16. PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Supongamos una granja de ganado porcino en la cual se funciona con dos tipos de piensos: "*Porcil*" y "*Megacerdina*". Las composiciones de dichos piensos son:

   "*Porcil*": 50% proteínas, 30% hidratos de carbono, 20% grasas.

   "*Megacerdina*": 10% proteínas, 80% hidratos de carbono, 10% grasas.

   La Organización Mundial de la Salud y Engorde del Porcino sugiere que para mantener a un animal en la salud y peso óptimos, éste debería ingerir al día un mínimo de 2 kilogramos de alimento compuesto por un 30% de proteínas como máximo, un 60% de hidratos de carbono como máximo y un 10% de grasas como mínimo.

   Si 100 gramos de "*Porcil*" cuestan 50 unidades monetarias y 100 gramos de "*Megacerdina*" cuestan 30 unidades monetarias, ¿cuántos gramos de cada pienso deberíamos comprar al día para que el coste sea mínimo?.

2. Una empresa dividida en tres secciones fabrica radios y televisores:

   En la primera se construyen los circuitos y sabemos que un televisor requiere 3 horas de trabajo, mientras una radio necesita media hora.

   En la segunda sección se fabrican las carcasas, precisando 1 hora y 20 minutos de trabajo tanto para televisores como para radios.

   En la tercera sección se realiza el montaje final, empleando 2 horas y 30 minutos para los televisores y 8/7 de hora para las radios.

Los beneficios son de 8000 pesetas por televisor y 6000 por radio. Si las secciones pueden trabajar 60 horas semanales cada una, ¿cuál es el beneficio máximo que se puede obtener?.

3. Supongamos que Ford gana 100000 pesetas por cada Fiesta, 150000 por cada Escort y 200000 pesetas por cada Sierra. Estos coches tienen un consumo de 5.6, 6.2 y 6.8 litros cada 100 kilómetros respectivamente. Una orden ministerial obliga a que el consumo medio de los coches fabricados por una empresa sea, como máximo, de 6.1 litros cada 100 kilómetros. La factoría construye un Fiesta por minuto, un Escort cada dos minutos y un Sierra cada tres minutos (no a la vez). Calcular el número de coches de cada modelo que deben fabricarse en una jornada de 8 horas para que el beneficio sea máximo.

4. Suponiendo que La Coruña, Asturias y Navarra producen cada día un millón de litros de leche y que diariamente se necesitan:

   a) 800000 litros en Cádiz, que se encuentra a una distancia de 1000, 2000 y 3000 kilómetros de cada productor respectivamente.

   b) 2200000 litros en Sevilla a 1500, 3000 y 3500 kilómetros respectivamente.

   Si el transporte cuesta 1 peseta por litro y kilometro, ¿cuál es el programa lineal con cinco restricciones de igualdad que debe resolverse para minimizar el coste del transporte?.

5. Una biblioteca universitaria abre las 24 horas del día y cada bibliotecario trabaja un turno continuo de 8 horas comenzando a las 12 de la noche, 4 AM, 8 AM, 12 del mediodía, 4 PM u 8 PM. Para manejar la demanda de servicio la biblioteca necesita el siguiente número de bibliotecarios trabajando durante varios períodos de tiempo:

   3 desde las 12 de la noche hasta las 4 AM.

   2 desde las 4 AM hasta las 8 AM.

10 desde las 8 AM hasta las 12 del mediodía.

14 desde las 12 del mediodía hasta las 4 PM.

8 desde las 4 PM hasta las 8 PM.

10 desde las 8 PM hasta las 12 de la noche.

Minimizar el número total de bibliotecarios para operar la biblioteca.

6. Una compañía panificadora tiene tres panaderías con capacidades de producción de 5000, 7000 y 9000 panes diarios. Suponer que la empresa embarca a cinco bodegas para su posterior distribución, y que las demandas en esas bodegas son de 2000, 6000, 8000, 4000 y 1000. Debido a las diferentes distancias entre las tres panaderías y las cinco bodegas, los costes de transporte varían dependiendo de quien hace el envío y cuál es el destino. Si el coste monetario de remitir 100 panes desde la panadería i hasta la bodega j es el elemento (i, j) de la matriz de coste expresada en pesetas:

$$\begin{matrix} 70 & 30 & 20 & 40 & 20 \\ 60 & 50 & 80 & 30 & 40 \\ 30 & 20 & 50 & 70 & 10 \end{matrix}$$

Plantear un programa lineal para determinar cuántos panes habrá que mandar cada día desde cada panadería hasta cada bodega para satisfacer las demandas de la misma con el menor coste. Comprobar que una solución es que la panadería i debería enviar a la bodega j el número de panes especificado en el elemento (i, j) de la siguiente matriz, y verificar que para esta solución el coste es de 6500 pesetas:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 5000 & 0 & 0 \\ 0 & 3000 & 0 & 4000 & 0 \\ 2000 & 3000 & 3000 & 0 & 1000 \end{matrix}$$

7. Se desea elaborar una dieta hipocalórica para adelgazar que conste de los alimentos cuyos nutrientes se especifican en la siguiente tabla expresada en unidades por 100 gramos de alimento:

	Proteínas	Hidratos	Grasas	Kilocalorías
Verdura	10	5	0	30
Carne	70	0	10	300
Pan	0	60	0	200
Leche	10	20	10	200
Aceite	0	0	50	700
Fruta	0	30	0	50
Yogur	10	30	5	80
Pescado	60	0	5	200
Huevos	50	5	5	200

La Organización Mundial de la Salud especifica que nuestra dieta diaria debe constar como mínimo de 200 unidades de proteínas, 600 de hidratos y 50 de grasas. Plantear y resolver un programa lineal que solucione nuestro problema. Suponiendo que una persona de 100 kilogramos se somete a nuestro régimen durante dos meses, ¿cuánto pesará tras haberlo finalizado si gasta una media de 2500 kilocalorías diarias?. Nota: se elimina 1 kilogramo cuando el balance gasto-consumo es de 3500 kilocalorías.

8. Una planta industrial tiene tres tipos de máquinas A, B y C. Cada una debe usarse para manufacturar los productos P y Q. Decidir cuánto se debe producir de cada producto a la semana para que se maximicen las ganancias, sabiendo que la ganancia por cada artículo del tipo P es de 40 unidades monetarias, y la misma cantidad por cada uno de Q. Además, un artículo P requiere 2 horas de trabajo en la máquina A y 1 hora en cada una de las máquinas B y C; así mismo, un artículo Q requiere 1 hora en cada una de las máquinas A y B y 3 horas en C. Cada semana, las horas disponibles por cada máquina son de 70 para A, 40 para B y 90 para C.

Si el fabricante decide vender algunas máquinas A de forma que sólo se dispongan 55 horas semanales, ¿es todavía posible seguir con el plan de producción óptimo?.

9. La E.U.P.H. es deficitaria en el servicio informático para el alumnado. Las autoridades académicas deciden adquirir más ordenadores, aunque por limitaciones de espacio, se podrán comprar a lo sumo 20 ordenadores. Existen en el mercado dos tipos de ordenadores: lentos, a 1000000 pesetas unidad; y rápidos, a 1600000 pesetas unidad. Si se dispone de un presupuesto de 27200000 pesetas y se sabe que un ordenador rápido opera una vez y media más deprisa que uno lento, ¿cuántos ordenadores de cada tipo conviene comprar a fin de maximizar la relación (alumno)/(minuto de servicio por cada hora)?.

10. Un inversor desea determinar la cantidad de dinero a invertir en cada una de las dos carteras disponibles, con objeto de maximizar el beneficio total. Cada unidad invertida en la cartera 1 proporciona un beneficio anual esperado del 6%, mientras que el beneficio anual esperado en la cartera 2 es del 8%. La cantidad total con que cuenta el inversor es de 400 unidades monetarias, de las cuales quiere invertir 250 como máximo en la cartera 2 para diversificar la inversión. Por otro lado, el inversor cree que invertir en la cartera 2 es más arriesgado que en la 1 y, en base a la varianza de beneficios para cada cartera en años anteriores, ha calculado una medida subjetiva de riesgo: el riesgo unitario. De este modo asigna un valor de 5 y 10 unidades de riesgo por cada unidad invertida en las carteras 1 y 2 respectivamente, y desea que el riesgo total de su inversión no sobrepase las 3000 unidades.

11. Una empresa dedicada a la construcción de estructuras de edificios tiene patentes de tres tipos de forjados F1, F2 y F3. Los beneficios que consigue por metro cuadrado de forjado construido son 100, 90 y 120 pesetas respectivamente. Por razones de almacenamiento y financiación, diariamente sólo dispone de dos toneladas de acero, 200 m^3 de hormigón y de 8 m^3 de madera para encofrados. Las cantidades de acero, hormigón y madera que se necesitan por m^2 en cada uno de los forjados son:

Tipo	Materia prima	Cantidad
F1	Acero	0.2 kg/m^2
	Hormigón	80 dm^3/m^2
	Madera	0.001 m^3/m^2
F2	Acero	0.25 kg/m^2
	Hormigón	37.5 dm^3/m^2
	Madera	0.00125 m^3/m^2
F3	Acero	0.225 kg/m^2
	Hormigón	35 dm^3/m^2
	Madera	0.0015 m^3/m^2

Maximizar el beneficio que se puede obtener.

12. El problema de la dieta consiste, en general, en determinar las cantidades que se deben consumir de una serie de alimentos, de modo que se satisfagan ciertos niveles vitamínicos a un coste mínimo. Por ejemplo, suponer que se consideran vitaminas de tres tipos A, B y C, y tres clases de alimentos: leche, huevos y carne. Determinar la dieta que, con coste mínimo, garantiza las necesidades vitamínicas requeridas si el número de miligramos de cada una de las vitaminas en cada uno de los alimentos viene indicado en la tabla siguiente:

Vitamina	Litro de leche	Kilo de carne	Docena de huevos	Nivel diario mínimo
A	5 mg	4 mg	10 mg	1 mg
B	100 mg	20 mg	10 mg	250 mg
C	10 mg	100 mg	10 mg	110 mg
Coste	1.8 u.m.	1.1 u.m.	0.8 u.m.	

13. Una Compañía Farmacéutica va a contratar dos tipos de inspectores para atender el control de calidad de sus productos. Necesita inspeccionar al menos 1800 productos por día laboral (8 horas). Los inspectores de tipo 1 pueden inspeccionar 25 productos/hora con un nivel de seguridad del 98%, mientras que los del tipo 2 pueden hacerlo con 15 piezas/hora y un nivel del 95%. Los sueldos respectivos son de 4 y 3 unidades monetarias por hora, y cada error de

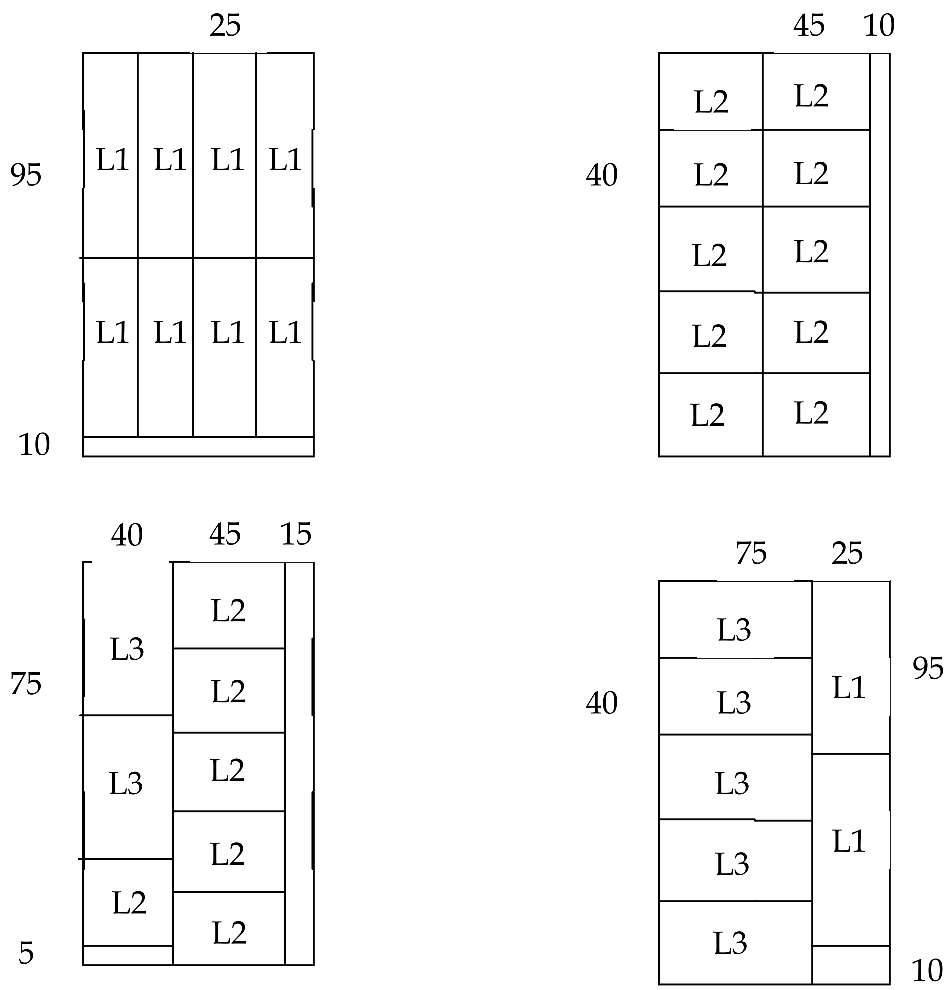
inspección supone a la Compañía un gasto adicional de 2 unidades monetarias. Si se desea contratar a lo sumo 8 inspectores del tipo 1 y 10 del tipo 2, ¿cuántos inspectores de cada tipo debe contratar la Compañía a fin de minimizar el coste total de la inspección diaria?.

14. Una empresa elabora dos tipos de productos A y B. Cada unidad de producto, tanto del tipo A como del B, necesita para su elaboración, de la utilización de dos tipos diferentes de máquinas P y Q:

    El producto A requiere 4 horas de utilización de la máquina P y 2 horas de la máquina Q; mientras que el producto B requiere 3 horas de la máquina P y 30 minutos de la Q.

    Por el número de máquinas disponibles de los tipos P y Q, se pueden conseguir 2400 y 750 horas de trabajo semanalmente respectivamente. Todas las unidades producidas a lo largo de la semana se venden durante esa semana, y el beneficio que deja cada unidad del producto A es de 7 unidades monetarias, mientras que el B deja 5 unidades monetarias. Además, hay que servir 100 unidades del tipo A que se tenían previamente contratadas y, por necesidades de fabricación, se tienen que producir más unidades del producto B que del A. Plantear el problema de programación lineal que analice el número de unidades que se deben fabricar de cada tipo con el fin de maximizar el beneficio.

15. Una empresa que recibe láminas metálicas con un tamaño estándar de 100x200x0.1 necesita 2500 láminas de dimensiones 95x25x0.1 (tipo L1), 1200 láminas de dimensiones 40x45x0.1 (tipo L2) y 800 láminas de dimensiones 40x75x0.1 (tipo L3). El problema que se les plantea es la forma de cortar las láminas estándar de manera que obtenga las láminas que necesita de los diversos tipos, utilizando el menor número de láminas estándar. Por experiencias anteriores, y tras un estudio previo, llegan a la conclusión de que entre todas las alternativas, las cuatro que parecen más interesantes son las que aparecen en el gráfico siguiente:



Así pues, planteado el problema en los términos anteriormente indicados, se trata de encontrar el número de láminas que se cortan con cada alternativa de forma que se utilicen el menor número de láminas de tipo estándar.