscopia por TF.



## V Otras medidas realizadas

Además de la aplicación en la caracterización de filtros descrita en la sección anterior, se han podido tomar otra serie de medidas que se describen a continuación. Los resultados aquí mostrados corresponden todos ellos al algoritmo de la TF simplificada con apodizado suavizado y pesado de datos (método Simpson).

### 1.- Láser de He-Ne

Una de las primeras medidas realizadas fue sobre el láser de He-Ne utilizado en el alineamiento del montaje. El interferograma y el espectro reconstruido se muestran en la Fig V-1:

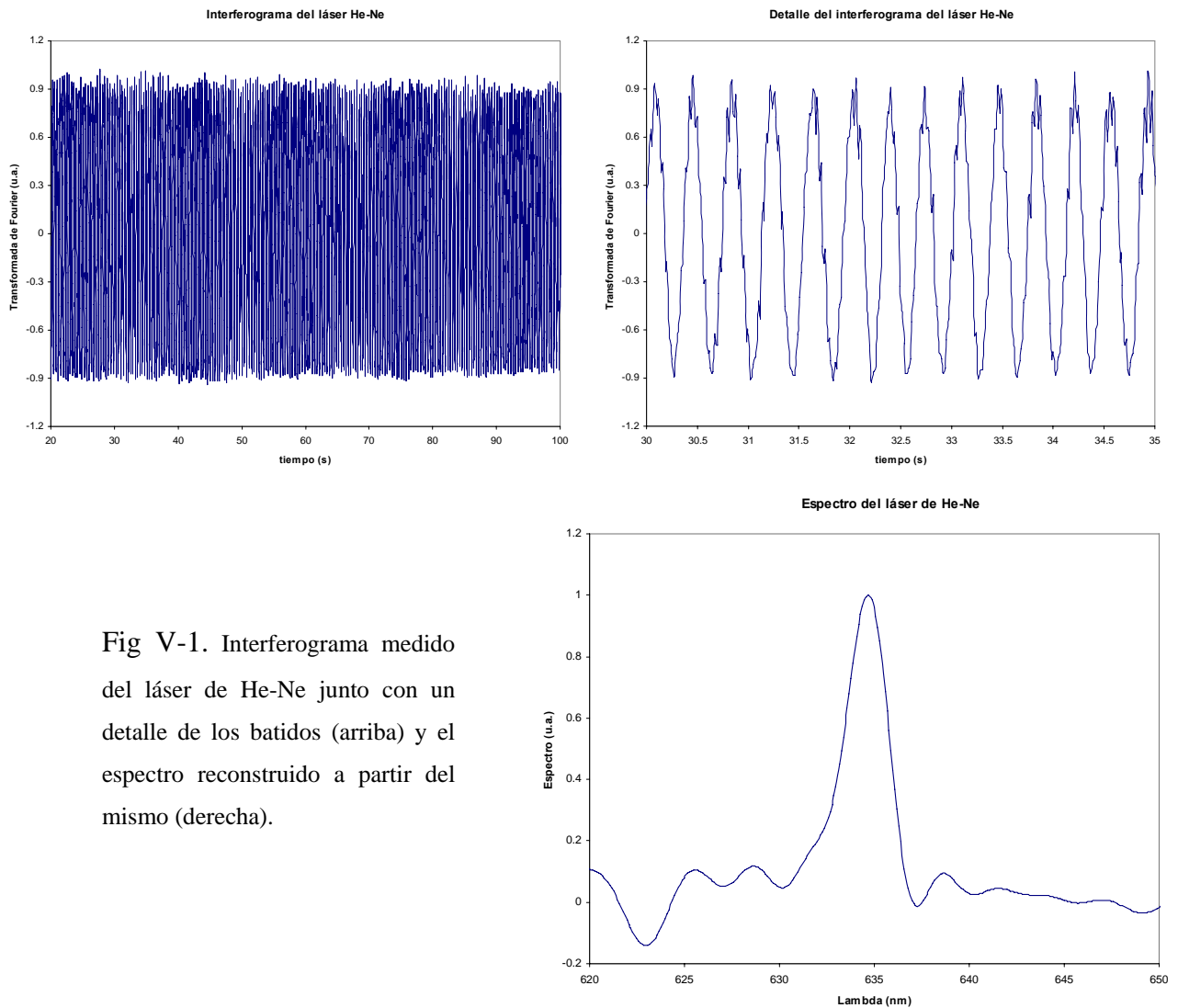


Fig V-1. Interferograma medido del láser de He-Ne junto con un detalle de los batidos (arriba) y el espectro reconstruido a partir del mismo (derecha).

Se puede comprobar que el interferograma apenas decae durante el tiempo de medida debido al elevado tiempo de coherencia de la fuente problema. Vemos que el espectro presenta un pico bien diferenciado centrado en 634.8nm, valor que se aproxima bastante al valor esperado de 632.8nm. Además el pico presenta una anchura a 1/e de unos 5nm, valor que esta de acuerdo con el valor esperado según la relación (III-12) en el caso de tomar  $2\lambda$  como anchura de la función  $\text{sinc}^2$ .

## 2.- Láser de Nd-YAG doblado

Además del láser de He-Ne se tuvo la oportunidad de medir el interferograma correspondiente a un láser Nd:YAG doblado. Éste emite en torno a 532nm y será utilizado más adelante para el bombeo de una muestra de rubí. El interferograma y el espectro se representan en la Fig V-2:

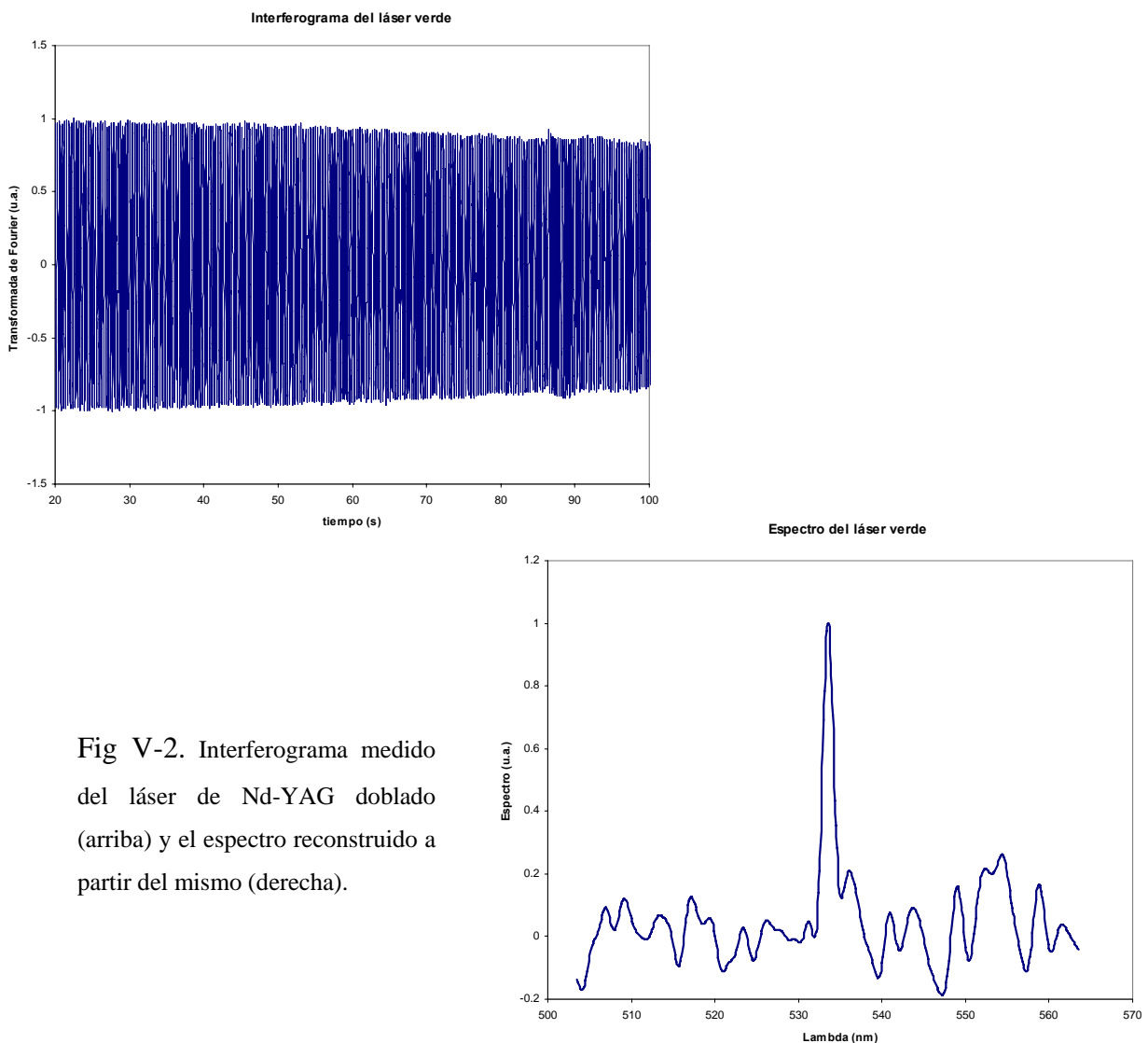


Fig V-2. Interferograma medido del láser de Nd-YAG doblado (arriba) y el espectro reconstruido a partir del mismo (derecha).

De nuevo, el interferograma decae muy poco durante el tiempo de medida, dando cuenta de la alta coherencia temporal de la fuente a estudio. No obstante, sí que se observa un cierto decaimiento de la envolvente, por lo que se tiene algo más de información para reconstruir el espectro que en el caso del láser He-Ne. En efecto, la anchura que presenta el pico a  $1/e$  del máximo es de unos 2nm mientras que la resolución en este caso sería de unos 3,3nm. Además, presenta un pico a 533.5nm, resultado que se ajusta bastante bien al valor teórico, teniendo en cuenta las limitaciones de nuestro montaje.

### 3.- Lámpara de Cesio

En este caso se intentará obtener el doblete que presenta el cesio en torno a 850nm y 894nm. En esta medida se utiliza un filtro que selecciona únicamente el doblete de infrarrojo del cesio. Además se tuvo que emplear otro programa de medida, ya que el utilizado en este trabajo no permite medir más allá de 100s y, para obtener un interferograma adecuado, el tiempo de medida debería ser mayor. Teniendo esto en cuenta, el interferograma utilizado y un detalle del mismo se muestran en la Fig V-3:

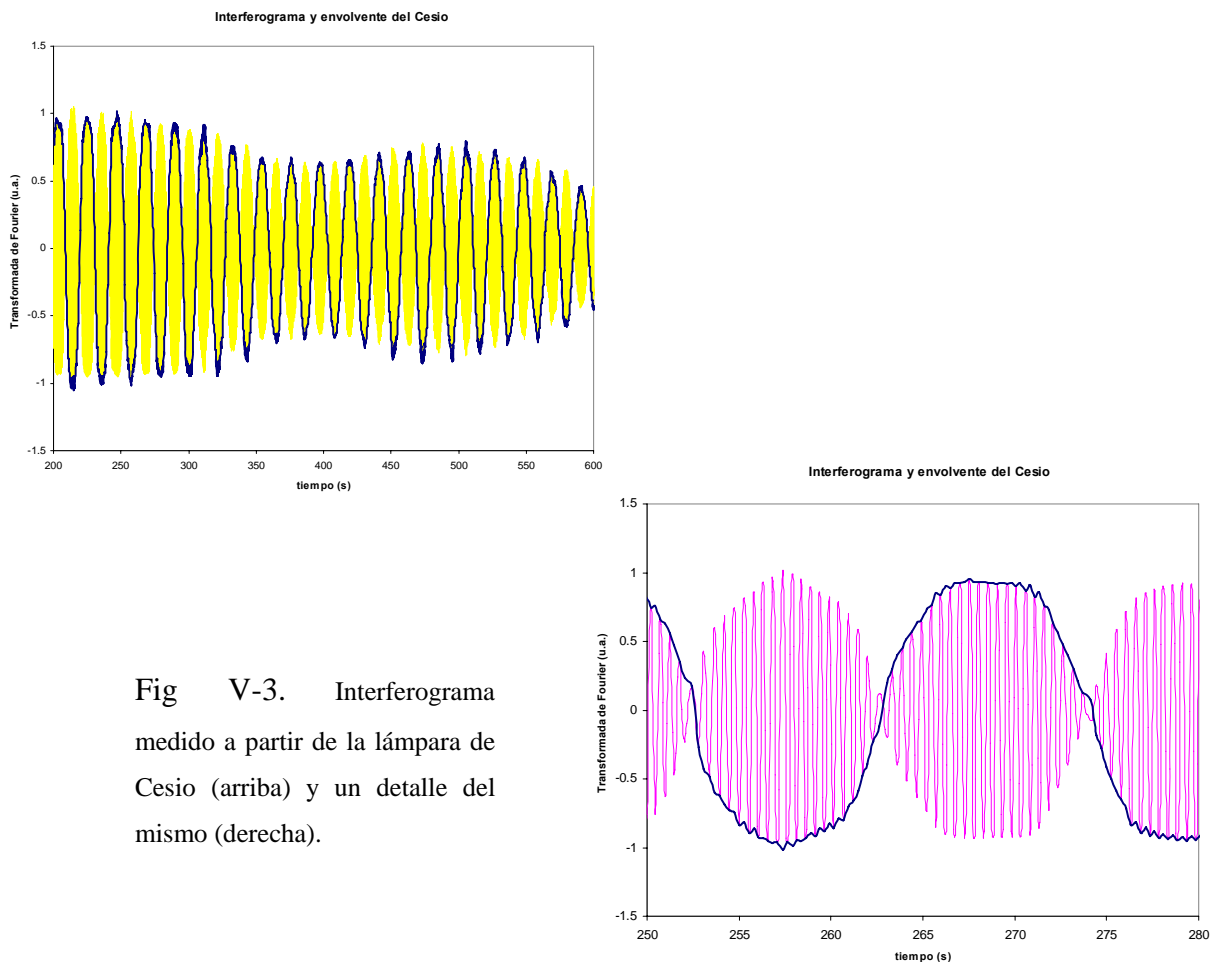


Fig V-3. Interferograma medido a partir de la lámpara de Cesio (arriba) y un detalle del mismo (derecha).

Nótese cómo aparecen los batidos característicos debidos a que el espectro está formado básicamente por dos longitudes de onda bien diferenciadas. Al ejecutar el programa de reconstrucción se obtiene como resultado el espectro de la Fig V-4:

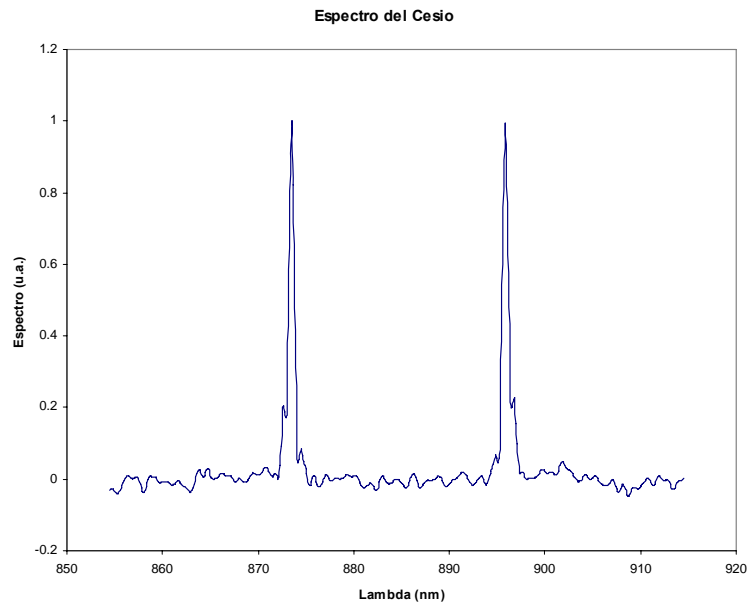


Fig V-4. Espectro reconstruido a partir del interferograma de la lámpara de Cesio.

Vemos que, en efecto, aparecen dos picos separados en el espectro. Sin embargo la separación entre ambos no coincide con el valor teórico, aunque uno de los picos sí coincide bastante bien con los datos de la bibliografía (895.9nm frente a los 894.3nm teóricos). A continuación se muestran los valores teóricos de emisión del doblete del cesio así como los valores obtenidos y su separación:

$$\begin{array}{ll} \lambda_{1teo} = 852,11 \text{ nm} & \lambda_{1exp} = 873,5 \text{ nm} \\ \lambda_{2teo} = 894,35 \text{ nm} & \lambda_{1exp} = 895,9 \text{ nm} \\ \Delta\lambda_{teo} = 42,24 \text{ nm} & \Delta\lambda_{teo} = 22,4 \text{ nm} \end{array}$$

## Corrección a la medida del doblete del Cesio

Esta medida resulta un claro ejemplo de caso en el que no se puede aplicar el método simplificado ya que la información que nos proporciona la envolvente es la semi-diferencia de frecuencias y los batidos van con la semi-suma (en lugar de la TF del perfil espectral y la longitud de onda central del espectro, respectivamente). Nos tendremos que limitar a usar el método completo. Se comprobó que en el espectro reconstruido no aparecen picos significativos que se puedan asociar al doblete.

Sin embargo, resulta sencillo obtener información de las longitudes de onda, sin aplicar ningún método de reconstrucción, midiendo el periodo, tanto de los batidos como de la envolvente. Si se realizan estas medidas se obtienen dos longitudes de onda:

$$\lambda_1 = 843,3 \text{ nm}$$

$$\lambda_2 = 885,6 \text{ nm}$$

mientras que los valores reales de emisión del doblete del cesio se corresponden a:

$$\lambda_{1\text{teo}} = 852,11 \text{ nm}$$

$$\lambda_{2\text{teo}} = 894,35 \text{ nm}$$

Se aprecia que, si bien es cierto que hay una cierta desviación en el valor absoluto de la longitud de onda, la separación entre ambas líneas de emisión ( $\Delta\lambda = 42,4$  nm) se ajusta bastante bien a la separación real ( $\Delta\lambda = 42,2$  nm).

#### 4.- Fluorescencia del rubí

Para medir la fluorescencia del rubí ( $\text{Cr}^{3+}$ ) se tuvo que modificar algo el montaje utilizado hasta ahora. Un esquema del mismo se muestra en la Fig V-5 :

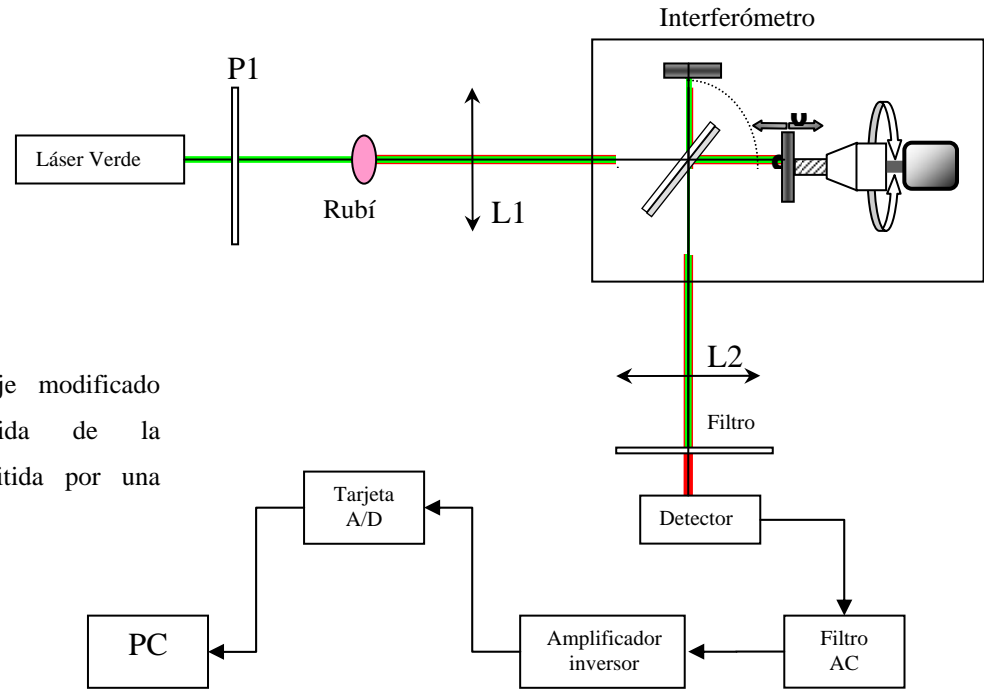


Fig V-5. Montaje modificado para la medida de la fluorescencia emitida por una muestra de rubí.

En este montaje se utiliza un láser Nd:YAG doblado en frecuencias que emite en 532nm para el bombeo de una muestra de rubí. A la salida del láser de bombeo se coloca un polarizador P1 que permite regular la potencia incidente sobre la muestra. Como la detección se realiza de forma longitudinal, es decir, la fluorescencia detectada

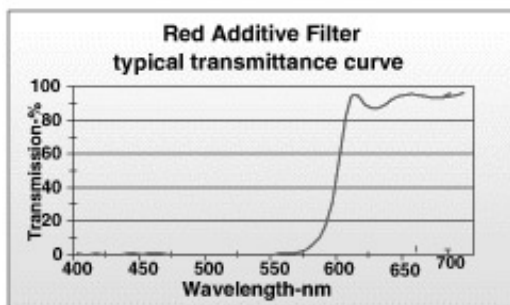


Fig V-6. Factor de transmisión del filtro utilizado para eliminar el haz verde antes del detector

lleva la misma dirección que el bombeo residual, es necesario colocar un filtro (figura V-6) antes del detector que elimine lo máximo posible ese bombeo residual. Si no se hace así aparecerían los batidos característicos debidos a la coexistencia de dos longitudes de onda: una correspondiente a la fluorescencia y otra debida al bombeo residual del láser Nd:YAG.



Disponemos de una muestra de rubí,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  con impurezas de  $\text{Cr}^{3+}$  como medio activo. El diagrama de niveles del ión se representa en la Fig V-7:

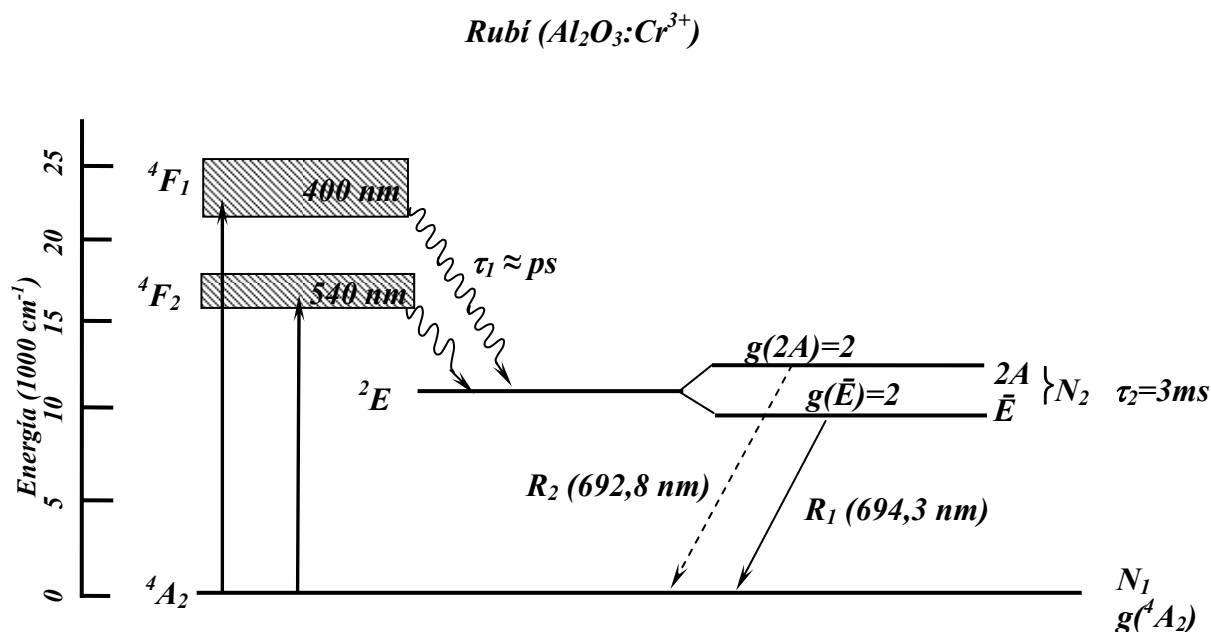


Fig V-7. Esquema de niveles de energía del ión  $\text{Cr}^{3+}$

El bombeo de los iones por parte del láser de Nd-YAG doblado se hace entre los niveles  ${}^4A_2$  y  ${}^4F_2$ , decayendo de éste rápidamente ( $\sim \text{ps}$ ) por transiciones no-radiativas al nivel  ${}^2E$  que aumenta su población  $N_2$ . Este nivel está degenerado, por lo que en el medio cristalino se desdobra en los niveles  ${}^2A$  y  $\bar{E}$  por efectos de red, como por ejemplo efecto Stark. El aumento de la población  $N_2$  implica un aumento significativo de la emisión espontánea (fluorescencia), que será detectable. El espectro de fluorescencia presenta, por tanto, dos picos centrados en 692,8 y 694,3 nm. Como la resolución de nuestro montaje es como poco de 6 nm, según la ecuación (III-12), no podremos resolverlas.

Teniendo esto en cuenta, se puede intentar medir el interferograma correspondiente. Éste se muestra en la Fig V-8, junto con el espectro reconstruido con el método simplificado:

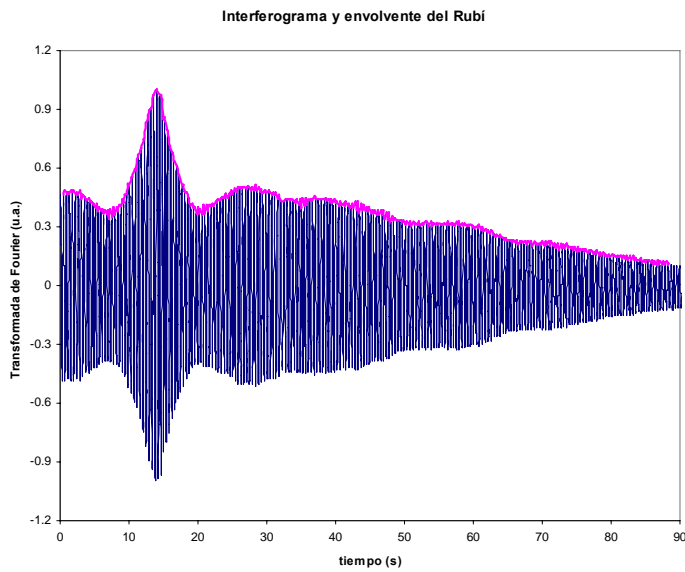
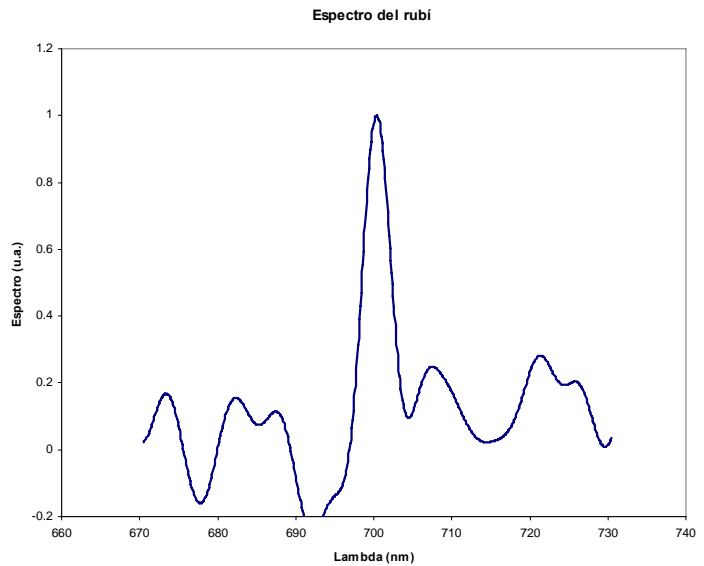


Fig V-8. Interferograma medido correspondiente a la muestra de rubí (arriba) y el espectro reconstruido a partir del mismo (derecha).



Vemos cualitativamente en el interferograma que se trata de un doblete aunque no ideal, sino con una de las líneas bastante más alta que la otra. El espectro obtenido presenta un pico en 700.6nm, valor que no se aleja demasiado del valor teórico de 694nm.



## **VI Conclusiones**

En este trabajo académicamente dirigido se ha estudiado los fundamentos teóricos que permiten desarrollar una técnica espectroscópica basada en la transformada de Fourier. Se han considerado las limitaciones que esta técnica presenta y se han propuesto soluciones que resuelvan esos problemas.

Se ha puesto a punto la instalación experimental que permite tomar las medidas de los interferogramas y se ha desarrollado un programa informático que, por una parte controle la tarjeta Pico 200ADC para el registro de las medidas y, además, permita el tratamiento de las medidas para la reconstrucción de los espectros a partir de los interferogramas. Se ha evaluado el correcto funcionamiento del programa y se ha comprobado la validez de las posibles mejoras de la técnica de espectroscopia por transformada de Fourier (apodización, suavizado de curvas y método Simpson de integración numérica) mediante la realización de varias simulaciones.

Se ha aplicado el montaje a la caracterización del factor de transmisión de varios filtros y se han discutido los resultados, entendiendo los motivos de las diferencias con los resultados esperados.

Finalmente, se han medido otras fuentes como son el láser de He-Ne, láser verde, lámpara de Cesio y fluorescencia del rubí. En los dos primeros casos se determina relativamente bien el pico de emisión de la fuente problema. En el caso de la lámpara de Cesio se obtiene un doblete aunque no en las posiciones que indica la bibliografía. En el caso de la fluorescencia del rubí se ha modificado ligeramente el montaje y se ha medido el pico de emisión, encajando bastante bien con el valor esperado.



## **VII Bibliografía**

1. New developments in interference spectroscopy, P. Jacquinot, Reports on progress in Physics, vol. 23, pp. 268-312 (1960)
2. A propos de la théorie du spectromètre interférentiel multiplex, P. Fellgett, Le journal de Physique et le radium, vol. 19, pp. 187-191 (1958).
3. Spectromètre interférentiel multiplex pour mesures infra-rouges sur les étoiles, P. Fellgett, Le journal de Physique et le radium, vol. 19, pp. 237-240 (1958).
4. The fast Fourier transform, E. Oran Brigham, ed. Prentice-Hall, New Jersey, 1974.
5. <http://physlab2.nist.gov/Divisions/Div844/facilities/ftmw/ftmw.html>,  
<http://www.awi-potsdam.de/www-pot/atmo/ftir/ftir.html>,  
<http://www.minerals.si.edu/labs/ftir.html>
6. Fourier-transform spectroscopy instrumentation engineering, V. Saptari, ed. SPIE Press, 2004.
7. Laser spectroscopy: basic concepts and instrumentation, W. Demtröder, ed. Springer, 1998.
8. <http://scienceworld.wolfram.com/physics/FourierTransformSpectrometer.html>