

Matemáticas para Segundo de Educación Primaria Libro del profesorado

Alberto Arnal Bailera (coord.)

*MATEMÁTICAS PARA SEGUNDO
DE EDUCACIÓN PRIMARIA
LIBRO DEL PROFESORADO*

*MATEMÁTICAS PARA SEGUNDO
DE EDUCACIÓN PRIMARIA
LIBRO DEL PROFESORADO*

*Alberto Arnal Bailera (coord.)
Rafael Escolano Vizcarra (asesor)*

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

© Alberto Arnal Bailera (coord.)
© De la presente edición, Prensas de la Universidad de Zaragoza
(Vicerrectorado de Cultura y Patrimonio)
1.^a edición, 2025

Este trabajo ha sido realizado en el contexto del Grupo de Investigación en Educación Matemática
con referencia S60_23R



Colección de Textos Docentes, n.^o 336

Prensas Universitarias de Zaragoza. Edificio de Ciencias Geológicas, c/ Pedro Cerbuna, 12, 50009 Zaragoza, España.
Tel.: 976 761 330. Fax: 976 761 063
puz@unizar.es <http://puz.unizar.es>

UNE Esta editorial es miembro de la UNE, lo que garantiza la difusión y comercialización de sus publicaciones
a nivel nacional e internacional.

ISBN 979-13-7014-052-6

Impreso en España

Imprime: Servicio de Publicaciones. Universidad de Zaragoza

D.L.: Z 1785-2025

PRESENTACIÓN

Completamos con este libro, *Matemáticas para Segundo de Educación Primaria. Libro del profesorado*, una propuesta de enseñanza para el primer ciclo de Educación Primaria que trata de responder a un reto: transferir lo que la investigación propone a la práctica educativa en el aula. Tanto este libro como el correspondiente a Primero de Educación Primaria están basados en los resultados de investigación tanto del Grupo de Investigación en Educación Matemática de la Universidad de Zaragoza como de otros con el propósito de que dichos resultados se transfieran al aula y guíen y apoyen el trabajo de los maestros y maestras.

El profesorado de nuestro grupo cuenta con una amplia experiencia en investigación sobre los procesos y las dificultades de aprendizaje del alumnado de Primaria. Así mismo el profesorado de este Grupo imparte las asignaturas de didáctica de la matemática en el Grado de Magisterio en Educación Primaria de la Universidad de Zaragoza y tuvo una participación muy importante en el desarrollo del currículo LOMLOE para matemáticas de Educación Primaria de la Comunidad Autónoma de Aragón.

Fruto del trabajo de este Grupo ha sido la elaboración de los libros de texto para la asignatura de matemáticas de primer ciclo de Educación Primaria siguiendo los principios del currículo LOMLOE y su carácter competencial. Una gran parte de las actividades propuestas en estos libros han sido implementadas en aulas de Educación Primaria previamente. En ambos cursos, 1.^º y 2.^º de Educación Primaria, el libro de texto del alumnado es gratuito y se distribuye con licencia Creative Commons por lo que se puede reproducir tanto en formato electrónico como impreso libremente haciendo referencia a sus autores.

El libro del profesorado tiene, además del enunciado de las actividades para el aula, anexos con materiales manipulativos recortables y numerosas notas al pie y orientaciones didácticas para la implementación de las actividades en el aula.

Dado que el alumnado de primer ciclo presenta una amplia diversidad en sus niveles de lectoescritura, consideramos oportuno dejar a criterio del profesorado la decisión sobre quién debe leer en cada caso los enunciados de las actividades.

Desde el Grupo nos ponemos a disposición de los maestros y maestras para apoyar la implantación en sus aulas de estos libros. Esperamos que os sea de utilidad para vuestra práctica docente.

Este libro no habría sido posible sin el trabajo y las aportaciones de todos los miembros del Grupo y de las personas contratadas específicamente para esta tarea gracias a la colaboración económica y apoyo del IUMA (Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones de la Universidad de Zaragoza).

Esperamos sinceramente que este libro sea una herramienta útil de trabajo para todos y todas.

Los autores – Grupo S60_23R
Zaragoza, diciembre de 2025



<https://zaguan.unizar.es/record/165156>

QR para la descarga gratuita de *Matemáticas para Segundo de Educación Primaria. Libro del alumnado.*

Si tiene problemas para abrir el QR puede escribir a
albarnal@unizar.es

INTRODUCCIÓN

La propuesta didáctica que presentamos se ajusta al currículo español de Educación Primaria (Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria) y se inspira también en el currículo aragonés de Educación Primaria y en el documento de indicaciones metodológicas que lo acompaña (ORDEN ECD/1112/2022, de 18 de julio. BOA 27/7/2022).

Esta propuesta se articula en once unidades didácticas que desarrollan los siguientes sentidos:

- Sentido numérico (unidades didácticas 1, 2, 5 y 9)
- Sentido de la medida (unidades didácticas 3, 6 y 10)
- Sentido estocástico (unidades didácticas 4 y 7)
- Sentido espacial (unidades didácticas 8 y 11)
- Sentido algebraico y computacional (transversal a todas las unidades didácticas)
- Sentido socioemocional (transversal a todas las unidades didácticas)

Las unidades de este libro de texto no están separadas en sesiones. Hemos elegido esta opción para no condicionar al profesorado en la toma de decisiones sobre las actividades y juegos que vaya a proponer a su alumnado en cada sesión. No obstante, para orientar al profesorado sugerimos la siguiente distribución temporal de las sesiones dedicadas a cada unidad didáctica para un curso habitual de 142 sesiones (unas 35 semanas de curso con 4 sesiones por semana):

UNIDADES DIDÁCTICAS	Páginas	Actividades	Sesiones
U 1 ¿Qué recuerdas de los números? (numérico I)	29-74	27	16
U 2 ¿Contamos y sumamos como expertos hasta 500? (numérico II)	75-126	27	16
U 3 ¿Cómo lo medimos? (medida I)	127-160	10	12
U 4 ¿Qué puede suceder? (estocástico I)	161-201	15	14
U 5 ¿Contamos hasta 1000? (numérico III)	203-268	32	16
U 6 ¿Cómo medimos la masa? ¿Cómo medimos la capacidad? (medida II)	269-296	14	12
U 7 ¿Qué quieres investigar? (estocástico II)	297-321	9	8
U 8 ¿Puedes identificar la forma de estas figuras? (espacial I)	323-361	14	12
U 9 ¿Conocemos otras operaciones? (numérico IV)	363-420	30	16
U 10 ¿Podemos medir el tiempo? ¿Conoces los céntimos? (medida III)	421-479	19	12
U 11 ¿Qué ves en esta figura? ¿Cómo llego allí? (espacial II)	481-515	11	8

Se pueden leer los títulos de las unidades en la tabla, todos tienen forma de pregunta. Queremos transmitir al alumnado que las matemáticas van a ayudarles a responder

preguntas que se pueden formular ahora o en momentos posteriores para comprender el mundo que les rodea. En esta sugerencia de distribución temporal de las sesiones a desarrollar en cada unidad se observa que proponemos 64 sesiones al sentido numérico, 36 al sentido de la medida, 22 al sentido estocástico y 20 al sentido espacial. Al final de la introducción se concreta una propuesta de distribución temporal de las unidades y una posible secuenciación en sesiones, indicando una distribución de las actividades a proponer en las sesiones de cada unidad.

Al final de cada unidad se realiza una pequeña encuesta a modo de autoevaluación al alumnado en la que bajo el título «*¿Qué he aprendido?*» se le da una lista con los saberes más representativos trabajados a lo largo de la unidad para que coloree 1 estrella si piensa que dicho saber «todavía me cuesta» o que coloree 3 estrellas si piensa que dicho saber «lo entiendo muy bien».

Principios metodológicos

El eje fundamental que articula nuestra propuesta es el aprendizaje basado en la resolución de problemas. Se trata de un enfoque de enseñanza y aprendizaje en el que las matemáticas no se dan construidas al alumnado, sino que se construyen desde sus significados personales. Es el medio a través del cual el alumnado construye los saberes de cada uno de los sentidos. Como bien señala el currículo aragonés, no se trata de un método o una metodología, sino más bien de un enfoque de enseñanza que afecta a la naturaleza de las matemáticas.

Nuestra propuesta de enseñanza se fundamenta en los principios metodológicos siguientes:

- a) *El constructivismo como paradigma de aprendizaje.* Los alumnos son enfrentados a situaciones problemáticas que pueden llegar a resolver o, al menos, afrontar su resolución utilizando los conocimientos de que disponen.
- b) *Atender a la fenomenología de los contenidos matemáticos.* El aprendizaje surge como respuesta adaptada del alumnado cuando se enfrenta a las situaciones de necesidad que nuestros antepasados resolvieron mediante el contenido matemático que se desea enseñar. Dichos saberes son productos culturales que se generaron para dar respuesta a necesidades sociales y humanas bien concretas. Se trata de enfrentar al alumnado con esas necesidades humanas que están en la génesis de esos contenidos matemáticos. Por ejemplo, la suma aparece para eludir recuentos engorrosos en situaciones de agregación o de combinación de cantidades de magnitud.
- c) *Primar el aprendizaje a través de la experiencia.* Las matemáticas se caracterizan por el uso del lenguaje simbólico. Sin embargo, la representación simbólica debe ser el último paso después de que el alumnado haya manipulado con materiales u objetos concretos, haya verbalizado las acciones y haya representado de forma gráfica estas acciones. La construcción del conocimiento matemático precisa de un largo camino de manipulación de objetos físicos y de tareas como explorar,

representar, describir, construir, discutir, predecir, etc. En consecuencia, proponemos utilizar abundante material manipulable que dé soporte al proceso de aprendizaje, como policubos, ábacos, regletas de Herbinière-Lebert, tabla de los cien primeros números, configuraciones puntuales, tabla de la suma, tiras de papel, balanza de dos platos, básculas, recipientes de diferente capacidad, temporizadores, relojes de arena, monedas y billetes, cuerpos geométricos, varillas y bolas de plastilina (o juegos imantados) para construir cuerpos geométricos, puzles, espejos para trabajar la simetría, dados y juegos para desarrollar el sentido estocástico y los demás sentidos matemáticos. En cada unidad didáctica se presenta un listado de dichos materiales y, en el caso de que sea posible, los propios materiales para recortar.

- d) *Potenciar los procesos de comunicación y representación* a partir de situaciones de aprendizaje que obliguen al alumnado del grupo-aula a comunicar de modo verbal, gráfico y simbólico saberes matemáticos. En nuestra propuesta potenciamos las situaciones de comunicación, fomentando el intercambio de ideas, animando los debates colectivos del alumnado, apoyando la búsqueda de estrategias personales de resolución de problemas y su difusión en el aula.
- e) *Conectar diferentes saberes matemáticos.* El hábito de conectar diferentes saberes es esencial para poder argumentar y resolver problemas. Por ejemplo, la capacidad de enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervienen los números facilita establecer relaciones entre el sentido numérico, estocástico, espacial y de medida.
- f) *Iniciar el camino hacia el razonamiento matemático a través de la argumentación y la conjetura.* Proponemos actividades abiertas, situaciones donde es necesario obtener soluciones utilizando varios caminos, situaciones que requieren la formulación de conjeturas y la realización de juegos matemáticos que requieren poner en juego estrategias para ganar.
- g) *Cuidar al dominio socioafectivo en el proceso de enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* El dominio socioafectivo se desarrolla mediante un enfoque abierto en el que se trabaja en grupo, se discuten las ideas libremente y no se penaliza el error, sino que se utiliza como oportunidad de aprendizaje, donde la evaluación es esencialmente formativa.

Estos principios metodológicos están estrechamente relacionados con las competencias específicas matemáticas que comentamos a continuación.

Competencias específicas y evaluación

Las situaciones de aprendizaje que proponemos en este libro de texto tienen como objetivo el desarrollo de las ocho competencias específicas del área de matemáticas que establecen los currículos nacional y autonómico.

Dado que los criterios de evaluación que los currículos proporcionan para cada una de las competencias específicas son necesariamente generales será necesario interpretarlos a partir de los saberes que el alumnado pone en juego al resolver las

situaciones de aprendizaje. En cada unidad didáctica se propone focalizar el trabajo en una o varias competencias específicas en relación con los saberes básicos correspondientes a dicha unidad didáctica.

En cuanto a la evaluación de los aprendizajes, la normativa curricular establece que la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado será continua, formativa e integradora. Según esto consideramos que la evaluación debe englobar todas aquellas acciones que realiza el profesorado para recoger e interpretar evidencias del aprendizaje del alumnado y usarlas consecuentemente. La evaluación formativa aparece de modo natural cuando las clases se conciben de manera abierta y participativa, desde las interacciones en pequeño grupo y puestas en común, desplegando estrategias variadas para hacer visible el pensamiento del alumnado. Se trata de evaluar a partir de lo que se observa en clase, desde los criterios de evaluación. Es decir, planificar la recogida de evidencias de aprendizaje, de manera que, en lugar de tener un cuaderno de puntuaciones obtenidas al calificar pruebas individuales, el profesorado elabore un cuaderno repleto de información que indique dónde está cada alumno o cada alumna en cuanto al aprendizaje de una competencia o saber determinado y que se relacionan con los criterios de evaluación.

Mostramos en la siguiente tabla las unidades didácticas en las que evaluamos las competencias específicas matemáticas que desarrollan los sentidos: numérico, de medida, estocástico y espacial

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS	SENTIDOS			
	Numérico	Medida	Estocástico	Espacial
CE. M. 1	U1	U3 U6		
CE. M. 2	U5 U9	U3 U10		
CE. M. 3	U9		U4	U8
CE. M. 4	U1 U2	U10		U11
CE. M. 5	U5	U6 U10	U4 U7	U11
CE. M. 6	U2	U3	U7	U8
CE. M. 7	U2 U9	U3	U4	U8
CE. M. 8	U1 U5	U10	U7	U11

Las competencias específicas de matemáticas se refieren a las habilidades y conocimientos que el alumnado debe adquirir para interpretar situaciones de la vida cotidiana, resolver problemas matemáticos, comunicar sus ideas y desarrollar habilidades socioafectivas relacionadas con las matemáticas. Estas competencias se organizan en los siguientes ejes principales: resolución de problemas (CE.M.1 y CE.M.2), razonamiento y prueba (CE.M.3), pensamiento computacional (CE.M.4), conexiones (CE.M.5), comunicación y representación (CE.M.6), y destrezas socioafectivas (CE.M.7 y CE.M.8). Las dos últimas competencias están íntimamente relacionadas, si bien la competencia CE.M.7 está centrada en la evolución del dominio afectivo del propio alumno o alumna, mientras que la CE.M.8 se centra en las interacciones del alumnado en el plano social.

Las competencias específicas matemáticas y los criterios de evaluación asociados al primer ciclo de Educación Primaria son:

Competencias específicas matemáticas	Criterios de evaluación para el primer ciclo
CE.M.1 Interpretar problemas de la vida cotidiana	1.1. Reconocer la información contenida en problemas 1.2. Proporcionar ejemplos de representaciones problematizadas sencillas
CE.M.2 Resolver situaciones problematizadas, aplicando diferentes técnicas, estrategias y formas de razonamiento	2.1. Emplear una estrategia para resolver un problema 2.2. Obtener posibles soluciones o conclusiones de un problema 2.3. Describir verbalmente la idoneidad de las soluciones
CE.M.3. Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático	3.1. Realizar conjeturas matemáticas sencillas 3.2. Dar ejemplos e inventar problemas sobre situaciones cercanas 3.3. Argumentar la validez de conjeturas y de soluciones de un problema
CE.M.4. Utilizar el pensamiento computacional organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones	4.1. Describir rutinas y actividades sencillas de la vida cotidiana 4.2. Modificar algoritmos sencillos
CE.M.5. Reconocer y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas	5.1. Reconocer conexiones entre los diferentes elementos matemáticos 5.2. Reconocer las matemáticas presentes en la vida cotidiana y en otras áreas
CE.M.6. Comunicar y representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos	6.1. Reconocer lenguaje matemático sencillo presente en situaciones cercanas 6.2. Explicar, de forma verbal o gráfica, ideas y procesos matemáticos sencillos, los pasos seguidos en la resolución de un problema o los resultados matemáticos.
CE.M.7. Desarrollar destrezas personales que ayuden a identificar y gestionar emociones al enfrentarse a retos matemáticos	7.1. Reconocer las emociones básicas propias al abordar nuevos retos matemáticos 7.2. Expresar actitudes positivas ante nuevos retos matemáticos
CE.M.8. Desarrollar destrezas sociales reconociendo y respetando las emociones, las experiencias de los demás y el valor de la diversidad	8.1. Participar respetuosamente en el trabajo en equipo 8.2. Aceptar la tarea e implicarse en la exploración compartida de la situación o resolución del problema

En cada unidad didáctica se proponen alguna o algunas de las actividades para llevar a cabo la recogida de evidencias de aprendizaje en relación con los criterios de evaluación asociados a las competencias específicas que deseamos que el alumnado ponga en juego. Estas actividades son, a nuestro juicio, actividades representativas de lo que se quiere alcanzar en cada competencia en dicha unidad.

Ideas fundamentales para el trabajo en el aula

El desarrollo del sentido numérico

El bloque de unidades dedicadas al trabajo aritmético comprende cuatro unidades, dos situadas al principio del curso, una en el segundo trimestre y otra en el tercer trimestre. En lo relativo a la aritmética, esta propuesta docente se atiene a los siguientes hechos que consideramos suficientemente contrastados:

- **La aritmética oral tiene ventajas respecto a la aritmética escrita.** Hay que tener en cuenta que la aparición de calculadoras, ordenadores y móviles ha restado importancia a los algoritmos escritos de cálculo. Si tenemos que hacer la suma $324 + 587$, ganamos tiempo recurriendo a un dispositivo electrónico. Y no digamos nada si tenemos que efectuar una multiplicación o una división. Sin embargo, si tenemos que sumar cuarenta y siete más treinta, ganamos tiempo si sabemos decir directamente que son setenta y siete. Incluso disponiendo de acceso a la IA, hacer la pregunta y esperar la respuesta ocupa más tiempo que un cálculo mental que apenas dura algún segundo. Por consiguiente, estamos en una época en la que el desarrollo del cálculo mental es prioritario al desarrollo del cálculo escrito porque todavía supone alguna ventaja frente a las máquinas.
- **Los comienzos del cálculo mental suponen la memorización de los hechos numéricos básicos de suma y resta y, posteriormente, de multiplicación y división.** Pero esta memorización se consigue desarrollando actividades de recitado de números y de recuento o conteo con fichas, regletas, dedos, ábaco, etc., que conducen a las primeras estrategias de cálculo mental que, más adelante, evolucionarán hacia técnicas más elaboradas. Por ejemplo, de la estrategia de sumar cuatro más tres diciendo: cinco, seis, siete, al mismo tiempo que se levantan tres dedos, se pasa fácilmente a la estrategia de sumar cuarenta más treinta diciendo: cincuenta, sesenta, setenta, y, finalmente, a sumar cuarenta y siete más treinta diciendo: cincuenta y siete, sesenta y siete, setenta y siete. El cálculo mental se establece a partir de nuestro sistema oral de numeración y por eso es muy importante dedicar tiempo a «decir los números», a utilizarlos para contar y a familiarizarse con las reglas de construcción de dicho sistema. Este trabajo será importante también cuando se inicie el cálculo algebraico en la ESO.
- **La aritmética escrita se basa en la aritmética oral.** Nuestro sistema de numeración escrito es diferente del sistema de numeración oral, pero se apoya en él. Por tanto, los algoritmos escritos se basan en una comprensión del sistema de numeración escrito que descansa en un conocimiento a fondo de nuestro sistema de numeración oral. Es necesario saber que la siguiente decena a diez es veinte y la siguiente, treinta, para saber que diez más diez es veinte, y más diez, treinta. Y esto es lo que nos permite entender que treinta y cuatro se escribe con un 3 que indica que treinta son 3 decenas y un 4 que indica que a las 3 decenas se añaden 4 unidades. Muchas veces el razonamiento de que treinta y cuatro se escribe con un 3 y un 4 porque contiene 3 decenas y 4 unidades se explica al alumnado que no es capaz de decir «diez, veinte, treinta, etc.», ni sabe que diez más diez más diez son treinta.

- **El cálculo mental se escribe en horizontal.** El control de las respuestas del alumnado por parte del profesorado exige un apoyo escrito que en el caso del cálculo mental no debe reproducir los algoritmos escritos, sino que debe ser una escritura en horizontal que, además, vaya familiarizando al alumnado con las reglas de escritura algebraica. Interesa que el alumnado, ante la operación $46 - 15$, escriba $46 - 15 = 31$ porque ha utilizado una técnica de cálculo mental como, por ejemplo, cuarenta y seis menos diez, treinta y seis, menos cinco, treinta y uno. De esta manera, el profesorado puede controlar las respuestas del alumnado sin que esto suponga la utilización de los algoritmos escritos.
- **Los algoritmos escritos exigen cálculo mental.** Si utilizamos el algoritmo escrito para efectuar la suma $78 + 56$ tenemos que saber cuánto es $8 + 6$, y eso no es un resultado que se pueda obtener por cálculo escrito. O bien lo tenemos memorizado, o bien utilizamos una técnica de cálculo mental para obtenerlo. Lo mismo cuando intentamos sumar la segunda columna $7 + 5 + 1$. Tampoco aquí podemos recurrir al cálculo escrito. En el caso de la división, todos los esfuerzos para saber «a cuánto cabe» el divisor en el dividendo se basan en estimaciones obtenidas mediante cálculo mental.
- **La enseñanza temprana de los algoritmos escritos entorpece el establecimiento del cálculo mental.** Una vez que el alumnado accede al cálculo escrito es muy difícil que desarrolle técnicas de cálculo mental más allá de las necesarias para obtener los hechos numéricos básicos. Esto se debe a que las técnicas de cálculo mental, no solo son muy diferentes de las técnicas de cálculo escrito, sino que son opuestas. En los algoritmos escritos de suma, resta y multiplicación los números se descomponen en unidades y se empieza operando las unidades de menor rango, mientras que en el cálculo mental se trabaja con números sin descomponer en unidades y se empieza operando las unidades de mayor rango. Por eso, el uso temprano de los algoritmos escritos no favorece el desarrollo de las técnicas de cálculo mental. De hecho, es frecuente que el cálculo mental se convierta en un cálculo escrito imaginado.
- **Saber hacer operaciones aritméticas no presupone el conocimiento de su significado.** Le damos sentido o significado a una operación aritmética cuando sabemos utilizarla apropiadamente en la resolución de problemas. Pero el camino para llegar aquí es largo. Para empezar, mientras el alumnado obtiene los resultados de una suma o resta contando, es irrelevante si la operación que resuelve el problema es una suma o resta. Solo cuando tienen más o menos memorizados los hechos numéricos básicos puede tener interés para ellos el decidir si están restando o sumando. La importancia de dar nombre a las operaciones que resuelven un problema aritmético aparece cuando se trabaja con números grandes que exigen técnicas de cálculo reconocibles como técnicas de suma o de resta.
- **La exigencia temprana de que los niños y niñas reconozcan la operación que resuelve un problema conduce a decisiones aleatorias.** En Primero y gran parte de Segundo de Primaria las únicas operaciones que se trabajan son la suma y la resta por lo que una decisión al azar tiene una probabilidad de acierto del 50%. Si además, se atiende a indicadores didácticos como, por ejemplo, estar en una unidad de suma (o de resta), la

probabilidad de acertar la operación aumenta sin que ese éxito presuponga una decisión razonada a partir del análisis del enunciado del problema. Para una parte del alumnado, acertar con la operación que resuelve el problema es una cuestión de suerte.

- **El análisis del enunciado de un problema exige la reproducción mediante materiales o dibujos de las acciones que allí se relatan.** Para convencer al alumnado de que tienen que poner el énfasis en el relato que contiene el enunciado del problema como paso previo a la decisión de la operación que lo resuelve, es necesario pedirles que reproduzcan las acciones que se indican en el enunciado, utilizando técnicas de conteo para obtener el resultado. De esa manera, se acostumbra al alumnado a leer, analizar y reproducir el enunciado del problema antes dar una respuesta fundamentada sobre las operaciones que lo resuelven. Además, esta práctica les facilitará en el futuro la adquisición de heurísticos que les permitan afrontar problemas de distintos tipos.
- **Es preciso vincular el sentido numérico con el sentido algebraico y el pensamiento computacional.** Para ello se plantean situaciones de aprendizaje en los que el signo igual adquiere un significado de equivalencia y de relación, y que no se circumscribe simplemente a un «haz las operaciones y pon aquí el resultado». Por ejemplo, las tareas planteadas en el contexto de los desplazamientos del conejo Brinco suponen un primer acercamiento al pensamiento algebraico donde la igualdad aparece como una equivalencia entre dos estados al establecer relaciones numéricas entre la casilla de partida, el desplazamiento y la casilla de llegada. La vinculación entre ambos sentidos también se manifiesta en la identificación de patrones y regularidades que aparecen en las tablas de la suma y de la multiplicación, y en las situaciones de recitado de números con saltos predeterminados. El pensamiento computacional se trabaja en otras tareas como, por ejemplo, en las situaciones de composición y descomposición de números utilizando el material manipulativo «placas, barras y puntos».

A la luz de todos estos hechos, nuestra propuesta de enseñanza de la aritmética en el primer ciclo de Educación Primaria trata de cubrir los siguientes objetivos:

- Desarrollar el cálculo mental antes que el escrito, retrasando la enseñanza de los algoritmos escritos de suma y resta al Segundo Curso de Educación Primaria.
- Practicar el recitado de números hacia delante y hacia atrás, empezando por distintos números y con diferentes saltos.
- Realizar conteos para obtener el cardinal de un conjunto o el ordinal de un elemento, utilizando objetos o dibujos con una presentación estructurada o sin estructurar.
- Desarrollar estrategias de recitado y conteo que permitan al alumnado obtener los hechos numéricos básicos de la suma.
- Establecer la escritura de números de dos o tres cifras construyendo las decenas o centenas mediante conteos con materiales estructurados y sin estructurar.
- Desarrollar técnicas de cálculo mental que permitan al alumnado sumar o restar

números de dos o tres cifras con una, o a lo sumo, dos concurrencias.¹

- Escribir el cálculo mental en formato horizontal, distinguiéndolo del cálculo escrito. De esta manera, el profesorado puede tener una constancia escrita del desempeño del alumnado en el cálculo mental sin necesidad de utilizar los algoritmos escritos permitiéndole familiarizarse con los signos de las operaciones y el signo = y relacionarlos con las técnicas de cálculo mental que utiliza.
- Escribir relaciones de igualdad entre operaciones indicadas en las que falta algún término, al objeto de que el alumnado se familiarice con el signo = entendido, no solo como un signo que relaciona una operación con su resultado, sino como un signo que establece una relación entre operaciones indicadas.
- Resolver problemas aritméticos de suma y resta mediante conteos aplicados a materiales o dibujos que reproducen las acciones del enunciado.
- Familiarizarse con los distintos tipos de problemas aditivos de una etapa: de combinación con la incógnita en el total o en un parcial, de transformación con la incógnita en el estado inicial o final o en la transformación, y de comparación con la incógnita en la cantidad comparada o en la comparación.
- Iniciar los problemas aditivos de varias etapas en los que intervienen combinaciones o transformaciones.
- Desarrollar estrategias de suma reiterada o de reparto que permitan al alumnado obtener algunos de los hechos numéricos básicos de la multiplicación y la división.
- Iniciar los problemas multiplicativos de una etapa recurriendo a la suma reiterada, al reparto o a la comparación multiplicativa (veces más o veces menos).
- Desarrollar los algoritmos escritos de suma y resta, dedicando especial atención a las partes de cálculo mental que contienen.
- Analizar el enunciado de los problemas aritméticos decidiendo qué operaciones los resuelven, y qué técnica de cálculo, mental o escrito, es más adecuada para resolverlos.

Referencias bibliográficas para saber más

- Cid, E., Godino, J. D., & Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). *Engaging Young Children in Mathematics. Standards for Early Childhood Mathematics Education*. Lawrence Erlbaum Associates.

¹ En el caso de la suma, una concurrencia significa que dos unidades de un mismo orden son distintas de cero. Por ejemplo, la suma $305 + 23$ solo tiene una concurrencia que corresponde a la columna de las unidades. En el caso de la resta una concurrencia significa que la cifra del sustraendo correspondiente a esa unidad es distinta de cero. Por ejemplo, $305 - 23$ tiene dos concurrencias que corresponden a las cifras de unidades y decenas. Sin embargo, $458 - 300$ solo tiene una concurrencia en la cifra de las centenas

El desarrollo del sentido de la medida

El bloque con el que pretendemos desarrollar el sentido de la medida se articula en tres unidades didácticas: la primera dedicada a la magnitud longitud, la segunda a las magnitudes masa y capacidad, y la tercera a las magnitudes tiempo y valor económico. La secuencia de enseñanza de las magnitudes lineales (longitud, masa y capacidad) va a seguir un esquema similar. Las magnitudes tiempo y valor económico tienen un tratamiento diferente de las magnitudes lineales; en el primer caso porque la magnitud tiempo tiene especificidades como carecer de un soporte físico; mientras que el valor económico no tiene un proceso de medida propiamente dicho: si no se conoce un precio no tenemos ningún instrumento ni proceso para medirlo, hay que preguntarlo. En lo relativo a la medida, la propuesta docente se atiene a los siguientes hechos que consideramos suficientemente contrastados:

- **La medida tiene un importante valor instrumental, y también formativo** porque ofrece contextos de aprendizaje y oportunidades de conexión excelentes para aplicar y relacionar otros saberes relacionados con los sentidos numérico y espacial. Vamos a potenciar dichas conexiones evitando que la medida sea un pretexto para trabajar las operaciones con números («aritmetización de la medida»).
- **La medida es una actividad cotidiana que, sin embargo, presenta dificultades a los escolares y cuya enseñanza exige un proceso dilatado en el tiempo.** Los adultos estamos acostumbrados a medir correctamente de forma espontánea, pero muy pocas veces nos paramos a pensar la razón de hacerlo así y no de otra manera. Poner en evidencia todas las acciones y operaciones involucradas en el proceso de medir ayuda a comprender las dificultades con las que se encuentra el alumnado al abordar estos conceptos, y aporta pautas para establecer una propuesta de enseñanza.

Vamos a especificar las características de nuestra propuesta didáctica para el primer ciclo de Educación Primaria tomando como referencia el listado graduado de tipos de situaciones de enseñanza que propone el actual currículo aragonés para la etapa de Educación Primaria (ORDEN ECD/1112/2022, de 18 de julio, por la que se aprueban el currículo y las características de la evaluación de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón, BOA 27/07/2022, pp. 26081-2):

- **Plantear situaciones de identificación de la magnitud a medir y de reconocimiento de la magnitud.** El primer paso del proceso de medida consiste en identificar la magnitud que se desea medir y desechar el resto de magnitudes del objeto soporte de la medida. A pesar de que la propuesta didáctica tiene un formato textual la mayoría de las situaciones que proponemos obligan a que el alumnado **realice manipulaciones con objetos físicos** como paso previo a la reflexión sobre las acciones que realizan y a la verbalización de dichas reflexiones en el aula por lo que proponemos utilizar un amplio abanico de materiales manipulativos.
- **Plantear situaciones de comparación directa de cantidades de magnitud sin objetos intermedios.** Las situaciones de comparación de cantidades de magnitud son

esenciales para percibir y discriminar las distintas magnitudes. Es posible que el alumnado de primer ciclo con escasa experiencia en actividades de comparación tan solo sea capaz de comparar magnitudes mediante pautas visuales. En este caso, deciden visualmente qué objeto tiene mayor cantidad de longitud, de una ojeada, sin sentir la necesidad de acercar los objetos o utilizar un término medio de comparación. Y así, dicen que un objeto alejado es más corto que un objeto cercano porque no tiene en cuenta el efecto óptico que produce la lejanía; o que una torre de cubos es más alta que otra que está cerca, sin fijarse en que las bases que las sustentan están a distinta altura; o que en un recipiente cabe más agua que en otro porque es más alto, sin tener en cuenta que, en cambio, es más estrecho; o dice que un objeto pesa más que otro porque su tamaño es mayor, sin fijarse en que son objetos que están hechos con materiales distintos. Y cuando se les ofrece un término medio, por ejemplo, una varilla que les sirva para comparar la cantidad de longitud de dos objetos que están alejados, no saben qué hacer con ella; tampoco cuando se le sugiere que usen agua para evaluar qué recipiente tiene más capacidad. Un alumno o alumna que se comporta de esta manera se dice que «no conserva la magnitud» o que es «no conservador». Para eludir estas dificultades proponemos, en las primeras actividades de cada unidad, situaciones de comparación directa de cantidades de magnitud porque contribuyen a la adquisición de la conservación de la magnitud.

- **Plantear situaciones de comparación de cantidades de magnitud con objetos intermedios.** Proponemos este tipo situaciones de comparación por desplazamiento de objetos para que el alumnado empiece a utilizar la propiedad transitiva de las cantidades de magnitud, lo que se traduce en que, si se le impide acercar los objetos a comparar, se les ocurre buscar un término medio de comparación transportable de uno a otro objeto.
- **Verbalizar las observaciones, las acciones y los descubrimientos del alumnado.** El vocabulario asociado a las situaciones de comparación y de ordenación de magnitudes es muy complejo porque aparecen términos como bajo-alto, estrecho-ancho, vacío-lleno, ligero-pesado, antes-después, barato-caros, etc.; junto a los comparativos «más que» y «menos que». Por ello, en nuestra propuesta didáctica planteamos situaciones de comunicación para que el alumnado tenga oportunidades para verbalizar sus observaciones, acciones y descubrimientos efectuados.
- **Plantear situaciones de medida con unidades antropométricas o arbitrarias.** Pretendemos que el alumnado adquiera determinadas habilidades que, en el caso de la magnitud longitud, consiste en colocar las unidades de longitud una inmediatamente después de la otra, sin dejar espacios entre ellas; o llenar hasta los bordes la unidad de capacidad y realizar correctamente el trasvasado de líquidos o áridos; o bien saber utilizar e interpretar correctamente la balanza de dos brazos para medir cantidades de masa. También proponemos situaciones de medida para poner de manifiesto la necesidad de consensuar en el grupo-aula una unidad de medida común que sea socialmente compartida por el grupo.

En el caso de la magnitud longitud utilizamos como unidades arbitrarias tiras de papel y como unidades antropométricas la cantidad de longitud de un palmo y de un pie; en el caso de la masa utilizamos como unidades arbitrarias la cantidad de masa de un centícuo; en el caso de la capacidad utilizamos como unidad arbitraria la cantidad de capacidad de tetrabriks (de un litro) y pipetas (de un mililitro); y para la magnitud tiempo relojes de arena (de 10 segundos) que se utilizan en el recurso «ruleta del tiempo».

- **Plantear situaciones de medida con unidades del sistema legal.** La técnica de medida con unidades convencionales se aborda de modo parcial en esta propuesta didáctica dado que el alumnado de este ciclo no está capacitado para realizar los procesos de partición de la unidad que dan lugar a la aparición de los números racionales como resultado de la aproximación de la medida. Es evidente, que los resultados de los procesos de medida en este nivel educativo se van a expresar con números naturales. En el primer ciclo no se va a proponer al alumnado realizar conversiones entre diferentes unidades, múltiplos y submúltiplos de las mismas. En estas condiciones, introducimos el metro como unidad convencional de la magnitud longitud, después el decímetro y, finalmente, el centímetro. En el caso de las magnitudes masa y capacidad introducimos las unidades principales: el kilogramo y el litro, y los submúltiplos gramo y mililitro, respectivamente.

En el caso de medida de tiempo utilizamos el segundo como unidad convencional, mediante relojes de arena de 10 segundos, para medir la duración de determinados intervalos temporales, y posteriormente introducimos el minuto y la hora. También introducimos las unidades temporales (día, semana, mes y año) que trabajamos sobre el soporte del calendario y juegos tipo chip.

En el caso del valor monetario la unidad de medida legal es el euro. Con la ayuda de materiales manipulativos (monedas de 1 y 2 euros, de 1, 2, 5, 10, 20 y 50 céntimos de euro, y billetes de 5, 10, 20, 50, 100 y 200 euros) el alumnado va a realizar diferentes descomposiciones de cantidades de dinero y también dar los cambios como si fueran vendedores de un comercio.

- **Dar oportunidades al alumnado para que realice estimaciones del resultado de la medida.** Se trata de una competencia compleja que conviene practicar desde edades tempranas. A menudo una estimación es suficiente para expresar el resultado de una medida. Proponemos que el alumnado tenga la oportunidad de realizar estimaciones adecuadas y practicar su vocabulario asociado (sobre, cerca, casi, ...) en situaciones cotidianas de la vida real.

A la luz de estos hechos, nuestra propuesta de enseñanza de la medida de magnitudes para el primer ciclo de Educación Primaria trata de cubrir los siguientes objetivos:

- Conocer mejor el medio natural y el entorno del alumnado.
- Adquirir un conocimiento experimental de las principales magnitudes, más ligadas a nuestro entorno, empezando por las más sencillas: longitud, masa, capacidad, tiempo y valor monetario.

- Adquirir la habilidad de comparar cantidades de magnitud, sin y con objetos intermedios, para asegurar que el alumnado «conserva la magnitud» y sabe aplicar la propiedad transitiva de cantidades de magnitud.
- Adquirir la habilidad de ordenar cantidades de magnitud.
- Adquirir la habilidad para medir cantidades de magnitud, para que su conocimiento esté basado en contenidos realistas.
- Verbalizar las acciones y reflexiones suscitadas en el proceso de medida y ampliar el vocabulario relacionado con cada magnitud.
- Utilizar correctamente instrumentos de medida. En el caso de la magnitud longitud el alumnado construye el metro, el decímetro y utiliza la regla graduada en centímetros. Para medir cantidades de masa utilizan la balanza de dos platos y la báscula, y para medir cantidades de capacidad pipetas de un mililitro y vasos medidores de 50 ml, 100 ml, 150 ml, 200 ml, 250 ml, 500 ml y 1 litro. Para medir intervalos temporales utilizan relojes de arena de 10 segundos y de 1 minuto, la ruleta del tiempo y el reloj analógico evaluando el recorrido de la saeta grande (la del minutero), así como el calendario para ubicar los acontecimientos temporales. Finalmente, en el caso de la magnitud valor monetario el alumnado utiliza monedas y billetes ficticios para resolver situaciones de compra y venta en los que se precisa dar los cambios.
- Conocer las relaciones multiplicativas entre la unidad principal de medida y algunos de sus submúltiplos.
- Saber qué unidad de medida es la más adecuada para medir una determinada cantidad de magnitud.
- Adquirir la habilidad para realizar estimaciones adecuadas a partir de que el alumnado interiorice algunas unidades y conozca referentes de la vida cotidiana para las diversas magnitudes. Con este propósito se plantean situaciones de estimación de cantidades de longitud, de masa y de capacidad donde el alumnado debe tomar decisiones antes de realizar la comprobación posterior utilizando instrumentos de medida.

Referencias bibliográficas para saber más

- Barrantes López, M., Barrantes Masot, M. C., & Zamora Rodríguez, V. (2020). *Didáctica de la medida en Primaria*. Universidad de Extremadura.
- Chamorro, C. & Belmonte, J. M. (1991). *El problema de la medida*. Síntesis. Madrid.

ÍNDICE

Presentación	7
<i>Grupo S60_23R Investigación en Educación Matemática</i>	
Introducción.....	9
<i>Alberto Arnal Bailera, Eva Cid Castro, Rafael Escolano Vizcarra</i>	
U 1 ¿Qué recuerdas de los números?	29
<i>Carmen Pilar Arnal Julve, Mónica Arnal Palacián, Melissa Díaz Lizarazo, Rafael Escolano Vizcarra</i>	
U 2 ¿Contamos y sumamos como expertos hasta 500?.....	75
<i>Alberto Arnal Bailera, Mónica Arnal Palacián, Melissa Díaz Lizarazo, Rafael Escolano Vizcarra</i>	
U 3 ¿Cómo lo medimos?	127
<i>Nuria Begué Pedrosa, Ana María Correal Jurado, Rafael Escolano Vizcarra, Antonio Oller Marcén</i>	
U 4 ¿Qué puede suceder?	161
<i>Alberto Arnal Bailera, Carmen Pilar Arnal Julve, Nuria Begué Pedrosa, Melissa Díaz Lizarazo</i>	
U 5 ¿Contamos hasta 1000?	203
<i>Alberto Arnal Bailera, Melissa Díaz Lizarazo, Rafael Escolano Vizcarra, José María Muñoz Escolano</i>	
U 6 ¿Cómo medimos la masa? ¿Cómo medimos la capacidad?.....	269
<i>Alberto Arnal Bailera, Nuria Begué Pedrosa, Ana María Correal Jurado, Antonio Oller Marcén</i>	
U 7 ¿Qué quieres investigar?.....	297
<i>Alberto Arnal Bailera, Nuria Begué Pedrosa, Melissa Díaz Lizarazo, Rafael Escolano Vizcarra</i>	
U 8 ¿Puedes identificar la forma de estas figuras?.....	323
<i>Pablo Beltrán Pellicer, Ana María Correal Jurado, Rafael Escolano Vizcarra, Víctor Manero García</i>	
U 9 ¿Conocemos otras operaciones?	363
<i>Alberto Arnal Bailera, Melissa Díaz Lizarazo, Rafael Escolano Vizcarra, José María Muñoz Escolano</i>	
U 10 ¿Podemos medir el tiempo? ¿Conoces los céntimos?	421
<i>Alberto Arnal Bailera, Pablo Beltrán Pellicer, Ana María Correal Jurado, Rafael Escolano Vizcarra</i>	
U 11 ¿Qué ves en esta figura? ¿Cómo llego allí?.....	481
<i>Alberto Arnal Bailera, Pablo Beltrán Pellicer, Ana María Correal Jurado, Víctor Manero García</i>	

ISBN 979-13-7014-052-6



9 791370 140526

TEXTOS
EXACTAS



colección
textos docentes



Instituto Universitario de Investigación
de Matemáticas
y Aplicaciones
Universidad Zaragoza