Como ayuda para resolver este ejercicio se muestra a continuación la resolución de uno similar que aparece como ejercicio número 9 en la colección de ejercicios resueltos de números reales.

9. Indicar si las siguientes ecuaciones tienen solución en $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$ y resolverlas:

a) $2x - 4 = 6$	**b)** $2x + 6 = 4$	**c)** $5x + 7 = -x + 3$	**d)** $\frac{4}{3}x = \frac{1}{2}$
e) $3x^2 - 5 = 7$	**f)** $4 - x^2 = 1$	**g)** $2x^2 + 7x - 15 = 0$	**h)** $2x^2 + 3 = 0$

Solución

a) Despejando la incógnita de $2x - 4 = 6$ se tiene $x = (6+4):2 = 10:2 = 5$, luego la ecuación tiene solución en $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$.

b) Despejando la incógnita de $2x + 6 = 4$ se tiene $x = (4-6):2 = -2:2 = -1$, luego la ecuación tiene solución en $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$, pero no en $\mathbb{N}$ ya que -1 no es un número natural.

c) Pasando todos los términos al primer miembro de la igualdad, la ecuación $5x + 7 = -x + 3$ queda $6x + 4 = 0$ y despejando la incógnita se tiene, $x = -4:6 = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$, luego la ecuación tiene solución en $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$ pero no en $\mathbb{N}$ ni en $\mathbb{Z}$ ya que la fracción $\frac{-2}{3}$ no es un número entero y, por tanto, tampoco natural.

d) Despejando la incógnita de la ecuación $\frac{4}{3}x = \frac{1}{2}$ se tiene $x = \frac{1}{2}:\frac{4}{3} = \frac{3}{8}$, luego la ecuación tiene solución en $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$ pero no en $\mathbb{N}$ ni en $\mathbb{Z}$.

e) Despejando x^2 de la ecuación $3x^2 - 5 = 7$ se tiene $x^2 = (7+5):3 = 12:3 = 4$, de donde, $x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$. Por tanto, la ecuación tiene dos soluciones, $x = 2$ y $x = -2$, en $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$; sin embargo, tiene una única solución, $x = 2$, en $\mathbb{N}$ ya que -2 no es un número natural.

f) Despejando x^2 de la ecuación $4 - x^2 = 1$ se tiene $x^2 = 4-1 = 3$, de donde, $x = \pm\sqrt{3}$. Por tanto, la ecuación tiene dos soluciones, $x = -\sqrt{3}$ y $x = \sqrt{3}$, en $\mathbb{R}$ y no tiene ninguna solución en $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ y $\mathbb{Q}$, ya que $-\sqrt{3}$ y $\sqrt{3}$ son números irracionales.

g) Resolviendo la ecuación $2x^2 + 7x - 15 = 0$, se tiene:

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4.2.(-15)}}{2.2} = \frac{-7 \pm \sqrt{169}}{4} = \frac{-7 \pm 13}{4} = \begin{cases} -5 \\ \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Por tanto, en $\mathbb{N}$ la ecuación no tiene ninguna solución, en $\mathbb{Z}$ tiene una sola solución, $x = -5$, y en $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$ tiene dos soluciones, $x = -5$ y $x = \frac{3}{2}$.

h) Despejando x^2 de la ecuación $2x^2 + 3 = 0$ se tiene $x^2 = \frac{-3}{2}$, de donde se deduce que la ecuación no tiene solución en $\mathbb{R}$ ya que el cuadrado de cualquier número real no puede ser negativo. Por tanto, tampoco tiene solución $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ y $\mathbb{Q}$.